

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JOSÉ LUIS CARRIÓN SÁNCHEZ

**VÍNCULO DO DATUM VERTICAL EQUATORIANO AO *INTERNATIONAL HEIGHT*  
*REFERENCE SYSTEM* - IHRS**

CURITIBA

2017

JOSÉ LUIS CARRIÓN SÁNCHEZ

**VÍNCULO DO DATUM VERTICAL EQUATORIANO AO *INTERNATIONAL HEIGHT*  
*REFERENCE SYSTEM* - IHRS**

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Ciências Geodésicas, no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas  
Co-orientador: Prof. Dr. Riccardo Barzaghi

CURITIBA

2017



Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

S211v

Carrión Sánchez, José Luis

Vínculo do Datum Vertical Equatoriano ao International Height Reference System - IHRS / José Luis Carrión Sánchez. – Curitiba, 2017.  
265 f. : il. color. ; 30 cm.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra,  
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2017.

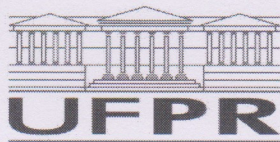
Orientador: Sílvia Rogério Correia de Freitas – Coorientador: Riccardo Barzaghi.

Bibliografia: p. 248-265.

1. Geodésia – Equador. 2. Altitudes. 3. Gravidade (Física) – Medição. 4. Altimetros. I. Universidade Federal do Paraná. II. Freitas, Sílvia Rogério Correia de. III. Barzaghi, Riccardo. IV. Título.

CDD: 526.98

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR CIÊNCIAS DA TERRA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO CIÊNCIAS  
GEODÉSICAS

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **JOSÉ LUIS CARRIÓN SÁNCHEZ** intitulada: "**VÍNCULO DO DATUM VERTICAL EQUATORIANO AO INTERNATIONAL HEIGHT REFERENCE SYSTEM - IHRS**", após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APPROVACAO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 08 de Dezembro de 2017.

SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS  
Presidente da Banca Examinadora

VAGNER GONÇALVES FERREIRA  
Avaliador Externo

ROBERTO TEIXEIRA LUZ  
Avaliador Externo

GABRIEL DO NASCIMENTO GUIMARÃES  
Avaliador Externo

REGIANE DALAZOANA  
Avaliador Interno

À Lucy, minha mãe Clara, meu pai Walter, meus irmãos Diego e Víctor

*Margarita, o teu sorriso ainda está conosco*

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família. O carinho e a força que recebi de Lucy sempre estiveram presentes, mesmo quando o nosso caminho era mais difícil do esperado. A minha formação profissional, a realização dos meus estudos de doutorado e desta Tese foram possíveis graças ao exemplo, ensinamentos, motivação e sacrifícios dos meus queridos pais: Walter e Clara. O apoio incondicional dos meus irmãos Diego e Víctor, foi sempre fundamental na hora de encarar desafios e etapas difíceis.

Ao Professor Dr. Sílvio R. Correia de Freitas, orientador da Tese, pela acertada orientação e constante suporte nos aspectos acadêmicos e não acadêmicos durante a realização do meu doutorado, pelos ensinamentos e amizade. Também à sua esposa Senhora Lindamir, pela sua amizade e por se preocupar com nosso bem-estar.

Ao Professor Dr. Riccardo Barzaghi, co-orientador da Tese, pelas importantes contribuições realizadas à pesquisa e ensinamentos durante meu estágio no Politécnico de Milão.

À Dra. Noemi Cazzaniga, pesquisadora do Politécnico de Milão, pelas instruções ministradas para a utilização dos programas do pacote computacional GRAVSOFIT.

Ao Professor Dr. Alfonso Tierra por ter incentivado meu interesse no estudo da Geodesia.

Aos membros da banca examinadora: Dra. Regiane Dalazoana, Dr. Roberto Teixeira Luz, Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães, Dr. Vagner Gonçalves Ferreira, pelas observações, sugestões e correções realizadas para melhorar o conteúdo e a estrutura da presente Tese.

Aos professores e pessoal administrativo do Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da UFPR: Prof. Dr. Quintino Dalmolin, Prof. Dra. Regiane Dalazoana, Prof. Dra. Luciene Stamato Delazari, Prof. Dr. Hideo Araki, Prof. Dr. Jorge



Silva Centeno, Prof. Dr. Álvaro Lima Machado, Prof. Dra. Claudia Robbi, Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno, Mônica Kleuser, Fabiane Oshikawa.

Aos professores, pesquisadores e pessoal técnico do Politécnico de Milão pela sua hospitalidade. De forma especial ao Prof. Dr. Livio Pinto, Prof. Dra. Barbara Betti, Prof. Dr. Mirko Reguzzoni, Mansi, Cinzia e Lucio.

Aos amigos e colegas do Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da UFPR, em especial aos colegas Caísse, Mario, Andrea, Henry, André, Roger, Ilich, Sebastián, Christian, Felipe, Carolina, Miguel, Andrey, Leticia, Gabriela, Fabiane, Melissa, Adriana, Rhaíssa, Camila, Pérciles, Everton; pelo convívio nas salas de aula e laboratórios.

A Andrea pela amizade e pelo convívio no LARAS.

Ao amigo e colega Eurico Nicacio, pelo convívio, interessantes conversas e por ter disponibilizado o programa *Single-Point Global Earth Models Generator* (SPGG), de muita utilidade na realização desta Tese.

Ao amigo Henry Montecino, pelas ideias, sugestões e conversas que contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

A Alejandro e Juan pela sua amizade durante a minha estadia em Milão.

A Christian Pilapanta, Fredy Flores, Freddy Rodríguez, Tcnl. Carlos Estrella, Tnte. Christian Barahona e Oscar Carranco, funcionários do IGM-EC, por terem contribuído na transferência dos dados geodésicos que foram utilizados nesta Tese.

À *Secretaria Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación* (SENESCYT) pela bolsa de estudos para a realização do meu doutorado.

Ao Instituto Geográfico Militar do Equador (IGM-EC), por ter fornecido os registros gravimétricos e altimétricos *in situ* utilizados na realização desta Tese.

A todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para que esta pesquisa possa ser realizada.

## RESUMO

A Terra é um planeta com constantes mudanças e processos dinâmicos com muitas consequências decorrentes, principalmente, do transporte de massas no denominado Sistema Terra. O aspecto a ser destacado é o de que tais efeitos trazem implicações no geopotencial, com consequentes variações no planeta que devem ser monitoradas utilizando um sistema vertical de referência global. Para tanto é indispensável o estudo de fenômenos regionais e globais, como aqueles enfatizados no âmbito da Geodesia desde o início do presente século. O GGOS (*Global Geodetic Observing System*) da *International Association of Geodesy* (IAG) estabeleceu em 2011 os três temas fundamentais como prioritários para a atuação da comunidade geodésica internacional:

- 1 – Sistema de Altitudes Global;
- 2 – Monitoramento de catástrofes naturais;
- 3 – Mudanças do nível do mar, variabilidade espacial e previsão climática.

Atualmente existem esforços internacionais no sentido de alcançar a vinculação entre os Sistemas Verticais de Referência Nacionais e o denominado *International Height Reference System* (IHRs) estabelecido pela Resolução 1/2015 da IAG. Para isto, os *Data Verticais* (DVs) clássicos devem adaptar-se ao IHRs com características globais e definido no espaço do geopotencial. No caso da América do Sul, o SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas) busca a unificação dos DVs clássicos mediante sua homogeneização, a qual envolve o cálculo das suas discrepâncias, em termos de geopotencial, entre as superfícies de nível a eles associadas e a do IHRs. O tema central do presente trabalho é a determinação da discrepância existente entre o DV do Equador (DVE) e o IHRs. A discrepância foi modelada pontualmente no DVE e também na sua região contígua com base em diferentes abordagens do Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG). O foco de todos os experimentos foi a determinação do potencial anômalo no DVE e a partir deste a modelagem do geopotencial. Como estratégia de utilização da maior quantidade possível de informações disponíveis com diferentes resoluções espaciais foi adotada a técnica de decomposição espectral. As modelagens das informações em longos e curtos comprimentos de onda do geopotencial foram realizadas com o aporte dos Modelos Globais de Geopotencial (MGGs) e Modelos Digitais de Altitude (MDAs), respectivamente, esta última considerando a técnica de modelagem da topografia residual (*Residual Terrain Model* - RTM). As observações gravimétricas e posicionais *in situ* complementam o espectro das informações. Para tanto foram integradas diversas bases de dados de gravimetria terrestre e aérea para a parte continental associadas com informações gravimétricas derivadas de satélites altímetros, e de gravimetria embarcada na parte oceânica. Mediante o método de Colocação por Mínimos Quadrados, funções de covariância empíricas e a referida técnica de decomposição espectral, foram realizadas modelagens do geopotencial na região de estudo com centro no marégrafo *La Libertad* – Equador. Assim, foram obtidas estimativas da discrepância do DVE com o IHRs no espaço do geopotencial e no espaço geométrico. No espaço geométrico foi calculada uma discrepância de aproximadamente 7 cm, enquanto que na abordagem baseada no espaço do geopotencial foi calculado um *bias* de aproximadamente 25 cm considerando o termo de grau zero para o cálculo das anomalias de atitude dos MGGs segundo a abordagem do ICGEM, -40 cm considerando o termo de grau zero conforme a abordagem da NGA e -65 cm desconsiderando o termo de grau zero. As consistências destes resultados são discutidas também em termos comparativos com outras

determinações oriundas da aplicação de resultados de missões com plataformas orbitais.

**Palavras-chave:** *International Height Reference System – IHRS. International Height Reference Frame - IHRF. Rede Vertical de Referência do Equador. Datum Vertical Equatoriano. Geopotencial. Números Geopotenciais. Problema do Valor de Contorno da Geodesia – PVCG.*



## ABSTRACT

The Earth is a planet with constant changes and dynamical process with consequent mass transport processes within the called Earth System. The highlight is that such effects imply changes on the geopotential, with consequent variations which should be monitored using a global vertical reference system. For that, it is indispensable to study regional and global phenomena, such as those emphasized in the scope of Geodesy since the beginning of the present century. This is how the Global Geodetic Observing System (GGOS) of the International Association of Geodesy (IAG) established in 2011 the three fundamental themes as priorities for the performance of the international geodetic community:

- 1 – Global Height System;
- 2 – Monitoring of natural disasters;
- 3 – Sea level changes, spatial variability and climate prediction.

There are currently international efforts to achieve linkage between the National Vertical Reference Systems and the International Height Reference System (IHRs) established by the IAG Resolution 1/2015. For this, the Classical Vertical Data must adapt to the IHRs with global characteristics and defined in the geopotential space. In the case of South America, SIRGAS (Geocentric Reference System for the Americas) seeks to unify the classical vertical data through their homogenization, which involves compute their discrepancies, in terms of geopotential, between the associated level surfaces and that of the IHRs. The central theme of the present work is the determination of the discrepancy between the Equator vertical datum (EVD) and the IHRs. The discrepancy was modeled punctually in the EVD and also in its contiguous region based on different approaches of the Geodesy Boundary Value Problem (GBVP). The focus of all the experiments was the determination of the anomalous potential in the EVD and from this the geopotential modeling. As a strategy to use as much information as possible with different spatial resolutions, the spectral decomposition technique was adopted. The modeling of the information in long and short wavelengths of the geopotential was carried out with the contribution of the Global Geopotential Models (GGMs) and Digital Altitude Models (DAMs), respectively, the latter considering the modeling technique of residual topography (Residual Terrain Model - RTM). In situ gravimetric and positional observations complement the information spectrum. For this purpose, several terrestrial and aerial gravimetric databases were integrated for the continental part associated with gravimetric information derived from altimeter satellites and gravimetry on the oceanic part. Using the Least Squares Method, empirical covariance functions and the spectral decomposition technique, geopotential modeling was performed in the region of study with a center in the La Libertad - Ecuador tide gauge. Thus, estimates of the discrepancy of the EVD with the IHRs were obtained in the space of the geopotential and in the geometric space. On the geometric space, a discrepancy of approximately 7 cm was calculated, whereas in the geopotential space-based approach, a bias of approximately 25 cm was calculated considering the zero degree term for the calculation of MGGs height anomalies according to the ICGEM approach, -40 cm considering the zero degree term according to the NGA approach and -65 cm disregarding the zero degree term. The consistencies of these results are also discussed in comparative terms with other determinations derived from the application of results of missions with orbital platforms.

**Key-words:** International Height Reference System – IHRS. International Height Reference Frame - IHRF. Ecuadorian Vertical Reference Network. Ecuadorian *Vertical Datum*. Geopotential. Geopotential Numbers. Geodetic Boundary Value Problem – GBVP.

## LISTA DE FIGURAS

|  |     |
|--|-----|
| FIGURA 1 - ESTIMATIVA DO POTENCIAL ANÔMALO PELA SOLUÇÃO LIVRE E FIXADA DO PVCG ..... | 34  |
| FIGURA 2- TERRA DINÂMICA.....  | 36  |
| FIGURA 3 - NIVELAMENTO GEOMÉTRICO .....  | 38  |
| FIGURA 4 - NÃO PARALELISMO DAS SUPERFÍCIES DE NÍVEL .....                            | 40  |
| FIGURA 5 - DISCREPÂNCIA DO DVL .....   | 43  |
| FIGURA 6 – LOCALIZAÇÃO DA ESTAÇÃO MAREGRÁFICA - <i>LA LIBERTAD</i> .....             | 56  |
| FIGURA 7 - MARÉGRAFO E REFERÊNCIAS DE NÍVEL ASSOCIADAS .....                         | 57  |
| FIGURA 8 - COTAS DA BM48 PARA AS TRES ÉPOCAS DE REFERÊNCIA .....                     | 58  |
| FIGURA 9 – PRINCIPAIS NÍVEIS DE REFERÊNCIA ASSOCIADOS AO DVE (BM03).....             | 59  |
| FIGURA 10 - SUPERFÍCIES E LINHAS DE REFERÊNCIA .....                                 | 61  |
| FIGURA 11 – SUPERFÍCIES DE NÍVEL E NIVELAMENTO GEOMÉTRICO .....                      | 63  |
| FIGURA 12 - SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA PARA RTM .....                                 | 73  |
| FIGURA 13 – AEROGRAVIMETRIA.....   | 82  |
| FIGURA 14 - PRINCÍPIO DA AEROGRAVIMETRIA.....  | 83  |
| FIGURA 15 - ALTIMETRIA POR SATÉLITE .....  | 84  |
| FIGURA 16 - PRINCIPIO DA ALTIMETRIA POR SATÉLITE.....                                | 85  |
| FIGURA 17 - TRILHAS TOPEX POSEIDON NAS PROXIMIDADES DO DVE .....                     | 86  |
| FIGURA 18: A GRADE PLANAR .....  | 95  |
| FIGURA 19- LOCALIZAÇÃO DO DATUM VERTICAL EQUATORIANO ( <i>LA LIBERTAD</i> ).....     | 99  |
| FIGURA 20 - LINHAS DE NIVELAMENTO DA RVFE.....                                       | 101 |
| FIGURA 21 – REGISTROS GNSS/NIV E TOPOGRAFIA APLICADA PARA A SOLUÇÃO PRELIMINAR.....  | 102 |
| FIGURA 22 - GRAV. TERRESTRE. ETAPA I .....   | 103 |
| FIGURA 23 - GRAVIMETRIA OCEÂNICA DA BASE DE DADOS DO BGI .....                       | 105 |
| FIGURA 24 – AEROGRAVIMETRIA.....   | 106 |
| FIGURA 25 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE – MODELO DTU15.....                               | 107 |
| FIGURA 26 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE – MODELO WGM2012.....                             | 108 |
| FIGURA 27 - DISCREPÂNCIAS VS. SOLUÇÕES: MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO GEOMÉTRICO.....   | 117 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 28 - REGISTROS GNSS/NIV PARA SOLUÇÃO POR MMQ .....   | 122 |
| FIGURA 29 - DESVIO PADRÃO COMBINAÇÃO MGGs .....   | 125 |
| FIGURA 30 - MVC GO-GONS-GCF-2-DIR_R5.....   | 126 |
| FIGURA 31 - MVC EGM2008 .....   | 126 |
| FIGURA 32 - MVC MGGs + MVC $H_n$ + MVC $h$ .....  | 127 |
| FIGURA 33 - RESIDUAIS DO AJUSTAMENTO PARA O CÁLCULO DO <i>BIAS</i> .....  | 128 |
| FIGURA 34 - CÁLCULO DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE RESIDUAIS .....   | 132 |
| FIGURA 35 - SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE .....  | 133 |
| FIGURA 36 – HISTOGRAMA $\Delta g_{res}$ [ $\Delta g_{BGI} - \Delta g_{DTU15}$ ] APÓS ELIMINAÇÃO DE<br><i>OUTLIERS</i> ..... | 136 |
| FIGURA 37 – $\Delta g_{BGI}$ E $\Delta g_{DTU15}$ (Atenção às diferentes escalas envolvidas).....                           | 137 |
| FIGURA 38 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE RESIDUAIS. GRAVIMETRIA<br>OCEÂNICA Vs. DTU15. APÓS ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i> .....   | 139 |
| FIGURA 39 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\Delta g_{res}$ : GRAVIMETRIA<br>TERRESTRE.....                                    | 143 |
| FIGURA 40 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\Delta g_{res}$ : GRAVIMETRIA<br>OCEÂNICA.....                                     | 144 |
| FIGURA 41 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\Delta g_{res}$ : GRAVIMETRIA<br>TERRESTRE E OCEÂNICA .....                        | 144 |
| FIGURA 42 – RESIDUAIS $\Delta g - \Delta g_{EGM2008}$ .....   | 145 |
| FIGURA 43 - GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 ( $n_{max}=300$ ): RMS Vs. RAIO DA MÉDIA<br>MÓVEL .....                                    | 148 |
| FIGURA 44 – EIGEN6C4 ( $n_{max}=1000$ ): RMS Vs. RAIO PARA MÉDIA MÓVEL ....   | 149 |
| FIGURA 45 – GO_DIR_R5( $n_{max}=200$ ): RMS Vs. RAIO PARA MÉDIA MÓVEL ....  | 149 |
| FIGURA 46 – EIGEN6C4( $n_{max}=200$ ): RMS Vs. RAIO PARA MÉDIA MÓVEL .....  | 150 |
| FIGURA 47 – RESIDUAIS $\Delta g - \Delta g_{GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5(n_{max}=300)} - \Delta g_{RTM}$ .....                 | 152 |
| FIGURA 48 - RESIDUAIS $\Delta g - \Delta g_{EIGEN6C4(n_{max}=1000)} - \Delta g_{RTM}$ .....                                 | 153 |
| FIGURA 49 - RESIDUAIS $\Delta g - \Delta g_{GO\_DIR\_R5(n_{max}=200)} - \Delta g_{RTM}$ .....                               | 154 |
| FIGURA 50 - RESIDUAIS $\Delta g - \Delta g_{EIGEN6C4(n_{max}=200)} - \Delta g_{RTM}$ .....                                  | 155 |
| FIGURA 51 - ESTIMATIVA DA ANOMALIA DE ALTITUDE RESIDUAL MEDIANTE A<br>SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE .....                  | 156 |
| FIGURA 52 – GRADE 4' x 4' $\Delta g_{RES}$ PARA GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=300$ ).....  | 157 |
| FIGURA 53 - GRADE 4' x 4' $\Delta g_{RES}$ PARA EIGEN6C4 ( $n_{max}=1000$ ).....  | 158 |
| FIGURA 54 - GRADE 4' x 4' $\Delta g_{RES}$ PARA GO_DIR_R5 ( $n_{max}=200$ ).....  | 159 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 55 - GRADE 4' x 4' $\Delta g_{RES}$ PARA EIGEN6C4 ( $n_{max}=200$ ).....   | 160 |
| FIGURA 56 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=300$ ) .....  | 162 |
| FIGURA 57 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA EIGEN6C4<br>( $n_{max}=1000$ ) .....  | 162 |
| FIGURA 58 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA GO_DIR_R5<br>( $n_{max}=200$ ) .....  | 163 |
| FIGURA 59 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA<br>EIGEN6C4( $n_{max}=200$ ) .....  | 163 |
| FIGURA 60 - CÁLCULO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE RESIDUAIS .....  | 170 |
| FIGURA 61 - SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA.....  | 171 |
| FIGURA 62 - RMS Vs. RAO MÉDIA MÓVEL .....   | 176 |
| FIGURA 63 – $\Delta g_{BGI}$ ( $\Delta g_{obs}$ ) E $\Delta g_{DTU15} + \Delta g_{RTM}$ (mGal) .....  | 177 |
| FIGURA 64 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DE $\Delta g_{res}$ DO CONJUNTO DE<br>GRAVIMETRIA OCEÂNICA DO BGI APÓS A FILTRAGEM DE <i>OUTLIERS</i> ..... | 179 |
| FIGURA 65 – ANOMALIAS RES. GRAV. OCEÂNICA Vs. DTU15. APÓS<br>ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i> .....  | 179 |
| FIGURA 66 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE ANTES DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> .   | 182 |
| FIGURA 67 – RMS (mGal) $\delta g_{res}$ VS. RAO MÉDIA MÓVEL(min) .....  | 185 |
| FIGURA 68 – DISTÚRBIOS RESIDUAIS ( $\delta g_{res}$ ) ANTES DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i><br>.....  | 186 |
| FIGURA 69 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\delta g_{res}$ . ANTES DE ELIMINAÇÃO<br>DE <i>OUTLIERS</i> . ÁREA 4°X4° .....                             | 186 |
| FIGURA 70 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\delta g_{res}$ . ANTES DE ELIMINAÇÃO<br>DE <i>OUTLIERS</i> . ÁREA 3°X3° .....                             | 187 |
| FIGURA 71 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\delta g_{res}$ . ANTES DE ELIMINAÇÃO<br>DE <i>OUTLIERS</i> . ÁREA 2°X2° .....                             | 187 |
| FIGURA 72 – $\delta g_{res}$ E DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS APÓS A ELIMINAÇÃO DE<br><i>OUTLIERS</i> .....  | 191 |
| FIGURA 73 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE RESIDUAIS ( $\delta g_{res}$ ) APÓS A<br>ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i> .....                                    | 196 |
| FIGURA 74 DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\delta g_{res}$ . APÓS A ELIMINAÇÃO DE<br><i>OUTLIERS</i> .....  | 196 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 75 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE APÓS A ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i>                                    | 199 |
| FIGURA 76 - GO_CONS_GCF_2_DIR_R5: RMS Vs. RAIO DA MÉDIA MÓVEL   | 201 |
| FIGURA 77 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\delta g_{RES}$ PARA O<br>GO_CONS_DIR_R5 ( $n=300$ )               | 202 |
| FIGURA 78 - $\delta g_{RES}$ CALCULADOS COM O MGG GOCO_DIR_R5 ( $n=300$ ). ÁREA<br>4°X4°                    | 203 |
| FIGURA 79 - ESTIMATIVA DA ANOMALIA DE ALTITUDE RESIDUAL MEDIANTE A<br>SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA       | 204 |
| FIGURA 80 - GRADE E HISTOGRAMA DE $\delta g_{RES}$ PARA GOCO_DIR_R5 ( $n=300$ ).<br>ÁREA 4°X4°              | 205 |
| FIGURA 81 - GRADE E HISTOGRAMA DE $\delta g_{RES}$ PARA GOCO_DIR_R5 ( $n=300$ ).<br>ÁREA 3°X3°              | 206 |
| FIGURA 82 - GRADE E HISTOGRAMA DE $\delta g_{RES}$ PARA GOCO_DIR_R5 ( $n=300$ ).<br>ÁREA 2°X2°              | 207 |
| FIGURA 83 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=300$ ). ÁREA 4°X4°   | 208 |
| FIGURA 84 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=300$ ). ÁREA 3°X3°   | 209 |
| FIGURA 85 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=300$ ). ÁREA 2°X2°   | 209 |
| FIGURA 86 - DESEMPENHO DAS COMBINAÇÕES DO GOCO_DIR_R5 COM O<br>EGM2008                                      | 212 |
| FIGURA 87 - GO_CONS_GCF_2_DIR_R5. $n_{max} = 200$ : RMS Vs. RAIO DA MÉDIA<br>MÓVEL                          | 214 |
| FIGURA 88 - $\delta g_{RES}$ CALCULADOS COM O MGG<br>GO_CONS_GCF_2_DIR_R5( $n_{max}=200$ )                  | 215 |
| FIGURA 89 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS $\delta g_{RES}$ PARA O<br>GOCO_DIR_R5( $n_{max}=200$ ). ÁREA 4°X4° | 216 |
| FIGURA 90 - GRADE E HISTOGRAMA DE $\delta g_{RES}$ PARA<br>GO_CONS_DIR_R5( $n_{max}=200$ ). ÁREA 4°X4°      | 218 |
| FIGURA 91 - GRADE E HISTOGRAMA DE $\delta g_{RES}$ PARA<br>GO_CONS_DIR_R5( $n_{max}=200$ ). ÁREA 3°X3°      | 219 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 92 - GRADE E HISTOGRAMA DE $\delta g_{RES}$ PARA<br>GO_CONS_DIR_R5( $n_{max}=200$ ). ÁREA 2°X2° .....    | 220 |
| FIGURA 93 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=200$ ). ÁREA 4°x4° ..... | 221 |
| FIGURA 94 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=200$ ). ÁREA 3°X3° ..... | 222 |
| FIGURA 95 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA<br>GOCO_DIR_R5 ( $n_{max}=200$ ). ÁREA 2°X2° ..... | 222 |
| FIGURA 96 - DO <i>BIAS</i> NO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL (Termo de grau<br>zero considerado).....            | 237 |
| FIGURA 97 - DO <i>BIAS</i> NO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL (Termo de grau<br>zero não considerado).....        | 238 |
| FIGURA 98 – DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS NA<br>REGIÃO DO DVE.....                           | 240 |
| FIGURA 99 -DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS<br>COLETADOS <i>IN-SITU</i> NA REGIÃO DO DVE .....  | 241 |

## LISTA DE TABELAS

|   |     |
|---|-----|
| TABELA 1 - PARÂMETROS ELIPSOIDAIIS .....  | 44  |
| TABELA 2 - CORREÇÕES À RÉGUA - MARÉGRAFO LA LIBERTAD .....  | 57  |
| TABELA 3 – VARIAÇÃO DO NMM PARA AS TRÊS ÉPOCAS DE REFERÊNCIA...58   |     |
| TABELA 4 - COORDENADAS DA BM03 .....  | 59  |
| TABELA 5 - GRAVIMETRIA OCEANICA DA BASE DE DADOS DO BGI .....   | 104 |
| TABELA 6 - DISCREPÂNCIAS CALCULADAS PARA AS SOLUÇÕES PROPOSTAS .....  | 118 |
| TABELA 7 - ESTATÍSTICAS $N_{GNSS/NIV}$ Vs. $N_{EGM2008}$ ANTES DE ELIMINAR<br><i>OUTLIERS</i> .....   | 123 |
| TABELA 8 - ESTATÍSTICAS $N_{GNSS/NIV}$ Vs. $N_{EGM2008}$ APÓS ELIMINAÇÃO DE<br><i>OUTLIERS</i> .....  | 123 |
| TABELA 9 - COMBINAÇÕES DOS MGGs .....   | 124 |
| TABELA 10 - <i>BIAS</i> DO DVE PELO MÉTODO GEODÉSICO MEDIANTE<br>AJUSTAMENTO POR MÍNIMOS QUADRADOS .....  | 127 |
| TABELA 11 - ESTATÍSTICAS DOS RESIDUAIS MMQ PARA O CÁLCULO DO <i>BIAS</i><br>.....   | 127 |
| TABELA 12 - CÁLCULO DA TNMM NO DVE .....  | 129 |
| TABELA 13 - TNMM VS. <i>BIAS</i> .....  | 130 |
| TABELA 14 – ESTATÍSTICAS $\Delta g_{FA}$ DA BASE DE DADOS DO BGI ANTES DE<br>ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> .....                                     | 134 |
| TABELA 15 – PARÂMETROS ELIPSOIDAIIS: GRS67 E GRS80 .....  | 135 |
| TABELA 16 - ESTATÍSTICOS DE $\Delta g_{res}$ DO BGI ANTES E DEPOIS DE ELIMINAR<br><i>OUTLIERS</i> .....   | 136 |
| TABELA 17 - ESTATÍSTICAS DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE ANTES DE<br>ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> .....  | 142 |
| TABELA 18 - ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS RESIDUAIS $\Delta g_{res}$ [ $\Delta g - \Delta g_{EGM2008}$ ]<br>ANTES DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> ..... | 142 |
| TABELA 19 - ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS DEPOIS DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i><br>.....   | 143 |
| TABELA 20 - ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS RESIDUAIS ( $\Delta g - \Delta g_{EGM2008}$ )<br>DEPOIS DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> .....                 | 143 |
| TABELA 21 - RAIOS PARA MÉDIA MÓVEL E RMS. SOLUÇÃO RTM.....  | 150 |



|   |     |
|---|-----|
| TABELA 22 - RAO MÉDIA MÓVEL SOLUÇÃO RTM.....  | 151 |
| TABELA 23 – ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS RESIDUAIS ( $\Delta g - \Delta g_{MGG} - \Delta g_{RTM}$ )<br>.....   | 156 |
| TABELA 24 – ESTATÍSTICAS $\Delta g_{RES}$ DAS GRADES COM ESPAÇAMENTO 4' x 4'<br>.....   | 161 |
| TABELA 25 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA: SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG .....  | 161 |
| TABELA 26 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA ANALÍTICA (CMQ): SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG.....  | 164 |
| TABELA 27 - CÁLCULO DE ANOMALIA DE ALTITUDE NO DVE: SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG .....   | 165 |
| TABELA 28 - <i>BIAS</i> NO DVE: SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG .....   | 168 |
| TABELA 29 - RAIOS MÉDIA MÓVEL E RMS. GRAVIMETRIA OCEÂNICA .....   | 175 |
| TABELA 30 - ESTATÍSTICAS DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE RESIDUAIS DOS REGISTROS DE GRAVIMETRIA OCEÂNICA (BGI). ANTES E DEPOIS DA FILTRAGEM DE <i>OUTLIERS</i> (mGal)..... | 176 |
| TABELA 31 - ESTATÍSTICAS $\delta g$ ANTES DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> .....   | 183 |
| TABELA 32 - RMS VS. RAO MÉDIA MÓVEL .....   | 184 |
| TABELA 33 – ESTATÍSTICAS PARA $\delta g_{res}$ ANTES DA ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i> .....   | 188 |
| TABELA 34 – ESTATÍSTICAS $\delta g_{res}$ . REGISTROS TERRESTRES E OCEÂNICOS. ANTES DE ELIMINAR <i>OUTLIERS</i> .....   | 189 |
| TABELA 35 - ESTATÍSTICAS PARA $\delta g_{res}$ APÓS A ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i> (mGal).....   | 190 |
| TABELA 36 - ESTATÍSTICAS DOS $\delta g$ APÓS A ELIMINAÇÃO DE <i>OUTLIERS</i> (mGal) .....   | 197 |
| TABELA 37 - RAIOS DA MÉDIA MÓVEL E RMS. SOLUÇÃO RTM PARA O GOCO_DIR_R5.....   | 200 |
| TABELA 38 – ESTATÍSTICAS DE DISTÚRBIOS RESIDUAIS ( $\delta g - \delta g_{GO\_CONS} - \delta g_{RTM}$ )<br>.....   | 201 |
| TABELA 39 - ESTATÍSTICAS DA GRADE $\delta g_{RES}$ para GOCO_DIR_R5 ( $n=300$ ) ....  | 204 |
| TABELA 40 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA: SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO_DIR_R5 (NMAX=300).....  | 208 |

|  |     |
|--|-----|
| TABELA 41 - PARÂMETROS DE CMQ PARA A SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG<br>COM O GOCO_DIR_R5 (NMAX=300) .....  | 210 |
| TABELA 42 - CÁLCULO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NO DVE. SOLUÇÃO<br>FIXADA DO PVCG PARA O GOCO_DIR_R5 (NMAX=300) .....                          | 210 |
| TABELA 43 – CÁLCULO DO <i>BIAS</i> NO DVE. SOLUÇÃO FIXADA: SOLUÇÃO<br>FIXADA DO PVCG PARA O GOCO_DIR_R5 (NMAX=300) .....                   | 211 |
| TABELA 44 - RAIOS DA MÉDIA MÓVEL E RMS. SOLUÇÃO RTM PARA O<br>GOCO_DIR_R5. <i>nmax</i> =200 .....  | 213 |
| TABELA 45 – ESTATÍSTICAS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE RESIDUAIS ( $\delta g$ -<br>$\delta g_{GOCO\_DIR\_R5(200)}$ - $\delta g_{RTM}$ ) ..... | 215 |
| TABELA 46 - ESTATÍSTICAS DA GRADE $\delta g_{RES}$ para GOCO_DIR_R5 ( <i>nmax</i> =200)<br>.....   | 221 |
| TABELA 47 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA: SOLUÇÃO<br>FIXADA DO PVCG PARA O GOCO_DIR_R5 (NMAX=200) .....                       | 221 |
| TABELA 48 - PARÂMETROS DE CMQ PARA A SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG<br>COM O GOCO_DIR_R5 (NMAX=200) .....  | 223 |
| TABELA 49 - CÁLCULO DE ANOMALIA DE ALTITUDE NO DVE: SOLUÇÃO<br>FIXADA DO PVCG PARA O GOCO_DIR_R5 (NMAX=200) .....                          | 223 |
| TABELA 50 – CÁLCULO DE <i>BIAS</i> NO DVE. SOLUÇÃO FIXADA: SOLUÇÃO<br>FIXADA DO PVCG PARA O GOCO_DIR_R5 (NMAX=200) .....                   | 224 |
| TABELA 51 - DISCREPÂNCIAS NO CÁLCULO DO TERMO DE GRAU ZERO PARA<br>ANOMALIAS DE ALTITUDE .....   | 233 |
| TABELA 52 - <i>BIAS</i> CALCULADOS PARA A SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA<br>LIVRE .....  | 233 |
| TABELA 53 - <i>BIAS</i> CALCULADOS PARA A SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA<br>FIXADA .....   | 236 |
| TABELA 54 - DISTRIBUIÇÃO DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS MÍNIMA AO<br>REDOR DE ESTAÇÕES IHRF .....  | 239 |
| TABELA 55 – NÚMERO DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS POR ZONA .....   | 241 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|         |  |
|---------|--|
| APREF   | - <i>Asia-Pacific Reference Frame</i>                                      |
| BGI     | - <i>International Gravimetric Bureau</i>                                  |
| BKG     | - <i>Federal Agency for Cartography and Geodesy</i>                        |
| CCM     | - <i>Consultative Committee for Mass and related quantities</i>            |
| CHAMP   | - <i>Challenging Minisatellite Payload</i>                                 |
| CIPM    | - <i>International Commitee for Weights and Measures</i>                   |
| CMQ     | - Colocação por Mínimos Quadrados  |
| MQD     | - Média Quadrática da Discrepância   |
| DORIS   | - <i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i> |
| DOT     | - <i>Dynamic Ocean Topography</i>  |
| DTU     | - <i>Technical University of Denmark</i>                                   |
| DV      | - <i>Datum Vertical</i>  |
| DVB     | - <i>Datum Vertical Brasileiro</i>   |
| DVE     | - <i>Datum Vertical Equatoriano</i>  |
| DVG     | - <i>Datum Vertical Global</i>   |
| DVL     | - <i>Datum Vertical Local</i>  |
| DVLs    | - <i>Data Verticais Locais</i>   |
| DVs     | - <i>Data Verticais</i>  |
| EPN     | - <i>EUREF Permanent GNSS Network</i>                                      |
| FCA     | - Função de Covariância Analítica  |
| FCE     | - Função de Covariância Empírica   |
| FFT     | - <i>Fast Fourier Transform</i>  |
| GAGRS   | - <i>Global Absolute Gravity Reference System</i>                          |
| GGOS    | - <i>Global Geodetic Observing System</i>                                  |
| GGRF    | - <i>Global Geodetic Reference Frame</i>                                   |
| GGRS    | - <i>Global Geodetic Reference System</i>                                  |
| GIA     | - <i>Glacial Isostatic Adjustment</i>                                      |
| GNSS    | - <i>Global Navigation Satellite System</i>                                |
| GOCE    | - <i>Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer</i>         |
| GPS     | - <i>Global Positioning System</i>   |
| GRACE   | - <i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>                           |
| GRAVSOF | - <i>Geodetic Gravity Field Modelling Programs</i>                         |

|        |   |
|--------|---|
| GRS80  | - <i>Geodetic Reference System 1980</i>                             |
| HL-SST | - <i>High-Low Satellite to Satellite Tracking</i>                   |
| IAG    | - <i>International Association of Geodesy</i>                       |
| IAU    | - <i>International Astronomical Union</i>                           |
| IAGS   | - <i>Inter American Geodetic Survey</i>                             |
| ICGEM  | - <i>International Center for Global Gravity Field Models</i>       |
| IERS   | - <i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i> |
| IAGBM  | - <i>International Absolute Gravity Base Network 1987</i>           |
| IGM-EC | - Instituto Geográfico Militar de Ecuador                           |
| IGN    | - Instituto Geográfico Nacional                                     |
| IGSN71 | - <i>International Gravity Standarization Net 1971</i>              |
| IHRs   | - <i>International Height Reference System</i>                      |
| INOCAR | - <i>Instituto Oceanográfico de la Armada</i>                       |
| ITRF   | - <i>International Terrestrial Reference Frame</i>                  |
| IUGG   | - <i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>              |
| LARAS  | - Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites |
| LIDAR  | - <i>Laser Imaging Detection and Ranging</i>                        |
| LSC    | - <i>Least Square Collocation</i>                                   |
| MDA    | - Modelo Digital de Altitude  |
| MDT    | - <i>Mean Dynamic Topography</i>                                    |
| MODT   | - <i>Mean Ocean Dynamic Topography</i>                              |
| MGG    | - Modelo Global de Geopotencial                                     |
| MSS    | - <i>Mean Sea Surface</i>   |
| MVC    | - Matriz Variância Covariância                                      |
| NASA   | - <i>National Aeronautics and Space Administration</i>              |
| NGA    | - <i>National Geospatial-Intelligence Agency</i>                    |
| NIMA   | - <i>National Imagery and Mapping Agency</i>                        |
| NMM    | - Nível Médio do Mar  |
| NMML   | - Nível Médio do Mar Local  |
| PCGM   | - <i>Preconditioned Conjugate Gradient Method</i>                   |
| PRARE  | - Precise Range And Range-Rate Equipment)                           |
| PVCG   | - Problema do Valor de Contorno da Geodesia                         |
| RCV    | - Rede de Controle Vertical   |
| RGR    | - Rede Geodésica de Referência                                      |

|        |  |
|--------|--|
| RGVR   | - Rede Gravimétrica de Referência                          |
| RN     | - Referência de Nível                                      |
| RTM    | - <i>Residual Terrain Model</i>                            |
| RVF    | - Rede Vertical Fundamental                                |
| RVFCH  | - Rede Vertical Fundamental do Chile                       |
| RVFE   | - Rede Vertical Fundamental do Equador                     |
| RVRL   | - Rede Vertical de Referência Local                        |
| RMS    | - <i>Root Mean Square</i>                                  |
| SAR    | - <i>Synthetic Aperture Radar</i>                          |
| SGA    | - Sistema Global de Altitudes                              |
| SGG    | - <i>Satellite Gravity Gradient</i>                        |
| SGGSA  | - Subcomissão da Gravidade e do Geoide para América do Sul |
| SGP    | - Sistema Gravimétrico de Potsdam 1909                     |
| SGR    | - Sistema Geodésico de Referência                          |
| SGRI   | - Sistema Gravimétrico de Referência Internacional         |
| SGRR   | - Sistema Gravimétrico de Referência                       |
| SGV    | - Sistema Gravimétrico de Viena 1900                       |
| SIRGAS | - Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas       |
| SLR    | - <i>Satellite Laser Ranging</i>                           |
| SMP    | - Sistema de Maré Permanente                               |
| SNG    | - Superfície de Nível Global                               |
| SRT    | - Sistema de Referência Terrestre                          |
| SRTM   | - <i>Shuttle Radar Topography Mission</i>                  |
| SSH    | - <i>Sea Surface Height</i>                                |
| SST    | - <i>Satellite-to-Satellite Tracking</i>                   |
| SSTOP  | - <i>Sea Surface Topography</i>                            |
| SGGSA  | - Subcomissão da Gravidade e do Geoide para América do Sul |
| SVRA   | - Sistema Vertical de Referência Argentino                 |
| SVRB   | - Sistema Vertical de Referência do Brasil                 |
| SVRE   | - Sistema Vertical de Referência do Equador                |
| SVRG   | - Sistema Vertical de Referência Global                    |
| SVRL   | - Sistema Vertical de Referência Local                     |
| SVRN   | - Sistema Vertical de Referência Nacional                  |
| SVRNs  | - Sistemas Verticais de Referência Nacionais               |

|         |  |
|---------|--|
| TAI     | - Tempo Atômico Internacional                                    |
| TDO     | - Topografia Dinâmica do Oceano                                  |
| TNMM    | - Topografia do Nível Médio do Mar                               |
| UM-GGIM | - <i>United Nations Global Geospatial Information Management</i> |
| VLBI    | - <i>Very Long Baseline Interferometry</i>                       |
| WGS84   | - <i>World Geodetic System 1984</i>                              |

## SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>26</b> |
| 1.1      | ESTRUTURA DO TRABALHO.....  | 31        |
| 1.2      | JUSTIFICATIVA .....   | 32        |
| 1.2.1    | Objetivo Geral.....   | 33        |
| 1.2.2    | Objetivos Específicos .....                                       | 33        |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO CIENTÍFICA.....</b>                              | <b>35</b> |
| 2.1      | UM PLANETA DINÂMICO .....   | 35        |
| 2.2      | SISTEMAS E REDES GEODÉSICAS DE REFERÊNCIA .....                   | 36        |
| 2.3      | SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA (SVR).....                       | 37        |
| 2.4      | SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA LOCAL (SVRL).....                | 37        |
| 2.4.1    | Datum Vertical Local .....  | 37        |
| 2.4.2    | Redes Verticais de Referência Locais (RVRLs) .....                | 38        |
| 2.5      | O <i>INTERNATIONAL HEIGHT REFERENCE SYSTEM</i> (IHRs).....        | 42        |
| 2.5.1    | Componente geométrica do IHRs .....                               | 44        |
| 2.5.2    | Componente física do IHRs.....                                    | 45        |
| 2.5.3    | Convenções para a definição e realização do IHRs .....            | 45        |
| 2.6      | O <i>INTERNATIONAL HEIGHT REFERENCE FRAME</i> (IHRF) .....        | 45        |
| 2.6.1    | Convenções para a realização do IHRs .....                        | 46        |
| 2.7      | <i>GLOBAL GEODETIC REFERENCE SYSTEM</i> (GGRS).....               | 48        |
| 2.8      | <i>GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME</i> (GGRF) .....               | 48        |
| 2.9      | REDES GRAVIMÉTRICAS DE REFERÊNCIA (RGVR).....                     | 49        |
| 2.10     | SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA NA AMÉRICA DO SUL.....           | 50        |
| 2.11     | SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA DO EQUADOR (SVRE) .....            | 54        |
| 2.11.1   | O <i>Datum</i> Vertical Equatoriano (DVE).....                    | 55        |
| 2.12     | OS PROBLEMAS DE VALOR DE CONTORNO DA TEORIA DO<br>POTENCIAL ..... | 59        |
| 2.13     | OS PROBLEMAS DE VALOR DE CONTORNO DA GEODESIA (PVCG) ...          | 60        |
| 2.14     | SISTEMAS DE ALTITUDES .....                                       | 62        |
| 2.15     | SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE.....                                  | 63        |
| 2.16     | DATUM E SISTEMA GRAVIMÉTRICO DE REFERÊNCIA.....                   | 65        |
| 2.17     | SUPERFÍCIES DE NÍVEL .....  | 69        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 2.18     | A TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL.....  | 70         |
| 2.19     | A MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL (RTM – <i>RESIDUAL TERRAIN MODEL</i> ).....              | 72         |
| 2.19.1   | Modelos Digitais de Altitude (MDA) .....  | 73         |
| 2.19.1.1 | O MDA SRTM1 .....   | 75         |
| 2.20     | FONTES DE INFORMAÇÃO GRAVIMÉTRICA ORIUNDA DE PLATAFORMAS ORBITAIS E AEROTRANSPORTADA .....  | 76         |
| 2.20.1   | MISSÕES GRAVIMÉTRICAS .....   | 76         |
| 2.20.1.1 | Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) .....  | 78         |
| 2.20.2   | AEROGRAVIMETRIA .....   | 81         |
| 2.20.3   | ALTIMETRIA POR SATÉLITE .....   | 83         |
| 2.20.3.1 | Estimativa de erros na determinação de altitudes mediante análise de <i>crossover</i> ..... | 85         |
| 2.20.3.2 | Anomalias gravimétricas oriundas da altimetria por satélite.....                            | 86         |
| 2.21     | O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS (MMQ) .....  | 89         |
| 2.21.1   | Função de covariância .....   | 91         |
| 2.21.2   | Least Square Collocation (LSC).....   | 92         |
| 2.21.3   | Fast Collocation.....   | 94         |
| <b>3</b> | <b>ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE DADOS EXISTENTES E ASPECTOS DA MODELAGEM DO DVE.....</b>        | <b>99</b>  |
| 3.1      | REGIÃO DE ESTUDO .....  | 99         |
| 3.2      | O <i>SET</i> DE DADOS .....   | 100        |
| 3.2.1    | GNSS/nivelamento .....  | 100        |
| 3.2.2    | Gravimetria terrestre.....  | 102        |
| 3.2.3    | Gravimetria oceânica .....  | 103        |
| 3.2.4    | Aerogravimetria .....   | 106        |
| 3.2.5    | Anomalias da gravidade do modelo DTU15 .....  | 106        |
| 3.2.6    | Anomalias da gravidade do modelo WGM2012 ( <i>World Gravity Map 2012</i> ).....             | 107        |
| 3.3      | COMPATIBILIZAÇÃO DE SISTEMAS DE REFERÊNCIA .....  | 108        |
| 3.3.1    | Compatibilização dos Sistemas Geodésicos de Referência (SGRs) envolvidos.....               | 108        |
| 3.3.2    | Compatibilização do Sistema Gravimétrico de Referência.....                                 | 109        |
| 3.3.3    | Compatibilização do Sistema de Maré Permanente (SMP) .....                                  | 109        |
| <b>4</b> | <b>MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO GEOMÉTRICO .....</b>  | <b>110</b> |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.1      | FONTES DE INFORMAÇÃO .....   | 110        |
| 4.1.1    | Altitudes niveladas e elipsoidais-GNSS .....   | 110        |
| 4.1.2    | Modelos Globais de Geopotencial (MGGs) .....   | 110        |
| 4.1.3    | Modelos Digitais de Altitudes (MDAs).....  | 111        |
| 4.2      | MÉTODO GEODÉSICO PARA A ESTIMATIVA DA DISCREPÂNCIA DO<br>DATUM VERTICAL EQUATORIANO .....  | 112        |
| 4.2.1    | Cálculo das discrepâncias.....   | 116        |
| 4.2.2    | Abordagem dos Mínimos Quadrados para a estimativa do <i>bias</i> vertical do<br>DVE no espaço geométrico .....   | 119        |
| 4.2.2.1  | O conjunto de dados .....  | 122        |
| 4.2.2.2  | A superfície de referência global.....   | 123        |
| 4.2.3    | Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM).....   | 128        |
| <b>5</b> | <b>MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL MEDIANTE A<br/>SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG .....</b>   | <b>131</b> |
| 5.1      | ANOMALIAS DA GRAVIDADE OCEÂNICAS DO MODELO DTU15 .....   | 133        |
| 5.2      | ANOMALIAS DA GRAVIDADE OCEÂNICAS DO BGI .....  | 134        |
| 5.2.1    | Filtragem de outliers das anomalias da gravidade oceânicas do BGI<br>mediante comparação com anomalias do modelo DTU15.....                              | 134        |
| 5.3      | CÁLCULO DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE .....  | 140        |
| 5.3.1    | Filtragem de erros grosseiros das anomalias da gravidade mediante a<br>comparação com anomalias da gravidade do EGM2008.....                             | 142        |
| 5.4      | SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE.....  | 145        |
| 5.4.1    | Anomalias da gravidade residuais .....   | 146        |
| 5.4.2    | Modelagem do campo da gravidade residual mediante Colocação por<br>Mínimos Quadrados (CMQ).....  | 156        |
| <b>6</b> | <b>MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL MEDIANTE A<br/>SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG .....</b>  | <b>170</b> |
| 6.1      | DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE DERIVADOS DAS ANOMALIAS DO<br>MODELO DTU15 .....   | 171        |
| 6.2      | DISTÚRBIOS GRAVIMÉTRICOS DERIVADOS DAS ANOMALIAS DO<br>MODELO WGM2012.....   | 173        |
| 6.3      | REGISTROS DA GRAVIDADE OCEÂNICOS DO BGI .....  | 173        |
| 6.3.1    | Filtragem de <i>outliers</i> dos registros gravimétricos oceânicos do BGI mediante<br>a comparação com anomalias do modelo DTU15 melhoradas com RTM..... | 173        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 6.4      | CÁLCULO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE .....  | 180        |
| 6.4.1    | Filtragem de erros grosseiros dos distúrbios da gravidade mediante a<br>comparação com distúrbios da gravidade oriundos de MGGs melhorados com a<br>técnica RTM ..... | 184        |
| 6.5      | SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA COM O<br>GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 .....   | 199        |
| 6.5.1    | Distúrbios da gravidade residuais: GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 .....   | 199        |
| 6.5.2    | Modelagem do campo da gravidade residual mediante Colocação por<br>Mínimos Quadrados (CMQ). Solução dada para MGG GOCO_DIR_R5 ( $n=300$ ). ...                        | 203        |
| 6.6      | SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA CONSIDERANDO<br>TRUNCAMENTO DO GRAU DO MGG GOCO_DIR_R5 .....  | 212        |
| 6.6.1    | Distúrbios da gravidade residuais GOCON_DIR_R5, $n=200$ .....   | 213        |
| 6.6.2    | Modelagem do campo da gravidade residual mediante Colocação por<br>Mínimos Quadrados (CMQ). Solução dada para GOCO_DIR_R5 ( $n=200$ ) .....                           | 217        |
| <b>7</b> | <b>ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>   | <b>225</b> |
| 7.1      | DO MÉTODO GEOMÉTRICO PARA A ESTIMATIVA DO BIAS VERTICAL<br>.....  | 225        |
| 7.1.1    | Solução por mínimos quadrados para o método geométrico .....  | 226        |
| 7.2      | DA SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG PARA A ESTIMATIVA DO <i>BIAS</i><br>VERTICAL .....   | 229        |
| 7.3      | DA SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA A ESTIMATIVA DO <i>BIAS</i><br>VERTICAL .....  | 234        |
| 7.4      | ESTAÇÃO IHRF PARA O SVRE .....  | 238        |
| <b>8</b> | <b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>  | <b>243</b> |
| 8.1      | CONCLUSÕES .....  | 243        |
| 8.2      | RECOMENDAÇÕES .....   | 246        |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>   | <b>248</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Os Sistemas Verticais de Referência Nacionais (SVRNs) clássicos têm sido usados na determinação de altitudes e desníveis para aplicações em diversos aspectos das atividades humanas. Estes sistemas, em geral, estão referidos a *Data Verticais Locais* (DVLs) determinados, principalmente, a partir de observações da variação do nível do mar, valor este vinculado a uma época de referência. O nível de referência para as altitudes, desta forma determinado, é usualmente propagado no interior dos continentes mediante redes de nivelamento. Em épocas mais recentes, principalmente em decorrência da altimetria por satélites sobre os oceanos, adquiriu-se a convicção que a superfície associada ao Nível Médio do Mar (NMM) não materializa uma superfície equipotencial. A discrepância do NMM relativamente a uma superfície equipotencial a ele melhor ajustada, no sentido dos mínimos quadrados, é definida como a Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM). A TNMM em um *datum* maregráfico decorre das características físicas particulares de cada região onde situam-se os marégrafos e está associada principalmente a efeitos geostróficos e ressonâncias locais nas bacias costeiras (FOTOPOULOS, 2013); (MONTECINO et al., 2014). Pode atingir valores de até  $\pm 2$  metros em zonas com correntes oceânicas fortes e ao longo das costas (RUMMEL, 2012). Assim, os efeitos físicos locais e as variações temporais do NMM geram a não compatibilidade na determinação de altitudes por propagação de desníveis desde diferentes DVLs, afetando assim todas as funcionais associadas aos SVRNs clássicos (e.g. anomalias da gravidade; mapas geoidais). O processo de conexão de diferentes DVLs é sempre complexo e exige o estabelecimento de estratégias para a modelagem no espaço do geopotencial (HECK; RUMMEL, 1990) de funcionais (e.g. anomalias da gravidade) associadas aos DVLs, as quais, sofrem o denominado efeito indireto do DV (GATTI et al., 2012). Adicionalmente, deve-se considerar as diferenças de normas e procedimentos usados na determinação de cada DVL bem como na propagação das altitudes a partir deles ao longo das redes de nivelamento (RUMMEL, 2012). As altitudes determinadas a partir de diferentes DVLs só podem ser confrontadas para um mesmo ponto se consideradas as discrepâncias dos DVLs e das respectivas propagações, considerando-se aspectos físicos e erros inerentes às observações. Estas particularidades e a eliminação das incompatibilidades entre os SVRNs estão entre os principais objetos de investigação da Geodesia na atualidade.

Os sistemas de posicionamento por satélite como o extinto TRANSIT e os sistemas em operação tais como o GPS (EUA), GALILEO (Europa), GLONASS (Rússia) e o Beidou/COMPASS (China), e também aqueles em desenvolvimento tais como o IRNSS (Índia) e QZSS (Japão) (JIN et al., 2014), possibilitam o estabelecimento de Sistemas Geodésicos de Referência (SGRs). Estes SGRs têm características geométricas globais bem determinadas para o posicionamento horizontal e tridimensional. Eles podem atingir acurácias centimétricas ou melhores, inclusive permitindo a modelagem das variações temporais. Segundo XU (2013), acuradas e consistentes realizações dos Sistemas de Referência Terrestres (SRTs) são fundamentais para a execução de aplicações práticas no âmbito da Geodesia. Entre estas situam-se a implementação de redes geodésicas nacionais e regionais, posicionamento de precisão, Sistemas de Informação Geográfica, etc., como também aspectos correlatos ao *Global Geodetic Observing System* (GGOS) da *International Association of Geodesy* (IAG), bastante voltado ao suporte para pesquisas correlatas à mudanças globais associadas ao Sistema Terra (e.g., eventos geotectônicos, transporte de massas, variação do nível do mar, cargas estacionárias (e.g. efeito de maré permanente) e seculares (e.g. *Glacial Isostatic Adjustment* - GIA), dinâmica atmosférica (e.g. frentes meteorológicas), orientação da Terra no espaço).

O GGOS/IAG visa a infraestrutura geodésica necessária para o monitoramento do Sistema Terra e para o desenvolvimento de pesquisas sobre mudanças globais, considerando para isto os requerimentos de produtos em escala global (PLAG et al., 2009). No contexto do estudo de fenômenos regionais e planetários, uma referência única para as altitudes é um dos temas fundamentais estabelecidos pelo GGOS (KUTTERER; NEILAN, 2015), tal como consubstanciada pela resolução IAG #1 2015 (IAG, 2015).

Em vista das implicações das estruturas geodésicas nas atividades humanas, visando-se a consistência das informações e interoperabilidade em nível global, e reconhecendo a abordagem coordenada da IAG, as Nações Unidas dentro do contexto do UN-GGIM (*United Nations Global Geospatial Information Management*), estabelece ações orientadas ao desenvolvimento global da informação geoespacial. Estas ações foram consubstanciadas na Resolução A/RES/69/266 em 26 de fevereiro de 2015, cujo principal objetivo foi a breve descrição dos elementos chave do *Global Geodetic Reference Frame* (GGRF) como realização do *Global Geodetic Reference System* (GGRS). Dentro da estrutura mencionada, o GGRF tem como papel

fundamental o de facilitar a integração de diferentes observações geométricas e gravimétricas com o objetivo central de prover produtos e serviços confiáveis e de alta qualidade.

Em julho de 2015, a IAG estabeleceu em sua Resolução N° 1 o *International Height Reference System* (IHRs) definindo como seu *datum* a superfície equipotencial do campo da gravidade com geopotencial  $W_0 = 62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ . As coordenadas altimétricas primárias de pontos  $P_i$  referidas neste sistema são os números geopotenciais  $C_{Pi} = W_0 - W_{Pi}$ , dos quais podem ser derivadas as altitudes métricas necessárias às aplicações. Este aspecto insere-se como o *Theme 1 – Unified Height System* do GGOS (IAG, 2015). Esta Resolução desencadeou uma série de atividades no âmbito da IAG. Em 2016, a IAG estabeleceu a estrutura do GGRS como a ideal junção do *International Terrestrial Reference System* (ITRS) com o IHRs (IAG, 2016), de forma que a sua realização (GGRF) vincula-se à junção de estações do *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF) com estações do *International Height Reference Frame* (IHRF), realização do IHRs. Destaque-se que o IHRF está ora em estágio de estabelecimento de procedimentos e convenções. Estas atividades estão suportadas pelo *Working Group 0.1.2 on Strategies for the Realization of the IHRs* da IAG, estabelecido em fevereiro de 2016 e com desencadeamento de atividades em setembro de 2016, dentro do escopo do Tema 1 do GGOS. O IHRs permitirá a compatibilização da componente vertical com valiosa informação proveniente das tecnologias espaciais, como GNSS (*Global Navigation Satellite System*), DORIS (*Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite*), VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*), SLR (*Satellite Laser Ranging*), CHAMP (*Challenging Minisatellite Payload*), GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*), GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) e altimetria por satélites, utilizadas na análise e estudo da evolução temporal de fenômenos em escala global com precisões centimétricas e sub-centimétricas (SANTACRUZ; DE FREITAS, 2016).

Projetos continentais importantes têm entre seus objetivos alcançar a vinculação entre SVRNs e o SVRG (Sistema Vertical de Referência Global), agora dentro do estabelecido pelo IHRs. Para o caso da América do Sul, Central e o Caribe, o SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, Sub-Comissão-1.3b da IAG), com seu Grupo de Trabalho III (SIRGAS-GT-III), também busca aplicar uma estratégia para o estabelecimento de um sistema único com base na integração ao IHRs dos SVRNs (DE FREITAS, 2015).

Segundo os preceitos do GGOS, e para atingir o objetivo do SIRGAS da unificação dos DVs na América do Sul, os DVs clássicos têm que adaptar-se ao IHRs definido em termos do geopotencial. A homogeneização dos DVs clássicos envolve o cálculo das discrepâncias, em termos de geopotencial, entre as superfícies de nível a eles associadas e a do IHRs.

Um dos aspectos centrais do problema é a determinação da discrepância de cada DVL ( $W_{0i}$ ) em relação ao IHRs ( $W_0$ ) dada por (DE FREITAS, 2015):

$$\delta W_i = W_0 - W_{0i} \quad (1)$$

Uma referência global única, determinada por uma superfície equipotencial do campo da gravidade  $W_0$ , e materializada sobre um modelo geométrico (elipsóide de referência), abre a possibilidade da determinação de altitudes físicas inferidas com base em altitudes geométricas obtidas com GNSS, de forma independente de modelos geoidais (RUMMEL, 2012). A abordagem deste problema tem diversas facetas, entre as quais pode-se mencionar: a clara definição dos níveis de referência de cada rede vertical considerada, a época de referência do seu correspondente DV, sua relação atual com o IHRs, evolução do NMM com base na altimetria por satélites, gravimetria local associada ao nivelamento e altitudes oriundas da técnica de posicionamento global, gravimetria oceânica contígua ao DV, Modelos Digitais de Altitude (MDAs), e Modelos Geométricos da Superfície do Mar (*Sea Surface Height* - SSH). A diversidade de fontes de dados globais oriundas das plataformas orbitais fornece possibilidades sem precedentes com potencialidade para a vinculação ao *datum* vertical global.

O tema central do presente trabalho é a determinação da discrepância existente entre o DV do Equador (DVE) e o IHRs, na forma  $TNMM_{DVE} = \delta W_i / \gamma_i$ , onde  $\gamma_i$  é a gravidade normal no DV considerado, e  $\delta W_i$  corresponde à discrepância (*bias*) entre o DVL e o IHRs global em termos de geopotencial. Observe-se que o *bias* (*bias* é consagrado na terminologia internacional e por isto é o termo mais empregado neste trabalho) pode ser expresso também no espaço geométrico pela TNMM. Para tanto, o *bias* foi modelado pontualmente no DVE e também na região contígua ao *datum* com base em diferentes abordagens para a solução do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG). Estas abordagens são experimentais na medida que visam contribuir com o estabelecimento de metodologias para a implantação de

estações IHRF. Estas soluções foram desenvolvidas tanto na forma livre associada à superfície de referência da altimetria e com reduções de observações mediante simplificações, porém com correções buscando-se determinar os efeitos indiretos de informações em referenciais locais, quanto na forma fixada tendo como referência a superfície física da Terra, propiciando a independência de reduções de observações e sem vínculos a referenciais locais. A pesquisa buscou determinar a posição atual do *datum* original da Rede Vertical de Referência do Equador (RVRE), considerando duas superfícies de referência, uma delas materializada mediante a propagação de desníveis a partir do DVL e outra materializada em termos do geopotencial e com características globais. A modelagem do potencial anômalo ou perturbador na região do DVE, mediante as estratégias de solução livre e fixada do PVCG, possibilitou base consistente de modelagem e aprimoramento de valores estimados a partir de modelos globais existentes.

O cálculo de valores de geopotencial com base no PVCG com acurácia necessária à materialização do IHRS envolve certamente a disponibilidade de informações gravimétricas oriundas de observações *in situ*, buscando-se evitar ou minimizar os efeitos de reduções clássicas relacionadas com hipótese simplificativas da estrutura da crosta e além da consideração de altitudes em referenciais locais. A heterogeneidade das informações gravimétricas disponíveis na região de estudo, em termos de precisões, época de observação, sistema de marés, referencial gravimétrico, etc.; faz com que seja necessário realizar um cuidadoso tratamento dos dados antes de serem usados na modelagem do campo da gravidade local.

A modelagem dos longos e curtos comprimentos de onda do geopotencial é realizada com o aporte dos MGGs e MDAs respectivamente. Esta última considerando técnica de modelagem da topografia residual (*Residual Terrain Model* - RTM) a qual explora os comprimentos de onda da topografia omitidos nos MGS para determinar seus efeitos na modelagem do campo da gravidade. As observações gravimétricas e posicionais *in situ* complementam o espectro das informações, permitindo a geração de funcionais residuais que cobrem frequências não expressas pelos modelos. Isto decorre do fato que muitas vezes a quantidade de dados gravimétricos disponíveis é insuficiente para a modelagem do sinal omitido pelos MGGs (erro de omissão), sendo então necessário buscar técnicas apropriadas para potencializar o uso dos dados disponibilizados pelas missões espaciais e modelos globais. A técnica RTM, bem como a integração de informações gravimétricas derivadas dos satélites altímetros,

da aerogravimetria e de gravimetria oceânica, são algumas das estratégias aplicadas no caso de estudo do DVE e para a determinação dos valores de geopotencial associados aos pontos de interesse.

A evolução temporal do NMM e a caracterização do DVE são também aspectos importantes abordados nesta investigação. Assim, os registros maregráficos são de fundamental importância para realizar o monitoramento do nível do mar, no entanto, estas observações estão de forma geral afetadas por deslocamentos verticais da crosta que podem introduzir erros tendenciosos; observações GNSS contínuas vinculadas à posição do marégrafo, além da altimetria por satélite e modelos oceanográficos derivados trazem também possibilidades para discriminar este efeito nos registros maregráficos. Aspectos da variação temporal do geopotencial que se refletem em janelas de observações gravimétricas disponíveis para a missão GRACE são também discutidas no presente trabalho.

## 1.1 ESTRUTURA DO TRABALHO

Considerando a diversidade de aspectos envolvidos e os direcionamentos atuais da Geodesia em nível global vinculados à realização do *International Height Reference System* (IHRs), conforme apresentado na seção precedente, a sequência do presente trabalho foi estruturada na forma:

**Capítulo Introdutório (Cap. I)** onde são apresentados os principais argumentos que justificam a realização do trabalho de pesquisa e os objetivos propostos.

**Capítulo de Fundamentação Científica (Cap. II)** que envolve uma revisão do estado da arte relacionado com a temática das redes altimétricas dentro de uma perspectiva global em contraste com a visão clássica ainda vigente. Para tanto são envolvidos os fundamentos físicos dentro dos direcionamentos atuais e as estruturas de dados e modelos pertinentes ao problema de realização do denominado IHRs principalmente no aspecto de conexão física de diferentes *Data* Verticais com direcionamento aos aspectos vinculados ao *Datum* Vertical Equatoriano (DVE);

**Capítulo de Análise das Estruturas de Dados Existentes e Aspectos da Modelagem do DVE (Cap. III)** envolvendo uma descrição dos esforços de estabelecimento de uma base de dados a partir de observações existentes e de resgate para informações dispersas com a busca da complementação em vista das necessidades mais atuais de modelagem do geopotencial no DVE e nas regiões



adjacentes. Neste Capítulo os aspectos centrais são a delimitação do problema e estabelecimento de alternativas metodológicas para a análise e vínculo do DVE com o IHRS.

**Capítulos de Modelagem do DVE no Espaço Geométrico e no Espaço do Geopotencial (Cap. IV, V e VI)** com a estimativa da discrepância do DVE em relação a uma superfície global definida por MGGs, sendo a referência vertical local definida por referências de nível associadas com observações GPS. São apresentadas algumas estratégias distintas da solução do PVCG, possibilitadas pelas ferramentas atuais da Geodesia. Foram exploradas a forma escalar livre clássica com a consideração de anomalias da gravidade minimizando efeitos locais e a forma fixada com base em distúrbios da gravidade, independente de reduções. O aspecto central nestes capítulos é o da discussão dos distintos Sistema de Referência, reduções e Sistemas de Marés Permanentes envolvidos e suas compatibilizações.

**Capítulo de Resultados Obtidos e Análises (Cap. VII)** onde os resultados obtidos com a aplicação de distintas metodologias de solução do PVCG incluindo possíveis variações no resgate das informações das vizinhanças são apresentadas e analisadas. Assim, não só o potencial perturbador é analisado no DVE como também em regiões vizinhas. Aspectos correlatos às variações temporais passíveis de produzirem efeitos na Rede Vertical Fundamental do Equador (RVFE) são discutidos com base em análise de informações oriundas da gravimetria por satélites.

**Capítulo de Conclusões e Recomendações (Cap. VIII)** contém a síntese da análise dos principais resultados obtidos, tendo como ideia central os aspectos vinculados ao tratamento do DVE como sendo uma possível estação IHRF ora em discussão e em vias de estabelecimento. Neste particular buscou-se resgatar uma vez mais os padrões globais que já são considerados como aceitos e a partir dos resultados obtidos se estabelecer algumas recomendações a partir dos resultados e das discussões contempladas nesta tese.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Os SVRs clássicos referem-se, em geral, como no caso equatoriano, a uma estação maregráfica que registra as variações do Nível do Mar (NM) ao longo do tempo para a determinação do NMM reduzido para uma época de referência mediante o cálculo da média do período de observações. As características particulares dos

lugares onde estão instalados os marégrafos, produzem a incompatibilidade na realização de diferentes DVLs, uma vez que em cada local existem efeitos estéricos (contrastes locais de temperatura e salinidade, etc.) e geostróficos (efeitos dinâmicos locais, ressonâncias em bacias costeiras, etc.) que afastam o NMM de uma superfície equipotencial. Em consequência, as redes de nivelamento que têm como origem diferentes DVs podem apresentar discrepâncias que chegam até  $\pm 2$  metros (BOSCH, 2002). A solução do problema envolve a definição de um SVR global cujo *datum* seja materializado por uma superfície equipotencial do campo de gravidade terrestre com geopotencial  $W_0$ ; portanto, para vincular um DVL ao IHRs é necessário que o geopotencial  $W_i$  associado a cada DVL seja conhecido para confrontá-lo com  $W_0$ . O conhecimento da discrepância existente entre os DVLs e o Datum Vertical Global (DVG) permite a homogeneização dos SVRNs com o IHRs.

#### 1.2.1 Objetivo Geral

Vincular o DVE ao IHRs considerando a sua realização original e a modelagem de sua posição atual no espaço do geopotencial tendo em vista diferentes estratégias de solução do PVCG.

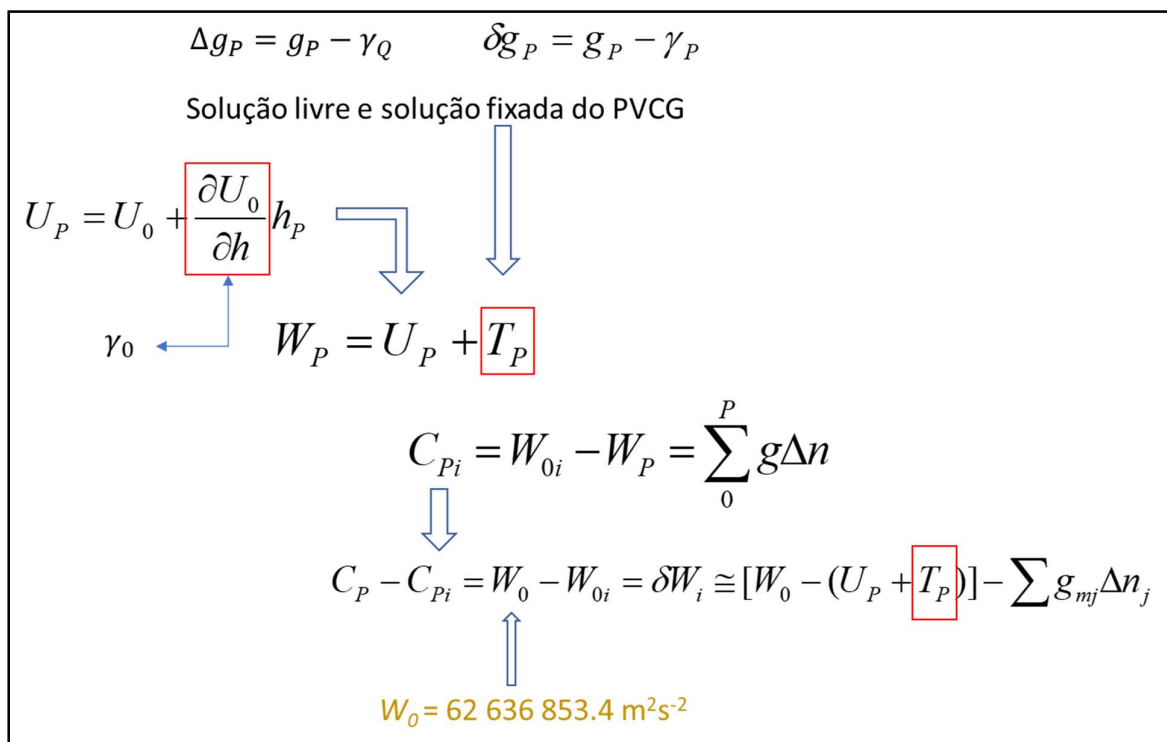
#### 1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) Caracterizar o estado atual do Datum Vertical do Equador de *La Libertad* em função dos níveis de referência históricos a ele associados;
- b) Estabelecer uma base de dados geométricos e gravimétricos envolvendo o entorno do DVE, tendo em vista o espectro de resoluções envolvido relativamente ao campo da gravidade;
- c) Explorar abordagens modernas para a solução do Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) com base na crítica de observações gravimétricas disponíveis e com o aporte de informações oriundas da altimetria por satélites, dos MDAs e de MGGs de forma independente do referencial local;
- d) Determinar o geopotencial no DVE no mesmo referencial do IHRs;

A síntese da abordagem contida nos objetivos é apresentada na FIGURA 1 que será devidamente esclarecida ao longo do trabalho.

FIGURA 1 - ESTIMATIVA DO POTENCIAL ANÔMALO PELA SOLUÇÃO LIVRE E FIXADA DO PVCG



## 2 FUNDAMENTAÇÃO CIENTÍFICA

### 2.1 UM PLANETA DINÂMICO

Diversos processos dinâmicos na Terra, devidos a forças internas e externas, acontecem na atmosfera, oceanos, glaciares, regiões continentais, e no interior planetário conforme ilustra a FIGURA 2. Estes processos estão principalmente relacionados com fenômenos como: terremotos, tsunamis, erupções vulcânicas, deformações tectônicas, deslizamentos de terra, degelo, aumento do nível do mar, inundações, desertificação, aquecimento global, entre outros. A crescente pressão antropogênica sobre os ecossistemas naturais faz com que muitos dos processos antes mencionados estejam influenciados por atividades humanas vinculadas com a constante e excessiva exploração de recursos naturais.

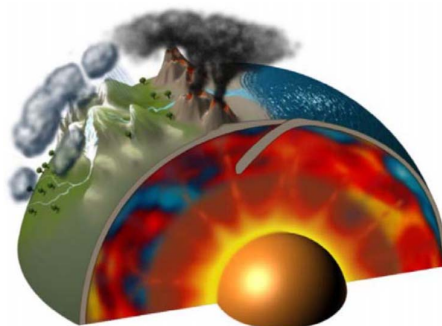
Sejam as mudanças do planeta causadas por fenômenos naturais ou de origem antrópica, a dinâmica do Sistema Terra poderá ser entendida somente dispondo de um conjunto de observações que caracterizem os processos dinâmicos do sistema. Estas observações não são necessárias unicamente para a execução de atividades vinculadas com o âmbito estritamente científico, senão também para a atuação no campo social, em atividades como: prevenção e mitigação de desastres, provisão de recursos, proteção da biosfera, ambiente e saúde humana, etc.

Visando a necessidade do monitoramento dos processos planetários dinâmicos, a IAG, mediante seu sistema de observação GGOS (estabelecido durante a XXIII Assembleia Geral da *International Union of Geodesy and Geophysics* (IUGG) em Sapporo no ano 2003), provê a infraestrutura necessária para o monitoramento do Sistema Terra e para pesquisas relacionadas com mudanças globais (PLAG; PEARLMAN, 2009).

O GGOS busca o entendimento do Sistema Terra com o objetivo fundamental de quantificar as mudanças planetárias espaciais e temporais. O referido sistema de observação global tem entre suas principais tarefas fornecer observações para o monitoramento, mapeamento, e compreensão de mudanças da figura, da rotação e distribuição de massas da Terra; estas observações abrangem as três componentes geodésicas fundamentais: forma, campo de gravidade e rotação da Terra, além de suas variações. O GGOS também tem a função de adequar a rede de referência

internacional como base para a mensuração e interpretação consistente dos processos chave associados com as mudanças globais (KUTTERER et al., 2012).

FIGURA 2- TERRA DINÂMICA



FONTE: Plag e Pearlman (2009)

## 2.2 SISTEMAS E REDES GEODÉSICAS DE REFERÊNCIA

Segundo Drewes (2009), os SGRs são necessários para que a diversidade de observações geodésicas e parâmetros estimados estejam referidos a uma base global única. Um SGR define constantes, convenções, modelos e parâmetros, que são a base para a representação matemática de grandezas geodésicas de carácter geométrico e físico. Neste contexto, o *datum* fixa inequivocamente a relação entre o SRG e as Redes Geodésicas de Referência (RGRs), as quais, materializam fisicamente os SGRs (i.e., materialização por marcos geodésicos) e matematicamente (i.e., determinação de parâmetros).

RGRs, com ordem de acurácia superior à magnitude dos fenômenos estudados e com consistência e confiabilidade global, são indispensáveis para o estudo, detecção e modelagem de mudanças em escala planetária. A existência de uma RGR global tal como o ITRF (materialização para dada época de um sistema de referência terrestre internacional tal com o ITRS), faz com que seja possível estudar e modelar fenômenos globais cujos processos afetam o campo de gravidade da Terra, a geometria da sua superfície e alteram seu movimento de rotação. A IAG, mediante a definição, realização, e manutenção do ITRS, garante a disponibilidade do ITRF geométrico com acurácia milimétrica (IHDE et al., 2017).

## 2.3 SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA (SVR)

Para o estudo de mudanças no campo de gravidade terrestre associadas com variações no nível do mar, deslocamentos de massas, processos associados com fluidos geofísicos, etc., é necessário disponibilizar uma rede de referência global com características físicas e equivalente ao ITRF (IHDE et al., 2017).

A determinação de altitudes e desníveis é um aspecto importante para o desenvolvimento de diferentes atividades humanas, principalmente relacionadas com o âmbito da engenharia, mapeamento e levantamentos, além do monitoramento de processos dinâmicos do Sistema Terra (PLAG; PEARLMAN, 2009).

## 2.4 SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA LOCAL (SVRL)

### 2.4.1 Datum Vertical Local

As altitudes para um Sistema Vertical de Referência Local (SVRL) são determinadas mediante nivelamento e considerando como referência (DVL) o NMM ou sua propagação no interior dos continentes, sendo os marégrafos um elemento chave neste contexto. Os marégrafos (aproximadamente 2000 no mundo) registram as marés oceânicas, e uma grande variedade de sinais que podem ser causados por variações seculares ou periódicas associadas a variações da pressão atmosférica (efeito do barômetro inverso), densidade, correntes oceânicas, ressonâncias costeiras, salinidade, expansão térmica, derretimento do gelo continental, e deslocamentos verticais da crosta na região na qual está localizado o instrumento de medição (PLAG; PEARLMAN, 2009).

As observações maregráficas realizadas durante alguns anos (idealmente 18,6 anos ou mais, sendo este valor associado ao período lunar) permitiam determinar o NMM Local (NMML); o NMML (ao contrário da definição clássica) apresenta variações temporais e vale apenas para o marégrafo em apreço (GEMAEL, 2012). Características particulares associadas à determinação do NMM em cada DVL originam discrepâncias entre SVRLs que podem atingir até  $\pm 2$  m, sendo este valor três ordens de grandeza maior do que a acurácia relativa de  $10^{-9}$  pretendida para o referenciamento (IHDE et al., 2010).

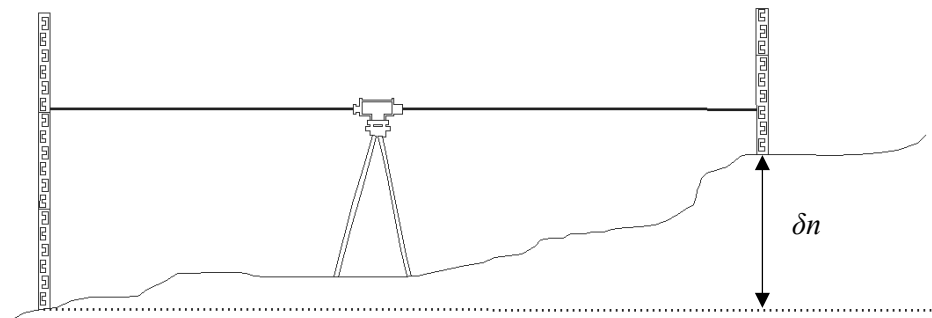
### 2.4.2 Redes Verticais de Referência Locais (RVRLs)

As RVRLs são estabelecidas para um país ou região mediante operações de nivelamento geométrico com finalidade geodésica objetivando materializar a referência vertical relativa ao DVL. O nivelamento geométrico geodésico (FIGURA 3) baseia-se na observação de desníveis sucessivos, em seções compostas por visadas em lances curtos, utilizando níveis opto-mecânicos ou opto-eletrônicos (nivelamento geométrico) e miras verticais os quais permitem precisões na ordem de até 0,00001 m em uma visada e determinação de desníveis com níveis modernos idealmente de até  $0,3 \text{ mm}(K)^{1/2}$  ao longo de linhas de nivelamento, onde  $K$  é a média da distância nivelada e contra nivelada em quilômetros. Na prática esta precisão é muito difícil de ser atingida. As RVRNs usualmente são estabelecidas com erros de fechamento de seções niveladas e contra niveladas e circuitos com a especificação de  $3 \text{ mm}(K)^{1/2}$  e atendendo à expressão empírica (VANICEK; KRAKIWSKY, 1986):

$$\sigma_H = 1,8 * 10^{-3} S^{2/3} \text{ metros}$$

Onde é expresso o desvio padrão das altitudes niveladas  $\sigma_H$  propagado em uma distância  $S$  (em quilômetros).

FIGURA 3 - NIVELAMENTO GEOMÉTRICO



FONTE: O autor (2017)

A magnitude dos erros é mantida dentro dos padrões desejados pelo uso de equipamento calibrado e mediante a execução de rigorosos procedimentos de observação (SCHOMAKER; BERRY, 1981). A materialização é efetivada com a propagação de desníveis para Referências de Nível (RNs) usualmente associadas às

seções niveladas, em geral com extensões de 0,5 a 3 km (TORGE; MÜLLER, 2012). Uma sequência de seções forma uma linha entre pontos nodais e, um conjunto de linhas forma circuitos que permitem o controle de erros de fechamento. Estas operações são efetivadas, em geral, ao longo de vias de comunicação terrestres. Para um país, é desejável que as RNs sejam instaladas com a maior abrangência territorial e buscando-se uma distribuição a mais homogênea possível. O nivelamento é uma atividade que demanda elevados investimentos econômicos e uma grande quantidade de recursos humanos. Em adição, preconiza-se que as redes de nivelamento devem ser re-observadas aproximadamente a cada 10 anos, especialmente em áreas com deslocamentos da crosta que podem atingir variações de altitude de  $\sim 1$  mm/ano ou mais (TORGE; MÜLLER, 2012). A complexidade do nivelamento geodésico aumenta em áreas de difícil acesso tais como em regiões montanhosas, em florestas, em regiões com recortes hidrográficos acentuados e ainda onde não se disponha de vias de comunicação terrestres.

Na prática, a acurácia do nivelamento de precisão depende de alguns fatores, erros de tipo aleatório propagam-se com a raiz quadrada do número de medições individuais, e erros sistemáticos propagam-se com a distância. O nivelamento geodésico moderno preconiza que se deva atender ao critério de fechamento de  $1,0 \text{ mm}(K)^{1/2}$  para o qual deve-se inclusive prever a correção de efeitos físicos determinados pelas variações do campo da gravidade ao longo das linhas e circuitos de nivelamento. Numa linha de nivelamento fechada, a soma algébrica de todas as diferenças de nível observadas ( $\delta n$ ), em geral não é rigorosamente zero ( 2 ) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

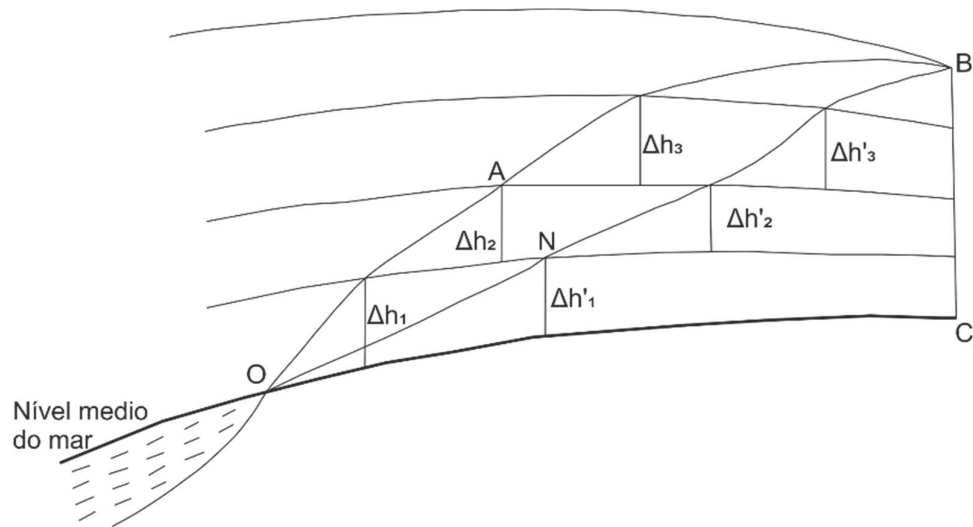
$$\sum \delta n \neq 0 \quad (2)$$

Por causa do não paralelismo das superfícies equipotenciais, os desníveis calculados dependerão do percurso seguido no nivelamento, sendo que para cada percurso seguido o desnível total determinado será diferente ( 3 ). Na FIGURA 4, o percurso de nivelamento OAB determinado pelos desníveis  $\Delta h$ , será diferente ao percurso ONB definido pelos desníveis  $\Delta h'$  (LU et al., 2014a).



$$\sum_{OAB} \Delta h \neq \sum_{ONB} \Delta h' \quad (3)$$

FIGURA 4 - NÃO PARALELISMO DAS SUPERFÍCIES DE NÍVEL



FONTE: Adaptado de Lu et al. (2014a)

Visando à determinação de desníveis de forma unívoca, devem ser associadas observações gravimétricas para determinar-se a gravidade média em cada seção de nivelamento. Com esta estratégia determina-se os números geopotenciais. O número geopotencial de um ponto  $P$  na superfície física da Terra, relativo a um DVL com geopotencial  $W_{0i}$ , conforme já discutido nas seções precedentes, é expresso por Sideris (2014):

$$C_{Pi} = W_{0i} - W_P = \int_{0i}^P g dn \cong \sum g_{mj} \Delta n_j \quad (4)$$

Onde  $g$  é o valor da gravidade em cada ponto,  $g_{mj}$  é o valor médio da gravidade em cada seção de nivelamento  $j$  (e.g.  $\sim 3\text{km}$ ) e  $\Delta n_j$  é a diferença de nível em cada seção.

As altitudes com significado físico são dadas a partir do número geopotencial como:

$$H_P^K = \frac{C_P}{G_m} \quad (5)$$

Onde  $G_m$  é um valor médio da gravidade que converte a coordenada primária  $C_P$  em uma altitude métrica  $H^K$  com significado físico. Estes aspectos serão retomados na seção Sistemas de Altitude ainda neste Capítulo.

O geopotencial  $W_P$  em um ponto pode ser desdobrado na soma do denominado esferopotencial ou potencial da gravidade normal  $U_P$  e o denominado potencial perturbador ou anômalo do campo da gravidade da Terra  $T_P$ . Então o geopotencial é dado por  $W_P = U_P + T_P$ . Deve ser destacado que  $U_P$  tem natureza regular e é totalmente determinado para uma dada altitude elipsoidal  $h_P$  a partir do esferopotencial do denominado elipsoide de nível ou modelo Terra Normal  $U_0$  definido para um SGR em função de seus semi-eixos maior e menor, respectivamente  $a$  e  $b$ , e da constante gravitacional geocêntrica  $GM$  na forma:

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left( 1 - \frac{1}{3}e'^2 + \frac{1}{5}e'^4 \right) + \frac{1}{3}\omega^2 a^2 \quad (6)$$

Sendo  $\omega$  a velocidade angular média de rotação da Terra e com:

$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} \quad (7)$$

e para um ponto qualquer:

$$U_P = U_0 + \frac{\partial U_0}{\partial h} h_P \quad (8)$$

O potencial perturbador caracteriza-se então como a parte anômala do geopotencial relativamente ao modelo Terra Normal. Este potencial  $T_P$  caracteriza-se por ter um valor muito menor que a parte regular representada pelo esferopotencial, podendo ser tratado como linear nos processos de determinação de uma série de funcionais do campo da gravidade a partir do denominado Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) como será discutido na seção 2.13. O potencial perturbador representa menos de 0,1% do potencial da gravidade. Assim aproximá-lo como linear seguramente afetará o valor da discrepância em limiar inferior a este 0,1 % e desta forma tratado dentro de uma aproximação linear não gera problemas.

## 2.5 O *INTERNATIONAL HEIGHT REFERENCE SYSTEM* (IHR)

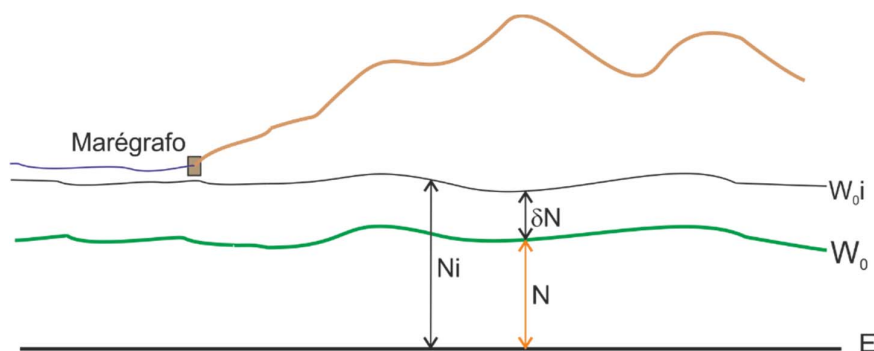
Em julho do ano 2015, durante a Assembleia Geral da IUGG, a IAG publicou a resolução para a definição do IHR. Segundo a resolução, a definição do IHR é dada em termos de parâmetros de geopotencial, sendo as coordenadas verticais números geopotenciais referidos a uma superfície equipotencial do campo de gravidade terrestre realizada por um valor convencional global  $W_0$ , os métodos utilizados para o cálculo de  $W_0$  são detalhados em Sánchez et al. (2016). O estabelecimento do IHR atende os requerimentos do GGOS, que segundo os seus termos de referência deve: (1) apoiar uma precisa (ao nível centimétrico) combinação de altitudes físicas e geométricas a escala global; (2) permitir a unificação dos DVLs existentes, e; (3) garantir coordenadas verticais com consistência global (a mesma acurácia em todo lugar) e estabilidade de longo período (a mesma ordem de acurácia em todo instante) (SÁNCHEZ; SIDERIS, 2017).

O IHR permitirá a unificação dos SVRL e como consequência o monitoramento com consistência global de fenômenos planetários como a mudança climática, elevação do nível do mar, variações (relacionadas com mudanças globais) na componente vertical da superfície terrestre e do campo da gravidade, entre outros aspectos relevantes. Considerando que as altitudes elipsoidais não são plenamente adequadas para o estudo de fenômenos relacionados com o campo de gravidade terrestre, as altitudes físicas do IHR (referidas a uma superfície de nível global), podem ser utilizadas em várias aplicações do âmbito científico e prático, como por exemplo: controle e prevenção de inundações, análise de circulação oceânica, pesquisas em regiões costeiras, etc. (IHDE et al., 2015). Destaque-se que séries temporais de altitudes elipsóidicas são atualmente amplamente empregadas para a modelagem de variações temporais e análise de fenômenos cíclicos e seculares em posições verticais.

O estabelecimento do IHR pressupõe o conhecimento das discrepâncias presentes entre os DVLs em relação a uma superfície de referência global. Estas discrepâncias, conforme já referido, podem implicar em TNMM de até  $\pm 2$  m (HECK; RUMMEL, 1990). A TNMM é causada por variações na pressão atmosférica (efeito do barômetro inverso), e pela Topografia Dinâmica do Oceano (TDO) relacionada com a circulação oceânica (TAPLEY, B.; KIM, 2001) que implicam em efeitos permanentes configurados pelo equilíbrio geostrófico. Cada DVL está referido a uma superfície

equipotencial particular ( $W_{oi}$ ) associada ao NMM no marégrafo numa determinada época.  $W_{oi}$ , em geral, não coincide com uma superfície equipotencial global  $W_0$  (FIGURA 5) (BOSCH, 2002).

FIGURA 5 - DISCREPÂNCIA DO DVL



FONTE: O autor (2017)

O IHRS, ao contrário dos SVRNs ou locais, dispõe de uma referência única (definida em função do campo da gravidade terrestre) para a determinação de altitudes físicas. A materialização do IHRS e a consideração dos aspectos implícitos GGRF implicam na modernização dos SVRNs de forma a permitir a determinação e combinação acurada de altitudes elipsoidais e de carácter geométrico, relativas ao elipsoide de referência, e as físicas obtidas a partir dos números geopotenciais e referidas ao geoide ou quase geoide (IAG, 2016).

A determinação de altitudes físicas no contexto de um IHRS pressupõe a definição de uma superfície de referência e cálculo de desníveis em função do geopotencial. Esta determinação necessita da combinação da componente física associada ao geopotencial e da componente geométrica associada ao modelo elipsoidal da Geodésia. O GGOS da IAG busca a integração global destas duas componentes. A IAG propõe a geometria, rotação e campo de gravidade terrestre como sendo os três pilares fundamentais da Geodésia; o principal objetivo do GGOS é portanto implementar um Sistema Global que seja capaz de determinar e monitorar as variáveis geométricas e físicas vinculadas a estas três componentes fundamentais (PLAG; PEARLMAN, 2009).

As coordenadas de um ponto localizado na superfície sólida da Terra são dadas por: (1) valores de geopotencial  $W(X)$  (e as suas mudanças no tempo  $dW(X)/dt$ ) definidos dentro do campo de gravidade da Terra, (2) coordenadas cartesianas  $X$  (e

as suas mudanças no tempo  $dX/dt$ ) referidas ao ITRS. Para propósitos práticos, os valores de geopotencial podem ser transformados em números geopotenciais  $C_P$  e as coordenadas geocêntricas em altitudes elipsoidais  $h$  (IHDE et al., 2017).

### 2.5.1 Componente geométrica do IHRS

A realização da componente geométrica do IHRS tem relação com o ITRS/ITRF, como referido na seção anterior. Um elipsoide de nível convencional é usado como superfície de referência ( $U_0 = \text{constante}$ ) e como coordenadas as altitudes elipsoidais ( $h$ ) referidas ao ITRS/ITRF.

Um SGR estabelece os parâmetros que definem o modelo Terra Normal, os parâmetros elipsoidais (constante gravitacional geocêntrica  $GM$ , o semieixo maior  $a$ , o fator dinâmico de forma  $J_2$  e a velocidade angular média de rotação da Terra  $\omega$ ) são atualizados quando novas e mais acuradas observações e modelos estão disponíveis.

Em 1967, a IUGG, a IAG e a *International Astronomical Union* (IAU) resolveram adotar como SGR o *Geodetic Reference System 1980* (GRS80) (MORITZ, 1980a) em substituição do *GRS67* (adotado em 1967 na Assembleia Geral da IUGG em Luzern). As convenções 2010 do *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (IERS) da IAG, fornecem uma lista de estândares numéricos e parâmetros associados e recomenda o uso do GRS80 para transformação de coordenadas (coordenadas cartesianas ITRF a coordenadas elipsoidais ITRF) (GÉRARD; LUZUM, 2010). O GRS80 também é utilizado amplamente nas projeções cartográficas, cálculo de anomalias gravimétricas e cálculo de altitudes normais.

Os parâmetros das convenções do IERS do ano 2010 representam os atualmente melhor estimados, estes parâmetros para o elipsóide de nível não têm mudado desde 2003. A TABELA 1 contém os parâmetros para o GRS80 e os parâmetros das convenções 2010 do IERS (IHDE et al., 2017).

TABELA 1 - PARÂMETROS ELIPSÓIDAI

| Parâmetros do Elipsoide                    | GRS80                        | Convenções do IERS 2010       |
|--|------------------------------|-------------------------------|
| $a$ (m)                                    | 6378137                      | 6378136,6 ** $\pm 0,1$        |
| $J_2$                                      | $108263 \times 10^{-8}$ *    | $108263,59 \times 10^{-8}$ ** |
| $GM$ ( $\text{m}^3 \text{s}^{-2}$ )        | 3986005                      | $3986004,418 \pm 0,008$       |
| $U_0 / W_0$ ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ) | 62636860,850                 | $62636856,0 \pm 0,5$          |
| $\gamma_e$ ( $\text{ms}^{-2}$ )            | 9,7803267715                 |                               |
| $\omega$ ( $\text{rad s}^{-1}$ )           | $7292115 \times 10^{-11}$    |                               |
| * Valor em <i>tide-free</i>                | ** Valor em <i>zero-tide</i> |                               |

FONTE: Ihde et al. (2017)

### 2.5.2 Componente física do IHRS

A componente física do IHRS tem que considerar uma superfície de referência física para a definição de altitudes. As diferenças de nível são estabelecidas em forma de números geopotenciais que podem ser convencionalmente transformados em altitudes ortométricas ou altitudes normais, segundo a superfície de referência usada: geóide ou quase geóide, respectivamente (DE FREITAS, 2015).

Segundo Sánchez e Sideris (2017), a rede de referência do IHRS deve incluir estações GGOS, marégrafos nacionais relacionados com valores de geopotencial, e pontos do ITRF. Cada estação IHRF deve ter conexão com o ITRF, preferencialmente com estações de monitoramento contínuo. Para que não seja necessário o uso de hipóteses na realização do IHRS, o potencial anômalo deve ser determinado com base no PVCG segundo a teoria de Molodensky em cada estação IHRF.

### 2.5.3 Convenções para a definição e realização do IHRS

As convenções para a definição do IHRS são (IAG, 2015):

- O nível vertical de referência é definido como uma superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre com valor de geopotencial  $W_0$ .
- Parâmetros, observações e dados devem estar referidos ao sistema *mean tide (mean crust)*.
- A unidade de medida é o metro e a unidade de tempo é o segundo (SI).
- A coordenada vertical de um ponto P conhecida como número geopotencial, é definida como a diferença do geopotencial do ponto ( $W_P$ ) e o geopotencial de referência ( $W_0$ ).
- A referência espacial da posição P para o potencial ( $W_P$ ), está referida as coordenadas do ITRF.
- O valor de geopotencial do nível de referência vertical para o IHRS é:  $W_0 = 62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ .

### 2.6 O INTERNATIONAL HEIGHT REFERENCE FRAME (IHRF)

A realização da componente física do IHRS deve ser efetivada em termos de valores do geopotencial e estar livre de hipóteses e ambiguidades. As coordenadas do IHRF são os números geopotenciais, sendo que a transformação dos números

geopotenciais em altitudes físicas e a vinculação geométrica da superfície de referência deve ser matéria da realização e não de definição. Isto é importante para se desvincular esta nova realização de geoides locais. Para a realização da componente física, é necessário a adoção de um  $W_0$ , determinação de valores locais de  $W_{0i}$ , e a determinação de suas diferenças que se traduzem na forma (IHDE et al., 2010):

$$\delta W = W_0 - W_{0i} \quad (9)$$

Esta discrepância é calculada mediante comparação do valor de  $W_0$  definido pela IAG e o geopotencial no ponto datum ( $W_0^j$ ), sendo que o  $W_0^j$  é calculado em função dos dados gravimétricos e valores normais vinculados ao GRS80. Geometricamente  $W_0^j$  guarda uma diferença de potencial relativamente a  $W_0$ . A distância geométrica entre as respectivas superfícies equipotenciais no ponto considerado é obtida dividindo-se a diferença de potencial pelo valor da gravidade normal para a latitude do ponto considerado.

Na sequência, na seção 2.13, adota-se como estratégia de cálculo desta discrepância alguns métodos para a solução do PVCG. Adicionalmente, destaca-se que  $\delta W$  inclui também as variações temporais das superfícies de referência envolvidas na determinação e, por tanto, deve estar vinculada a uma época de referência.

### 2.6.1 Convenções para a realização do IHRS

Segundo descrito por Ihde et al. (2017), o IHRS será realizado mediante a combinação de uma rede global de estações, um MGG e um conjunto de parâmetros. O estabelecimento do IHRF obedece às seguintes convenções:

- a) O geopotencial de referência  $W_0$ , é determinado mediante o cálculo de melhores estimativas. O procedimento seguido para a determinação de  $W_0$  deve ser documentado para que possa ser replicado.
- b) Um elemento fundamental do IHRF é um MGG. Segundo Rummel et al. (2014), a acurácia média esperada utilizando MGGs de alta resolução (e.g. EGM2008 (PAVLIS et al., 2012), ou EIGEN-6C4 (FÖRSTE et al., 2014)) para a estimação de quantidades do geopotencial, é de aproximadamente  $\pm 40$  a  $\pm 60 \text{ cm}^2\text{s}^{-2}$  ( $\pm 4$  a  $\pm 6 \text{ cm}$ ) em regiões com homogênea e densa distribuição de informação gravimétrica *in situ*,

e de aproximadamente  $\pm 200$  a  $\pm 400 \text{ cm}^2\text{s}^{-2}$  ( $\pm 20$  a  $\pm 40 \text{ cm}$ ), com casos extremos de  $\pm 10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$  ( $\pm 1 \text{ m}$ ), em regiões com distribuição esparsa de dados gravimétricos. A confiabilidade dos MGGs com grau de expansão em harmônicos esféricos superior a 300 decresce drasticamente em regiões com escassa densidade de informação gravimétrica. Adicionalmente, a aplicação de diferentes padrões, convenções e procedimentos para a estimação dos coeficientes harmônicos, faz com que existam grandes discrepâncias nas quantidades do geopotencial derivadas de diferentes MGGs. Neste contexto, e visando uma aproximação homogênea do campo de gravidade terrestre para a realização do IHRF, é recomendável a eleição de um MGG somente satélite, complementado com informação oriunda da altimetria por satélite, gravimetria aerotransportada, gravimetria terrestre e gravimetria oceânica.

c) A discrepância ( $-\Delta W_P$ ) em relação ao valor convencional  $W_0$  deve ser conhecida para uma rede de estações geodésicas.

d) A rede de referência da realização do IHRF deve seguir a mesma hierarquia da rede de referência do ITRF, i.e., uma rede global com densificações regionais e nacionais.

e) A rede IHRF deve ser colocada com: marégrafos (DVLs), pontos nodais das redes de nivelamento, referências de nível de conexão entre redes de nivelamento referidas a diferentes DVLs, estações de referência geométricas (ITRF e densificações), observações geodésicas fundamentais (conexão entre  $W_0$ , Tempo Atômico Internacional (TAI) e gravimetria absoluta).

As estações do IHRF, referidas nas convenções para a materialização do IHRF, têm que cumprir com as seguintes condições fundamentais:

- Estar continuamente monitoradas para detectar deformações da rede de referência.
- Estar referidas ao ITRS/ITRF para conhecer de forma acurada suas coordenadas geométricas.
- Estar conectadas por nivelamento com o DVL para conhecer com acurácia seus números geopotenciais.

O geopotencial ( $W_P$ ) deve ser estimado nas estações ITRF com uma acurácia de  $1 \times 10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$  mediante a combinação de um MGG com densificações gravimétricas *in situ*.



É necessário que a informação utilizada seja padronizada (sistema de maré, época de referência, campo da gravidade de referência para a solução do PVCG). A homogeneização dos referenciais será tratada nas próximas seções.

## 2.7 GLOBAL GEODETIC REFERENCE SYSTEM (GGRS)

A Assembléia Geral das Nações Unidas, mediante a resolução do *Global Geodetic Reference Frame for Sustainable Development (A/RES/69/266)* de 26 de fevereiro de 2015, reconhece a necessidade de estabelecer um marco de referência geodésico global acurado e estável para a Terra, que permita a integração das mensurações realizadas em qualquer lugar da Terra e no espaço. Este marco deverá combinar observações geométricas relativas à posição com grandezas relacionadas com o campo de gravidade terrestre (UNITED NATIONS, 2015).

O GGRS compreende componentes terrestres e celestes. A componente terrestre é uma referência comum para a geometria e o campo de gravidade da Terra, sendo que um ponto físico  $P$  tem uma correspondente coordenada  $\mathbf{X}$ , potencial do campo de gravidade  $W$ , altitude física  $H$  e vetor da gravidade  $\mathbf{g}$  (IAG, 2016).

A implementação do GGRS estabelece os seguintes preceitos:

- Para o ponto físico  $P$ , o potencial  $W_P = W(\mathbf{X})$  é avaliado na coordenada  $\mathbf{X}$  para o ITRS.
- A unidade de tempo é o segundo e a unidade de distância é o metro.
- Uma altitude física é a diferença  $-\Delta W_P$  entre o potencial da gravidade terrestre no ponto  $P$  ( $W_P$ ) e o potencial do elipsoide de nível  $W_0$ .
- O vector de gravidade  $\mathbf{g}$  é o gradiente do potencial do campo de gravidade terrestre.
- A geometria e a gravidade são funções implícitas do tempo.
- São necessários parâmetros fundamentais e convenções para o uso de modelos e procedimentos.

## 2.8 GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME (GGRF)

O GGRF sendo a realização do GGRS e mediante ponto físicos na superfície terrestre, satélites de órbita baixa, corpos celestes e parâmetros, permite descrever a geometria e a gravidade no tempo.

A rede global de pontos terrestres do GGRF abarca observatórios geodésicos fundamentais com todas as técnicas geodésicas (VLBI, SLR, GNSS, DORIS) co-localizados com instrumentos gravimétricos, permitindo a conexão entre  $X$ ,  $W$  e  $g$ . As estações terrestres do GGRF também incluem: marégrafos, pontos de referência vertical, e pontos com gravidade observada co-localizados quando possível com instrumentos geodésicos.

Os observatórios geodésicos fundamentais também incluem relógios (*time-keeping instruments*) estáveis e acurados e devem estar conectados com estações de referência do tempo (relógios óticos para a determinação de  $\Delta W$  – geodesia relativista) e estações gravimétricas de referência (IAG, 2016).

## 2.9 REDES GRAVIMÉTRICAS DE REFERÊNCIA (RGVR)

As redes gravimétricas constituem a referência para os levantamentos gravimétricos (em escala global, regional e local) e estão constituídas por estações com observações da gravidade de forma absoluta ou relativa. Nas redes gravimétricas nacionais, as estações devem estar distribuídas com espaçamentos de 10 km a 100 km dependendo do tamanho do país. Para o estabelecimento das estações gravimétricas devem ser consideradas condições de estabilidade relacionadas com as características geológicas, hidrológicas e microssísmicas do local.

Observações gravimétricas em escala nacional começaram a ser realizadas na segunda metade do século XIX, devido principalmente à crescente demanda da Geodesia e da Geofísica. Desde o século XX, densificações gravimétricas (baseadas em acuradas redes gravimétricas de referência) foram realizadas em alguns países com o objetivo da determinação do geoide (TORGE; MÜLLER, 2012). Atualmente, registros gravimétricos são utilizados em Geofísica e Geologia para a exploração do interior do planeta, para estudos relacionados com a oceanografia, arqueologia, engenharia e inclusive a física teórica. Adicionalmente, variações temporais da gravidade são úteis em estudos da Geodinâmica, e podem ser interpretadas para o reconhecimento de processos associados às características visco-elásticas do planeta (JOHANNES; SMILDE, 2009).

## 2.10 SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA NA AMÉRICA DO SUL

Os países da América do Sul têm concebido e materializado seus SVRs da forma clássica, sendo que os inconvenientes práticos e metodológicos, quando se trata de integrar informações oriundas de distintas RVFs, são conhecidos e já foram descritos anteriormente (Seção 2.3).

As possíveis alternativas para a definição de um SVR único para a América do Sul foram discutidas no Workshop do Grupo de Trabalho III do SIRGAS em Santiago do Chile no ano 1998. O projeto SIRGAS já definia então os componentes chave para a homogeneização dos SVRs dos países membros. A definição do SVR para América do Sul envolvia os seguintes temas: tipo de altitudes, a correspondente superfície de referência, a realização da respectiva rede vertical de referência e a manutenção do sistema de referência (DREWES et al., 2002).

Neste contexto e considerando as recomendações e diretrizes do SIRGAS, vários países da América Latina têm tomado iniciativas para a conexão das redes verticais, e mais recente integraram às suas iniciativas a vinculação com o IHRs. No caso do Brasil, algumas abordagens de conexão de redes verticais por estratégias terrestres e por satélite têm sido aplicadas.

As iniciativas brasileiras de modernização da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB) tiveram vários aportes pelo grupo do Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS) da Universidade Federal do Paraná, entre os quais são destacados os trabalhos:

- De Freitas et al. (1998) estabeleceu as estratégias do posicionamento geocêntrico do *Datum* Vertical Brasileiro de Imbituba (DVB-I) como pressuposto para o vínculo com outras redes verticais no continente. Os focos principais foram a recuperação das observações maregráficas e realização de experimento multiparamétrico junto ao DV. Foi buscado o estabelecimento de estação GPS e sua associação com o marégrafo além da introdução de modelagem de aspectos com implicações geodinâmicas no *situ*; incluindo efeitos de cargas diretas e indiretas das marés gravimétricas e oceânicas bem como das variáveis meteorológicas. Em 2000 esta estação GPS participou da campanha SIRGAS;
- De Freitas et al. (2002), aborda o problema da conexão das RVFs na América do Sul. Os principais problemas práticos relacionados com a conexão dos DVLs na América do Sul, principalmente relacionados com a falta de informação

gravimétrica, são discutidos. Segundo descrito no trabalho, a solução do problema deve considerar as particularidades dos SVRLs, dando ênfase no Datum Vertical, Sistema de Altitudes e Rede Vertical Fundamental. Para contornar os inconvenientes práticos e metodológicos na solução do problema, são propostas as seguintes estratégias: abordagem oceanográfica, altimetria por satélite associada com nivelamento geostrófico, gravimetria associada com posicionamento por satélite e solução do PVCG.

- O trabalho de Dalazoana (2006), caracteriza o Datum Vertical Brasileiro (DVB) dando ênfase ao estudo da sua evolução temporal introduzindo nos estudos informações oriundas da altimetria por satélite para a recuperação das tendências de variação temporal. Extenso trabalho de recuperação das redes de apoio à materialização local do DVB-I foi realizado e finalmente o DVB-I passou a contar com estação GNSS permanente associada. As análises, desde então, baseiam-se na determinação da variação do NMM no Porto de Imbituba e da posição geocêntrica do sensor maregráfico. Diversas alternativas orientadas à modernização do SVR do Brasil são apresentadas no trabalho de Luz (2008) com a pesquisa de estratégias para abordar o problema do SVR brasileiro (SVRB) no contexto da conexão dos SVRs da América do Sul segundo os preceitos do SIRGAS.

- Ferreira (2008) buscou a determinação da componente anômala do geopotencial junto ao DVB-I por determinação do potencial perturbador em superfície de laguna próxima, tendo por base o ajuste relativo da superfície equipotencial associada ao Sistema Lagunar de Imaruí ao MGG EGM96 e propagando este valor ao DV. Este estudo possibilitou uma primeira estimativa consistente da discrepância do DVB-I com uma referência global.

- Ferreira (2011) abordou a solução do PVCG da forma fixada tendo como superfície de referência a superfície física da Terra, envolvendo um grande segmento da RVRB nos estados de Santa Catarina, Paraná e São Paulo. O potencial perturbador foi determinado com base em gravimetria na região e em cerca de 200 RNs onde também foram determinadas altitudes elipsoidais com GPS. A metodologia empregada baseia-se no método de Brovar derivado da estratégia de Molodensky para a solução do PVCG livre. Este estudo possibilitou uma estimativa consistente da discrepância da RVRB com uma referência global no espaço do geopotencial.

- A RVRB caracteriza-se por possuir dois segmentos distintos, o principal referido ao DVB-I e um segundo referido ao marégrafo de Santana (DVB-S), no estado

do Amapá, ao norte do Rio Amazonas. Isto se dá pelas dificuldades de realização de redes de nivelamento convencionais na região. Uma primeira tentativa de conexão dos dois segmentos foi realizada por Montecino (2011) com base em dados de GNSS/NIV e Modelos Globais de Geopotencial (MGGs). O propósito deste estudo foi a conexão do SVRL com uma superfície de referência global (SRG) materializada por MGGs, tendo como insumos informação oriunda de registros GNSS/NIV e modelos oceanográficos derivados da altimetria por satélites.

- O trabalho de Palmeiro (2013) buscou explorar possíveis soluções livres e fixadas do PVCG junto ao DVB-I para a sua vinculação a uma referência global, na época o EGM2008. Neste contexto a autora explorou estratégias orientadas à integração de dados de múltiplas fontes visando a determinação da TNMM no DVB e do geóide/quase-geóide na região de estudo.

- Pereira (2009) iniciou o desenvolvimento de algumas estratégias para a conexão de redes verticais no espaço do geopotencial que foram consolidadas em 2013 com a conexão da RVRB com a RVR da Argentina. Métodos geométricos e físicos foram integrados para a solução.

- Ainda no caso brasileiro, Da Silva (2016) buscou a detecção de variações do NMM e de deslocamentos da crosta no local adjacente ao DVB (Imbituba) mediante a integração de registros maregráficos, séries GNSS, modelos de velocidade e altimetria por satélites. Um dos aspectos primordiais envolvidos foi o do posicionamento geocêntrico do marégrafo com base em séries GNSS. Diversos aspectos correlatos a efeitos locais no posicionamento GNSS foram considerados, tais como: efeitos indiretos das marés oceânicas e efeitos meteorológicos além de estratégias fiduciais para o posicionamento com grande implicação na abordagem do processamento.

- O trabalho de Montecino et al. (2014), explora o afastamento da RVF do Chile (RVFCH) em relação a uma superfície de referência definida por MGGs e mediante o determinação da *Mean Dynamic Topography* (MDT) baseada em modelos oceanográficos e de geopotencial globais. As duas abordagens, geodésica e oceanográfica respectivamente, são utilizadas com a finalidade de calcular a discrepância existente entre a referência vertical local para as altitudes e uma referência global modelada por fontes de dados oriundos das missões de satélite.

Outras ações estão em curso na América do Sul. Entre elas situam-se:

- Sánchez e Martínez (2002) já destacavam a importância do estabelecimento de um novo SVR colombiano (SVRC), o qual esteja baseado na combinação de altitudes niveladas, informação gravimétrica, registros oriundos do *Global Positioning System* (GPS) e do cálculo de um quasegeoide local. A modernização do SVRC permitiria compatibilizar altitudes físicas e geométricas com o fim de serem utilizadas em projetos de engenharia, cadastro, mapeamento, e outras aplicações.

- No caso do SVR argentino (SVRA), o Grupo de Trabalho “*Geopotential Origin*” foi criado em dezembro do ano 2000 pelo comitê nacional da IUGG para coordenar as atividades nacionais orientadas ao estabelecimento de um novo SVRA e para interatuar com o Grupo de Trabalho III do SIRGAS. A contribuição feita por Pacino et al. (2007) descreve os principais resultados obtidos no marco destas atividades.

- A Argentina mediante o seu Instituto Geográfico Nacional (IGN) e no marco da unificação das RVFs no contexto SIRGAS, iniciou no ano 2010 o projeto para o estabelecimento de um novo SVRN. Com este objetivo, o ajustamento por mínimos quadrados da RVF foi realizado mediante o cálculo de desníveis geopotenciais entre os nós que formam a rede e a correção dos erros de fechamento dos polígonos correspondentes. Após o cálculo dos números geopotenciais nos nodos, estes foram calculados também nas Referências de Nível (RNs) para o posterior cálculo de altitudes ortométricas (PIÑÓN et al., 2016).

- A compatibilização do SVRN argentino com o IHRS deverá ser realizada mediante o cálculo da discrepância em termos do geopotencial entre os dois SVRs. A determinação do *bias* para o DV argentino foi realizada segundo duas abordagens. A primeira realiza um ajustamento por mínimos quadrados para o cálculo de  $W_0$  do DVL baseado em equações de observação que envolvem altitudes ortométricas de Helmert ( $H$  - Helmert) e valores de geopotencial ( $W$ ) oriundos do EGM2008. A segunda abordagem baseia-se no cálculo de diferenças entre altitudes geoidais do EGM2008 e as correspondentes grandezas provenientes de GNSS/niv (TOCHO; VERGOS, 2016).

- Atividades encaminhadas à modernização do SVR do Uruguai têm sido desenvolvidas atendendo as recomendações do Grupo de Trabalho III do SIRGAS. Neste contexto, o *Servicio Geográfico Nacional* tem executado ações orientadas ao

cálculo de desníveis geopotenciais, ajustamento dos desníveis geopotenciais na rede de primeira ordem, e cálculo de números geopotenciais nas linhas de nivelamento de primeira e segunda ordem (SUÁREZ et al., 2016).

- Trabalhos internacionais também têm sido desenvolvidos, como por exemplo o realizado por Hernández et al. (2002) no marco do projeto SIRGAS 2000, as redes de controle vertical da Venezuela, Brasil e Colômbia foram conectadas por nivelamento e determinação de altitudes elipsoidais, combinando estas medições com o geoide global oriundo do modelo de geopotencial EGM96. Outro projeto multinacional para a unificação de redes verticais foi executado visando a conexão do SVR do Brasil (SVRB) com o SVR argentino (SVRA), este trabalho foi realizado com base em nivelamento geométrico e gravimetria, considerando adicionalmente a integração de observações GNSS sobre Referências de Nível (posicionamento GNSS associado com nivelamento - GNSS/NIV) com um MGG (GOMEZ et al., 2016).

- Sánchez (2011), caracteriza os SVRs na América do Sul, apresentando os principais aspectos relacionados com sua definição e realização. As inconsistências existentes entre os SVRs da região, são explicadas em função das discrepâncias entre as referências verticais locais, erros sistemáticos no nivelamento, diferenças de normas e procedimentos para as reduções gravimétricas e deslocamentos verticais nas RVFs. Em relação à unificação dos DVLS na região, são detalhadas possíveis soluções metodológicas, orientadas à realização do  $W_0$  como referência única para o SVR do SIRGAS (SVRS).

- Entre as contribuições mais atuais, está o trabalho de De Freitas S.R.C. (2015) onde o autor aborda a temática da unificação dos SVRs na América Latina e Caribe desde uma visão atual. Os SVRNs na América do Sul são caracterizados, e os principais problemas a serem resolvidos para a sua unificação são apresentados no marco dos preceitos estabelecidos pela IAG para a conexão dos SVRN com IHRs. Adicionalmente, são discutidas estratégias viáveis e ferramentas modernas para o estabelecimento do SVRS.

## 2.11 SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA DO EQUADOR (SVRE)

No caso do Equador, escassos estudos relacionados com os aspectos de definição e realização do Sistema Vertical de Referência do Equador (SVRE) têm sido reportados. Entre os relatórios divulgados tem-se o trabalho *Determinación del Datum*

*Vertical de La Libertad, Ecuador* (PAREDES, 1986), no qual apresentam-se os antecedentes e o contexto em que surgiu a necessidade de se estabelecer um mareógrafo no território continental equatoriano para referir as altitudes; além disso é apresentada uma breve análise dos dados mareográficos e os procedimentos usados para a determinação do nível médio do mar (NMM). Estas determinações foram realizadas envolvendo 10 anos de observações para o período 1950 – 1959, 19 anos de observações para o período 1949 – 1967, e 36 anos de observações para o período 1948-1984.

Posterioriores determinações do NMM no DVE tem sido realizadas pelo *Instituto Oceanográfico de la Armada* (INOCAR); no trabalho de Alavera e Nath (2013) apresenta-se a metodologia para a determinação do NMM correspondente ao período de observações 1988 - 2009. Considerando esta nova determinação como sendo a origem da RVRE, no ano 2010 foi realizado o ajustamento preliminar da Rede de Controle Vertical (RCV) como apresentado por Carranco (2010).

Estudos orientados à determinação de uma superfície de referência para as altitudes físicas no SVRE têm sido desenvolvidos como projetos de pesquisa. Entre estes trabalhos encontram-se o cálculo e interpolação de anomalias da gravidade (TIERRA et al., 2003), cálculo de anomalias de Bouguer (KIRBY, 2007), determinação de altitudes geoidais residuais (JIJÓN, 2008), obtenção de modelos geoidais mediante interpolação por mínimos quadrados por colocação (ECHEVERRÍA, 2010), e por técnicas de inteligência artificial (CARRIÓN, 2013).

Adicionalmente, uma primeira aproximação ao ajustamento da RVFE mediante o cálculo de números geopotenciais foi realizada no trabalho de Coyago (2010).

### 2.11.1 O *Datum* Vertical Equatoriano (DVE)

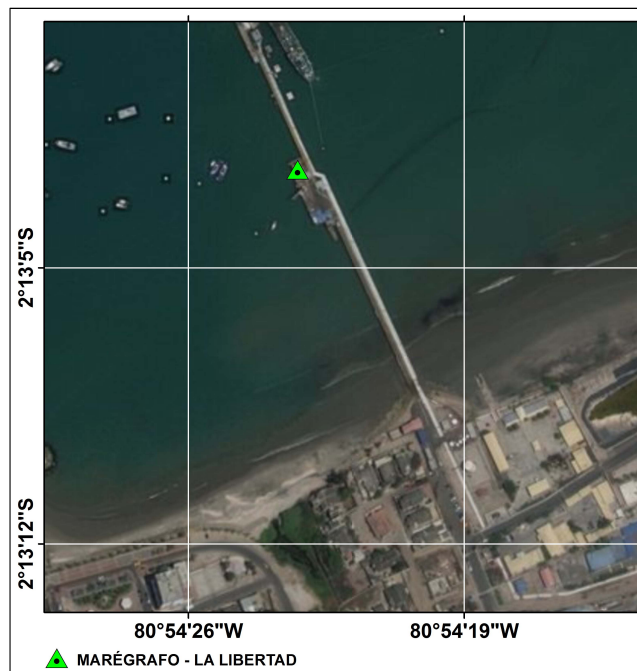
No ano de 1932 foi criado o *Servicio Hidrográfico de Faros y Boyas* (atualmente INOCAR) para a realização e edição de cartas náuticas e dos levantamentos hidrográficos, e desde 1970 é responsável pelo controle e manutenção da estação maregráfica *La Libertad* (DVE) cuja localização no porto *La Libertad* (Província de Santa Elena) pode ser observado na FIGURA 6. O INOCAR é o responsável pelo nivelamento periódico da régua de marés, manutenção do sensor mareográfico e de realizar as respectivas leituras (PAREDES, 1986).



O marégrafo (FIGURA 6), foi instalado no terminal petroleiro *La Libertad* em 24 de outubro de 1948 pelo Instituto Geográfico Militar do Equador (IGM-EC) com a colaboração do *Inter American Geodetic Survey* (IAGS).

A primeira determinação do NMM foi realizada no início da década de 1960, segundo a informação dos registros maregráficos horários do período 1950-1959. As redes de nivelamento geométrico estabelecidas posteriormente materializaram esta determinação e conformaram a RVFE. Até o ano 1999 os registros eram coletados a cada hora, posteriormente os registros foram coletados a cada cinco minutos. (ALAVERA; NATH, 2013).

FIGURA 6 – LOCALIZAÇÃO DA ESTAÇÃO MAREGRÁFICA - LA LIBERTAD

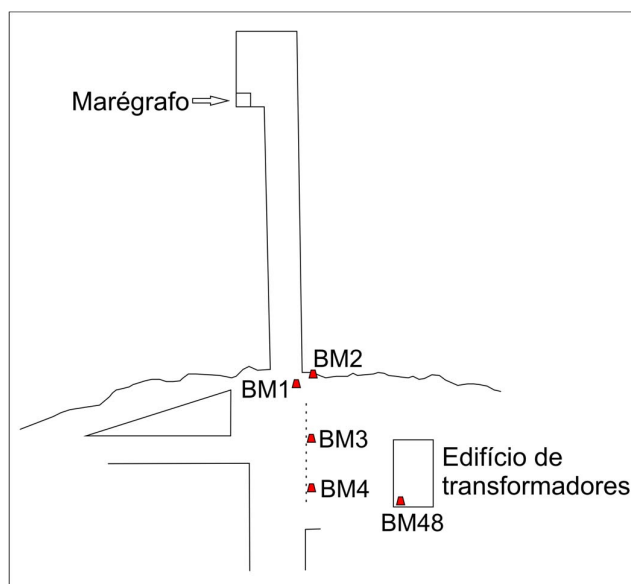


FONTE: Adaptado de *World Imagery Map* (2017)

A RN de controle (*Interamerican Geodetic Survey* - BM48, na posição: 02°13'13" S; 80° 54' 16" O) da régua do marégrafo foi instalada também no ano 1948 (FIGURA 7), e era utilizada como a referência de nível quando se realizava uma troca de régua.

A TABELA 2 mostra as modificações que aconteceram até o ano 1981 na posição da régua instalada em 1948, segundo consta no relatório de Paredes (1986):

FIGURA 7 - MARÉGRAFO E REFERÊNCIAS DE NÍVEL ASSOCIADAS



FONTE: Adaptado de Paredes (1986)

TABELA 2 - CORREÇÕES À RÉGUA - MARÉGRAFO LA LIBERTAD

| Época Inicial | Época Final | Correção (m) |
|---------------|-------------|--------------|
| 24/10/1948    | 15/01/1955  | 0,00000      |
| 15/01/1955    | 21/11/1957  | -0,01355     |
| 21/11/1957    | 28/04/1958  | -0,04155     |
| 28/04/1958    | 20/07/1960  | + 0,46045    |
| 20/07/1960    | 02/08/1965  | +0,35996     |
| 02/08/1965    | 25/02/1970  | +0,45615     |
| 25/02/1970    | 19/02/1971  | +0,35845     |
| 19/02/1971    | 29/11/1972  | +0,54395     |
| 29/11/1972    | 09/05/1981  | +0,53645     |
| 09/05/1981    | 01/01/1984  | +0,40195     |

FONTE: Paredes (1986)

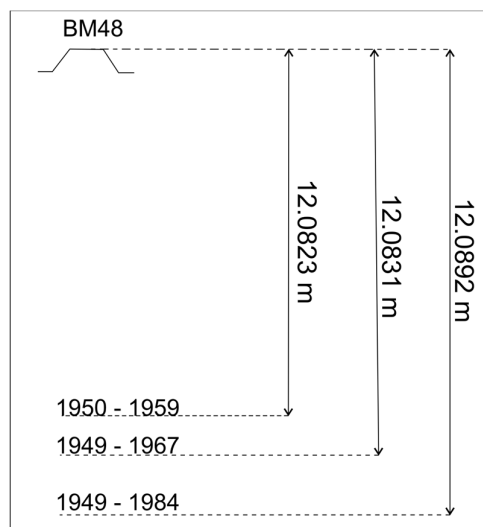
Segundo reportado no relatório de Paredes (1986), além da determinação do NMM realizada para o período 1950 – 1959, mais duas determinações foram realizadas até a publicação do relatório. Desta forma, a BM48 estava localizada 12,0823 m acima da referência do NMM determinado para o período 1950 – 1959 (época de referência I), 12,0831 m acima da referência correspondente ao período 1949 – 1967 (época de referência II), e 12,0892 m a cima do NMM determinado para o período 1949 – 1984 (época de referência III) (FIGURA 8).

Das três determinações do NMM realizadas e reportadas pelo INOCAR até o ano 1986, registra-se que existem variações de ordem milimétrica (TABELA 3) (PAREDES, 1986).

TABELA 3 – VARIAÇÃO DO NMM PARA AS TRÊS ÉPOCAS DE REFERÊNCIA

| Época de referência  | Variação (mm) |
|----------------------|---------------|
| Época I → Época II   | 0,8           |
| Época I → Época III  | 6,9           |
| Época II → Época III | 6,1           |

FIGURA 8 - COTAS DA BM48 PARA AS TRES ÉPOCAS DE REFERÊNCIA



FONTE: Adaptado de Paredes (1986)

Conforme os valores da TABELA 3, observa-se que o NMM apresenta uma tendência decrescente para as observações do nível do mar até o ano 1984.

Embora originalmente a RVFE tenha sido implementada considerando como origem a determinação do NMM para a época I, e materializada na BM48, no ano de 2010 o IGM-EC realizou o ajustamento preliminar da RCV adotando como origem da rede a determinação do NMM realizada para a época de observação 1988 – 2009 (Época IV) e materializando a referência vertical na BM03 (FIGURA 7). A BM03 (FIGURA 9), considerada atualmente como a origem da RVFE (referência de nível fundamental da RVFE) está localizada 6,2707 m acima do NMM (Época IV) (FIGURA 9). As referências de nível da RVFE são propagadas mediante campanhas de nivelamento geométrico realizadas pelo IGM-EC (ALAVERA; NATH, 2013).

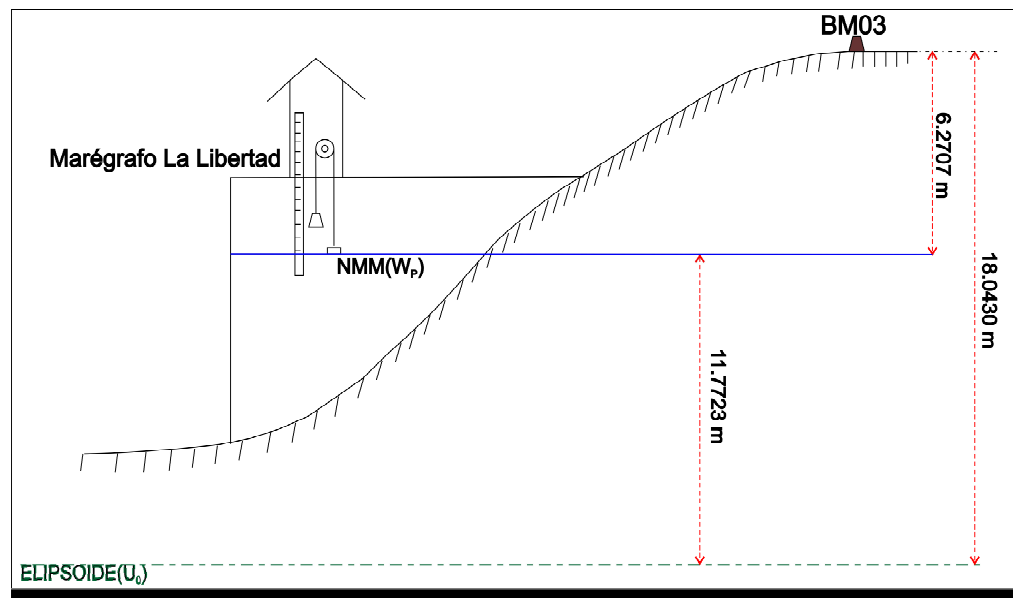
O cálculo da discrepância do DVE em relação ao DVG (convencionado pela IAG para o estabelecimento do IHRF) mediante a solução do PVCG da forma livre e fixada (Seções 5 e 6), será realizado considerando a BM03 (FIGURA 9) como ponto de cálculo. As coordenadas da BM03 (observação realizada pelo IGM antes do terremoto acontecido em 16 de abril de 2016), referidas ao SIRGAS 95 e época de

referência 1995.4, são apresentadas na TABELA 4 (IGM-EC, 2013). A BM03 foi afetada pelo terremoto que aconteceu em 16 de abril de 2016, com epicentro nas proximidades do DVE, e com magnitude 7,8 na escala sismológica de Richter. Os cálculos desenvolvidos neste trabalho foram realizados considerando as grandezas pré-sísmicas, e, portanto, o deslocamento no datum produto do evento sísmico deve ser levado em conta para futuros cálculos e aplicações. Este fato influi, certamente, na modelagem da evolução temporal do DVE.

TABELA 4 - COORDENADAS DA BM03

|                          |                 |
|--------------------------|-----------------|
| <b>Latitude (°)</b>      | - 2°13'10,1178" |
| <b>Longitude (°)</b>     | -80°54'19,4667" |
| <b>h (m) – tide free</b> | 18,112          |
| <b>h (m) – mean tide</b> | 18,043          |

FIGURA 9 – PRINCIPAIS NÍVEIS DE REFERÊNCIA ASSOCIADOS AO DVE (BM03)



FONTE: O autor (2017)

## 2.12 OS PROBLEMAS DE VALOR DE CONTORNO DA TEORIA DO POTENCIAL

Mediante a solução dos PVC da teoria do potencial, se busca em princípio a imposição de condições de contorno para dar solução à determinação de potenciais para qualquer ponto no interior ou exterior da superfície de contorno  $S$  (KELLOGG, 1967).

Segundo Heiskanen e Moritz (1985), existem três problemas fundamentais da teoria do potencial. O primeiro PVC da teoria do potencial ou problema de Dirichlet, busca a determinação de uma função harmônica  $V$  (condição esta satisfeita pela nulidade do seu Laplaciano) dentro ou fora de uma superfície arbitrária  $S$ , a partir dos valores do potencial sobre esta superfície.

Quando a derivada normal da função harmônica  $\partial V / \partial n$  (derivada na direção normal exterior à superfície de contorno) sobre  $S$  é conhecida, o segundo PVC ou problema de Neumann, busca determinar a função em qualquer região do espaço onde possa ser considerada harmônica.

Para o terceiro PVC da teoria do potencial, ou problema de Robin, são conhecidas a função harmônica e sua derivada normal ( $\partial / \partial h$ ) sobre a superfície de contorno  $S$ , e busca-se determinar por combinação linear a função em qualquer região do espaço onde possa ser considerada harmônica.

## 2.13 OS PROBLEMAS DE VALOR DE CONTOURNO DA GEODESIA (PVCG)

Os PVC da teoria do potencial aplicados à Geodésia Física são usados para a determinação do potencial gravitacional  $V$ , considerado como uma função harmônica.

O PVC de Dirichlet é adotado dentro da teoria de Molodensky para a solução do denominado PVCG, considerando como superfície de contorno a superfície física (SF) da Terra e fazendo a determinação do geopotencial em um ponto  $P$  da SF como  $W_P = U_Q$ . Neste particular  $U_Q$  é o esferopotencial do elipsoide de nível no ponto  $Q$  o qual situa-se sobre a mesma normal ao elipsoide de nível que passa pelo ponto  $P$ . Para um conjunto de pontos  $P_i$  na superfície física existirão, portanto, correspondentes pontos  $Q_i$ . O conjunto de pontos  $Q_i$  geram uma superfície denominada teluroide. A distância normal de um ponto do teluroide ao correspondente  $P_i$  na SF é definida como anomalia de altitude  $\zeta_i$ . Esta mesma anomalia de altitude plotada sobre a normal, a partir do elipsoide de referência gera o denominado quase-geoide (FIGURA 10). A grandeza fundamental envolvida na solução é a denominada anomalia da gravidade de Molodensky (ou anomalia de superfície) dada por  $\Delta g_M = g_P - \gamma_Q$ .

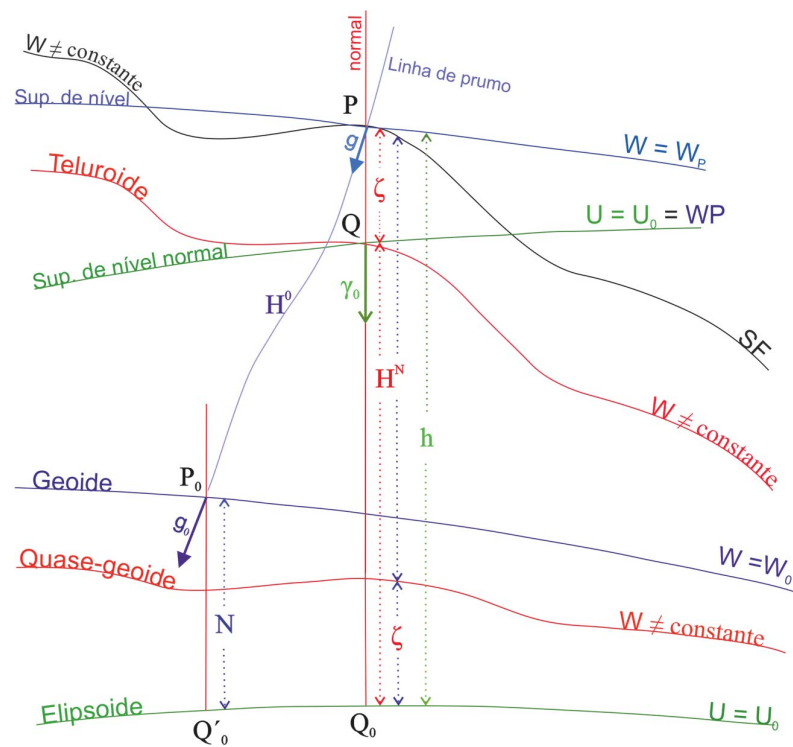
O PVCG de Neumann é aplicado quando conhecida a derivada na direção normal do potencial gravitacional. A solução do PVCG de Neumann pode ser dada no âmbito da determinação clássica do geoide com base nas anomalias da gravidade dadas por  $\Delta g_{geoide} = g_{geoide} - \gamma_{elipsoide}$  claramente dependente de reduções arbitrárias,

ou também em soluções modernas ditas fixadas na superfície física da Terra, com base na teoria de Molodensky aplicando a condição de contorno na superfície física da Terra:

$$\frac{\partial T_P}{\partial n} = -\delta g_P \quad (10)$$

Onde  $\delta g_P = g_P - \gamma_P$  é o denominado distúrbio da gravidade no ponto  $P$  na superfície física da Terra, sendo esta, agora, a grandeza fundamental para os cálculos, a qual independe totalmente de reduções arbitrárias.

FIGURA 10 - SUPERFÍCIES E LINHAS DE REFERÊNCIA



FONTE: Adaptado de Sánchez (2013)

O problema de Robin (terceiro PVCG), pode ser aplicado para a determinação do geóide em regiões oceânicas, mediante o cálculo iterativo do potencial perturbador e de dados gravimétricos sobre o oceano.

## 2.14 SISTEMAS DE ALTITUDES

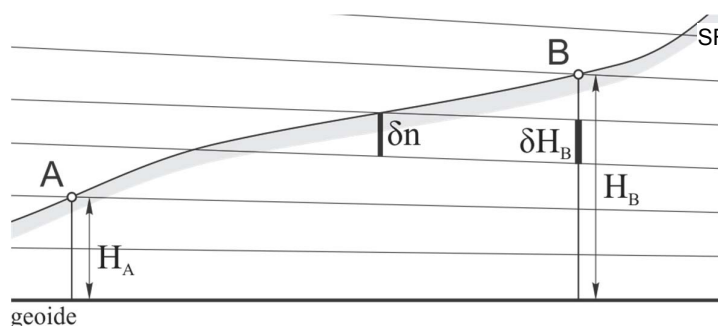
A altitude de um ponto na superfície terrestre pode ser determinada mediante diversos processos referidos como nivelamento (e.g. nivelamento geométrico, nivelamento trigonométrico, posicionamento GNSS, nivelamento relativístico, ...). Para isto são necessárias uma superfície de referência e uma linha ao longo da qual a altitude seja considerada. As características da superfície e a linha de referência (definidas de forma física ou geométrica), determinam os sistemas de altitudes (LU et al., 2014a); (MÜLLER; FLURY, 2016). No entanto, a forma ainda predominante de nivelamento associada a altitudes com significado físico, referidas às superfícies equipotenciais (ou de nível) do campo de gravidade da Terra, é o nivelamento geométrico associado com gravimetria. Mais recentemente tem-se aplicado a técnica de gravimetria associada a posicionamento com GNSS também para obtenção de altitudes com significado físico com base no PVCG em sua forma fixada (FERREIRA, 2011).

Conforme já abordado na seção 2.4.2, a determinação de desníveis ( $\delta n$ ) (FIGURA 11) (nivelamento geométrico) associados com observações gravimétricas, permite a determinação de números geopotenciais conforme a equação ( 4 ). Altitudes com significado físico são calculadas, segundo a equação ( 5 ), em função dos números geopotenciais mediante a definição de um valor de gravidade médio ( $Gm$ ). As características do valor de  $Gm$ , determinam o sistema de altitudes (e.g. ortométrico, normal e dinâmico). A guisa de exemplo, Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006) assinalam a altitude ortométrica (métrica) de  $B$  ( $H_B$ ) (FIGURA 11) como determinada em função do seu número geopotencial ( $C_B$ ) e do valor médio da gravidade ( $\bar{g}$ ) ao longo da linha de prumo entre o geoide e o ponto  $B$  segundo a equação ( 5 ). As altitudes dinâmicas ( $H^{din}$ ) são definidas pelo número geopotencial e por um valor de gravidade normal ( $\gamma_0$ ) arbitrado para uma latitude (usualmente  $45^\circ$ ) ( $\gamma_{45}=9,806\,199\,203\text{ ms}^{-2}$  para o GRS80). As altitudes dinâmicas não têm um significado geométrico por não terem uma superfície de referência, já que a divisão para um valor arbitrado constante de  $\gamma_0$ , estabelece o fato de que tal tipo de altitude não tem uma superfície de referência definida e também a sua expressão geométrica resulta com distorções acentuadas com a distância associada ao desenvolvimento da rede. No entanto, este é o único tipo de altitude física que atribui o mesmo valor de altitude para todos os

pontos sobre uma mesma superfície de nível, como por exemplo a superfície de um lago em repouso.

As altitudes normais ( $H^N$ ) são mensuradas do quase-geoide sobre a normal ao elipsoide de referência até um ponto na superfície física da Terra. Observe-se que a distância elipsoide de referência ao quase-geoide é igual à distância do teluroide ao ponto na SF. Assim, a altitude normal pode também ser definida como a distância sobre a normal, do elipsoide de referência ao teluroide (FIGURA 10).

FIGURA 11 – SUPERFÍCIES DE NÍVEL E NIVELAMENTO GEOMÉTRICO



FONTE: Adaptado de Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006)

## 2.15 SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE

Segundo Mäkinen e Ihde (2009), a média temporal do potencial gerado pelas forças de maré do sol e da lua não é zero, ante estas forças a Terra reage de forma elástica. Na superfície do planeta o potencial de maré pode atingir aproximadamente  $10^{-8}$  do potencial da Terra. Uma parte considerável do efeito de marés não varia periodicamente e se conhece como maré permanente, o efeito de maré permanente foi descoberto por Darwin (1899) e é baixo nas regiões polares e alto nas zonas equatoriais. Love (1929), estabeleceu parâmetros fundamentais para a resposta do corpo planetário a tais esforços permanentes de maré, bem como a resposta a esforços periódicos. Os efeitos de maré permanente (maré de longo período) foram descobertos por Darwin em 1899, enquanto que Jensen (1950) e Honkasalo (1964) foram os pioneiros na discussão das implicações dos efeitos de maré sobre as observações geodésicas (e.g. altitudes, gravimetria). Devido a que a forma e o campo da gravidade da Terra sofrem alterações como consequência do efeito de marés, destaca-se a importância de considerar estes efeitos na determinação e observação



de grandezas geodésicas (EKMAN, 1989). Para tratar a deformação permanente causada pelos efeitos de maré, existem dois conceitos para a figura tridimensional da Terra (chamada também crosta ou topografia) e três conceitos para o campo da gravidade (MÄKINEN; IHDE, 2009):

- No sistema livre de maré (*tide-free ou non-tidal*), a deformação permanente da figura da Terra é eliminada. O potencial de marés e o potencial produto da deformação da Terra (efeito indireto) são eliminados das quantidades do potencial (e.g. gravidade, geoide, etc.).
- Para o sistema de maré médio (*mean tide*), o efeito permanente na figura da Terra (deformação permanente) e os efeitos diretos e indiretos no potencial são conservados.
- O sistema de maré zero (*zero tide*) conserva apenas os efeitos no geopotencial como consequência da deformação da figura da Terra (o potencial da deformação permanente do planeta ou efeito indireto sobre o geopotencial). O potencial de maré (efeito direto) é eliminado.

As expressões para transformação de altitudes entre sistemas de maré são dadas por Rapp (1989):

$$H_{mean-tide} = H_{tide-free} - (1 + k - h) \frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \quad (11)$$

$$H_{zero-tide} = H_{tide-free} - (k - h) \frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \quad (12)$$

$$H_{mean-tide} = H_{zero-tide} - \frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \quad (13)$$

Sendo  $h$  e  $k$  os números de Love ( $h=0,6$ ;  $k=0,3$ ). O termo  $\Delta W_{zero-tide}/g$  pode ser calculado com acurácia sub-centimétrica como (HEIKKINEN, 1978):

$$\frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \approx -0,198 \left( \frac{3}{2} \sin^2 \bar{\varphi} - \frac{1}{2} \right) [m] \quad (14)$$

Sendo  $\bar{\varphi}$  a latitude geocêntrica.

Já no caso das transformações para observações gravimétricas, as fórmulas correspondentes são dadas por Ekman (1989):

$$g_{mean-tide} - g_{zero-tide} = -30,4 + 91,2 \sin^2 \bar{\varphi} \quad [\mu gals] \quad (15)$$

$$g_{zero-tide} - g_{tide-free} = (\delta - 1)(-30,4 + 91,2 \sin^2 \bar{\varphi}) \quad [\mu gals] \quad (16)$$

$$g_{mean-tide} - g_{tide-free} = \delta(-30,4 + 91,2 \sin^2 \bar{\varphi}) \quad [\mu gals] \quad (17)$$

Com  $\delta = 1,53$ .

Expressões para transformação entre altitudes geoidais referidas a diferentes sistemas de maré permanente são dadas por Ekman (1989):

$$N_{mean-tide} - N_{zero-tide} = 9,9 - 29,6 * \sin^2 \bar{\varphi} \quad [cm] \quad (18)$$

$$N_{zero-tide} - N_{tide-free} = k (9,9 - 29,6 * \sin^2 \bar{\varphi}) \quad [cm] \quad (19)$$

$$N_{mean-tide} - N_{tide-free} = (1 + k)(9,9 - 29,6 * \sin^2 \bar{\varphi}) \quad [cm] \quad (20)$$

## 2.16 DATUM E SISTEMA GRAVIMÉTRICO DE REFERÊNCIA

Um *datum* gravimétrico é estabelecido mediante uma rede de estações fundamentais ou de referência estabelecidas por instrumentos qualificados dentro da precisão requerida, calibrados e intercomparados em uma mesma base. Este conceito é o vigente na atualidade substituindo o conceito clássico de ponto *datum*. O *datum* gravimétrico internacional é fundamental para a determinação do campo de gravidade terrestre e suas variações e, portanto, materializado mediante uma rede gravimétrica de precisão com estações distribuídas no planeta (LU et al., 2014a). *Data* gravimétricos internacionais clássicos são exemplificados pelo Sistema Gravimétrico de Viena (SGV) de 1900, o Sistema Gravimétrico Potsdam (SGP) de 1909, o *International Gravity Standardization Net* de 1971 (IGSN71), e o *International Absolute Gravity Base Network* 1987 (IAGBM), estas duas últimas ainda em uso e em fase de substituição pelo *Global Absolute Gravity Reference System* (GAGRS) estabelecido pela Resolução 2/2015 da IAG (*Establishment of a global absolute gravity reference system*) (DREWES et al., 2016).

O SGV foi adotado na conferência da IAG em Paris no ano de 1900, considerando como *datum* o valor gravimétrico determinado no Observatório de Viena (Áustria) em 1884 mediante observações de gravimetria absoluta realizadas com pêndulo reversível e atingindo uma precisão de  $\pm 10 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$  na determinação gravimétrica (LU et al., 2014a).

Em 1909 o SGP foi introduzido pela IAG para substituir ao SGV e estava baseado em observações pendulares realizadas no Instituto Geodésico de Potsdam, com uma precisão estimada de  $\pm 3 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$  na determinação gravimétrica. Quase todos os países adotaram o *datum* gravimétrico de Potsdam o qual foi utilizado por 60 anos, no entanto, novas observações gravimétricas absolutas e relativas realizadas desde 1930 revelaram que o valor gravimétrico de Potsdam tinha um erro sistemático de  $12 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$  a  $16 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ , (TORGE; MÜLLER, 2012). Foi neste contexto que em 1967 a IAG decidiu adicionar ao SGP uma correção de  $-14 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ . Este valor utilizado para corrigir o erro sistemático do *datum* Potsdam foi confirmado mediante uma nova determinação de gravidade absoluta na origem do Potsdam com uma precisão de  $\pm 0,3 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ . O resultado desta observação possuía uma discrepância de  $\pm 13,9 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$  com relação à determinação gravimétrica original (LU et al., 2014a).

Na 15ª Assembleia Geral da IUGG em Moscou no ano 1971, foi tomada a resolução de substituir o SGP pelo IGSN71, este já baseado em uma rede gravimétrica de referência, recomendado pela IUGG (MORELLI et al., 1974), sendo este o novo *datum* gravimétrico internacional. O IGSN71 está composto por uma rede de 1854 estações gravimétricas (das quais aproximadamente 500 são estações primárias), determinadas pelo ajuste de 10 observações de gravidade absoluta e 25000 observações de gravidade relativa, atingindo uma precisão na determinação gravimétrica de  $\pm 0,1 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$  (TORGE; MÜLLER, 2012).

As observações gravimétricas referidas ao IGSN71 incluem uma correção conhecida como o termo de Honkasalo, este termo remove a média das forças de maré e é considerado inapropriado porque quando se utilizam registros gravimétricos afetados por esta correção (em procedimentos como o cálculo do geoide), obtém-se resultados errôneos (HEIKKINEN, 1979). A IAG recomenda remover o termo de Honkasalo ( $\Delta g_H$ ) dos registros gravimétricos referidos ao IGSN71 (UOTILA, 1980) de acordo com a equação ( 21 ).

$$\Delta g_H = 0,0371(1 - 3\text{sen}^2\varphi)mGal \quad ( 21 )$$

Onde  $\varphi$  é a latitude da estação gravimétrica.

Embora a IGSN71 seja reconhecida como o *datum* gravimétrico internacional, muitos países têm implementado suas redes gravimétricas fundamentais sem referir às observações ao *datum* global IGSN71.

Considerando que a acurácia das observações gravimétricas tem melhorado consideravelmente desde o estabelecimento do IGSN71, que atualmente a precisão requerida para o estudo de mudanças no campo de gravidade terrestre está na ordem de alguns  $\mu\text{Gal}$  ( $1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ ), e considerando ainda que as observações dos gravímetros absolutos contém erros sistemáticos, é fundamental que os diferentes *data* gravimétricos absolutos existentes sejam unificados (LU et al., 2014a).

O estabelecimento do IAGBM como novo *datum* gravimétrico (em substituição do IGSN71) foi discutido na 18ª Assembleia Geral da IUGG em 1983. A necessidade de implementar um novo sistema gravimétrico de referência surgiu em vista das melhoras conseguidas na precisão das observações gravimétricas e tendo como principal objetivo o monitoramento das variações temporais da gravidade com uma precisão esperada de  $\pm 0,01 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ . Durante a 19ª Assembleia Geral da IUGG (Vancouver, 1987), foi proposto o início do estabelecimento do IAGBM, embora quase todas as estações tenham sido observadas uma ou mais vezes, alguns inconvenientes impediram a implementação total do programa (LU et al., 2014a).

A acurácia do IGSN71 é duas ou três ordens inferior à acurácia atual das mensurações gravimétricas absolutas e seus subprodutos (JIANG et al., 2012), no entanto, o IGSN71 é ainda utilizado como Sistema Gravimétrico de Referência Internacional (SGRI). A resolução para apoiar a implementação de uma nova rede gravimétrica de referência, de acordo com os atuais níveis de acurácia das mensurações gravimétricas, foi formulada pela IAG durante a Assembleia Geral da IUGG em 2015 (DREWES et al., 2016). Esta resolução propõe a implementação de um sistema de referência gravimétrico global, para o qual estabelece como atividades futuras a determinação de *standards*, convenções e procedimentos para definir e realizar o novo sistema gravimétrico de referência (IHDE et al., 2017).

Segundo Drewes, et.al. (2016), a resolução para a implementação do *Global Absolute Gravity Reference System* (GAGRS) foi estabelecida considerando que o estudo das variações temporais do campo de gravidade é um dos elementos chave para o entendimento das mudanças globais; que a acurácia dos gravímetros absolutos tem melhorado significativamente; que as observações de gravimetria absoluta são uma ferramenta fundamental para o monitoramento de deformações da crosta e

transporte de massas; que novos princípios de observação e instrumentos como interferômetros de átomo frio e relógios ultra precisos estão em etapa de preparação e teste; que observações gravimétricas modernas devem estar baseadas nas convenções métricas internacionais; que comparações internacionais de gravímetros absolutos com o auspício do *International Committee for Weights and Measures* (CIPM), definem a melhor realização metrológica; e que as observações gravimétricas absolutas são arquivadas e distribuídas em escala global conforme os padrões internacionais pelo BGI junto com a *Federal Agency for Cartography and Geodesy* (BKG) e com o auspício da IAG.

A resolução da IAG também assinala:

- Que a IGSN71 não cumpre com os requerimentos e acurácia de uma referência gravimétrica moderna e deve ser substituída por um moderno sistema gravimétrico absoluto global.
- Que a acurácia nas observações gravimétricas tem melhorado até o nível de poucos  $\mu\text{Gal}$ .
- Que somente com um sistema gravimétrico de referência melhorado, as variações da gravidade dependentes do tempo podem ser determinadas com alta confiabilidade.
- Que o uso de padrões (*standards*) consistentes e convenções é necessário para a comparação de observações geométricas e gravimétricas na estrutura do GGOS.

E estabelece:

- Adotar como a base metrológica para gravimetria absoluta o Documento Estratégico: *Strategy for Metrology in Absolute Gravimetry, Role of CCM and IAG*; elaborado pela IAG e o *Consultative Committee for Mass and related quantities* (CCM) (MARTI et al., 2015).
- Iniciar um grupo de trabalho para compilar padrões para a definição de um sistema de referência gravimétrico geodésico baseado em comparações internacionais de gravímetros absolutos.
- Estabelecer uma rede de referência gravimétrica com estações de referência distribuídas globalmente e vinculadas à comparação internacional de gravímetros absolutos.
- Vincular as estações de referência gravimétricas ao ITRS mediante colocação com técnicas geodésicas espaciais.

- Iniciar a substituição do IGSN71 e das últimas estações pelo novo GAGRS.

## 2.17 SUPERFÍCIES DE NÍVEL

As superfícies de nível ou equipotenciais, definidas por todos aqueles pontos com igual geopotencial  $W(x, y, z) = \text{constante}$ , junto com as linhas de campo (ou de prumo), representam geometricamente o campo da gravidade (TORGE; MÜLLER, 2012). Define-se como vertical de um ponto em uma superfície de nível à linha a ela perpendicular e determinada pela direção do vetor gravidade no ponto. A direção vertical pode ser expressa vetorialmente por  $\vec{\eta} = -\vec{g}/|\vec{g}|$ .

Uma superfície equipotencial é aquela que atende a condição dada pela equação ( 22 ):

$$dW = \text{grad}W \cdot d\vec{x} = \vec{g} \cdot d\vec{x} = 0 \quad ( 22 )$$

A Eq. ( 22 ) apresenta em notação vetorial o produto escalar do vetor gravidade e o vetor  $d\vec{x}$  ao longo da superfície equipotencial, para que a condição da Eq. 14 seja atendida, os vetores  $\vec{g}$  e  $d\vec{x}$ , têm que ser ortogonais (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

As superfícies equipotenciais do campo de gravidade terrestre constituem uma referência natural para a determinação de altitudes físicas. Segundo Gemael (2012), as superfícies equipotenciais do campo da gravidade são denominadas de geopes, e o geope fundamental é o geoide ( $W=W_0=\text{constante}$ ). O geoide, como superfície equipotencial fundamental foi proposta por C.F. Gauss e Listing como "a figura matemática da Terra" com potencial  $W_0$  que melhor se ajusta no sentido dos mínimos quadrados ao Nível Médio do Mar (NMM) segundo a ( 23 )(HECK, 2004):

$$\int_S (W - W_0)^2 ds = \min \quad ( 23 )$$

Na qual  $S$  representa a superfície do NMM, e  $ds$  cada elemento de superfície com potencial  $W$ . O geoide é considerado como a superfície fundamental da Geodésia Física (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

O NMM não é uma superfície equipotencial. Vários fatores como variações de temperatura, variações de pressão, salinidade, ventos, correntes, rotação terrestre, etc., influenciam os oceanos. Portanto, o NMM determinado em diferentes marégrafos, varia dependendo das suas condições particulares. A separação entre o NMM e uma superfície equipotencial escolhida como o Nível do Mar Padrão (NMP) e que pode ser associada à definida por Gauss-Listing, é conhecida como TNMM e apresenta valores de 1-2 m em escala global (LU et al., 2014b).

Conforme explicado por Sansò e Sideris (2013), o geoide pode ser definido em função de um valor convencional para  $W_0$  e posteriormente deveria se encontrar um ponto sobre a superfície equipotencial arbitrada, ou também definindo em primeiro lugar o ponto e depois determinando o valor de  $W$  para este ponto.

## 2.18 A TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL

Segundo Schwarz (1984), a representação espectral de um funcional do campo da gravidade permite avaliar sua sensibilidade em função de um intervalo de frequência, o espectro gravimétrico total pode ser dividido em baixas, médias, altas e muito altas frequências. Sendo que um funcional  $f$  pode ser representado segundo o intervalo de frequências do seu espectro da seguinte forma:

$$f = f_b + f_m + f_a + f_{ma} \quad (24)$$

A solução do PVCG, implica na divisão do espectro do potencial da gravidade em três regiões, sendo que os comprimentos de onda de 100-20000 km são registrados mediante a modelagem global, de 1-100 km pela modelagem local e de 0,1-1 km pela modelagem topográfica (SANSO, 1995).

Expressando o potencial do campo da gravidade em termos de uma série de harmônicos esféricos com máximo grau de expansão  $n_{max}$ , o menor comprimento de onda associado pode ser calculado como (SEEBER, 2003):

$$\lambda = \frac{360}{n_{max}} [^\circ] \quad (25)$$

A metade de  $\lambda$  pode ser interpretada como a resolução espacial  $\rho$  associada ao modelo.

Segundo Sansò (1995), a separação do espectro em partes, integrando a modelagem local, regional e global, é fundamental para a solução numérica do potencial da gravidade no PVCG.

Com a evolução dos métodos de aquisição de informação do campo gravitacional terrestre, é possível dividir o espectro esquematicamente, separando a informação oriunda das missões de gravimetria por satélite correspondente aos longos comprimentos de onda, e a informação local relacionada com os curtos comprimentos de onda (principalmente gravimetria terrestre, marinha, aerotransportada, e a modelagem dos efeitos da topografia). Recordando que o sinal gravimétrico contém, implícito, todas as faixas de frequência, a extração das componentes modeladas permite o cálculo dos efeitos remanescentes sobre o geoide ou quase geoide utilizando funcionais residuais de pequena amplitude e que podem ser tratadas de forma linear (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

Para a modelagem do sinal das altas frequências por decomposição espectral, podem-se considerar pelo menos duas abordagens, muitas vezes complementares: o método dito Remover-Restaurar entre tantas denominações (em Inglês: *Remove-Restore*) (FORSBERG, 1997); e a Modelagem da Topografia Residual (*Residual Terrain Modelling* - RTM) (HIRT et al., 2010).

### **A técnica Remover-Restaurar**

Os modelos oriundos das missões de satélite gravimétricos trouxeram a possibilidade de subtrair da informação gravimétrica local, aquela de características globais. Estas informações dos longos comprimentos de onda são usualmente contidas nos MGG. A extração destas informações dos sinais observados localmente gera sinais residuais, desta forma pode-se calcular o chamado geoide residual e posteriormente adicionar este ao do MGG de base utilizado (TSCHERNING, 2001). Os curtos comprimentos de onda relacionados com os efeitos topográficos, são removidos matematicamente da grandeza observada  $Q$  segundo a expressão (FORSBERG, 1997):

$$Q_r = Q - Q_T - Q_{MGG} \quad (26)$$

Sendo,  $Q$  a grandeza observada,  $Q_T$  é o efeito direto do terreno na grandeza  $Q$ ,  $Q_{MGG}$  é a grandeza calculada do MGG, e  $Q_r$  a componente residual.



Ainda, segundo Forsberg (1997), sendo  $Q = \Delta g$ , a altitude geoidal residual  $N_r$  pode ser calculada da fórmula de Stokes a partir das anomalias da gravidade residuais  $\Delta g_r$ . Posteriormente  $N$  é calculado restaurando as componentes  $N_T$  e  $N_{MGG}$  da seguinte forma:

$$N = N_r + N_T + N_{MGG} \quad (27)$$

Segundo Forsberg (1997), a vantagem da técnica remover-restaurar está em conseguir modelar grandezas que tem uma menor variabilidade, e os erros oriundos dos efeitos da topografia são minimizados. O sinal gravimétrico que domina os curtos comprimentos de onda, oriundo do efeito gravitacional das massas topográficas, pode ser usado para suavizar o campo gravitacional (cálculo de grandezas residuais) antes de realizar os processos de modelagem.

## 2.19 A MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL (RTM – *RESIDUAL TERRAIN MODEL*)

A técnica RTM, introduzida por Forsberg e Tscherning (1981) e readequada por Hirt et al, (2010) em vista das novas concepções e grande evolução, nos últimos 10 anos, de Modelos Digitais de Altitudes (MDA). A acurácia dos modelos gravimétricos pode ser melhorada quando se dispõe de informação da topografia como no caso de modelos, o campo da gravidade pode ser suavizado em escala local removendo os efeitos gravitacionais oriundos das massas topográficas. RTM é uma técnica muito efetiva para aplicação em ambiente computacional, de redução de massas usada para remover e restaurar a contribuição da topografia. A técnica RTM de redução de massas é usada na atualidade principalmente dentro do procedimento seguido para a determinação do quase geoide com o PVCG na sua forma fixada, como é descrito por Hirt et al. (2010) e Tziavos e Sideris (2013). As massas acima de uma superfície de referência suavizada são removidas, e os vazios dessa são preenchidos, o objetivo é o cálculo dos curtos comprimentos de onda do campo de gravidade.

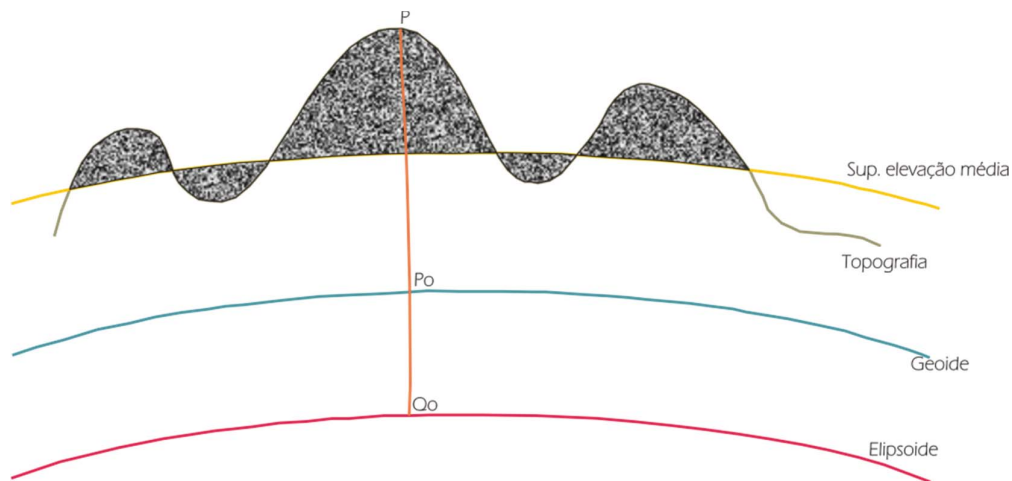
Em áreas montanhosas, os efeitos topográficos dominam as variações locais do campo gravitacional. Assim, algum tipo de redução do terreno é indispensável para realizar sua modelagem. O sinal do campo gravitacional advindo dos MGGs combinado com os médios e curtos comprimentos de onda relacionados com os efeitos topográficos gerados pela topografia residual, pode gerar modelos que

consideram o efeito gravitacional da topografia. A contribuição das massas topográficas é obtida através da técnica RTM (FIGURA 12) usando um modelo de elevação e uma superfície de referência com expansão harmônica correspondente ao MGG usado.

O efeito direto da topografia sobre a gravidade calculado da técnica RTM pode ser expresso pela ( 28 ):

$$Q_{RTM} = G\rho \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{h_{ref}}^h \frac{z - h_P}{\left[ (x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2 + (z_Q - h_P)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz \quad (28)$$

FIGURA 12 - SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA PARA RTM



FONTE: Adaptado de Tziavos e Sideris (2013)

Sendo,  $\rho$  a densidade das massas topográficas,  $h_P$  a altitude do ponto de cálculo,  $z$  é a altura em relação à superfície de referência,  $h_{ref}$  é a altitude da superfície de referência (FORSBERG; TSCHERNING, 1997).

### 2.19.1 Modelos Digitais de Altitude (MDA)

Um MDA aproxima a superfície do terreno mediante um conjunto de pontos discretos com valores de altitude. É prudente refletir que o conceito de Modelos Digitais do Terreno (MDT) é bastante consagrado, porém merece alguma reflexão. O termo *Digital Terrain Model* (DTM) é atribuído a dois engenheiros americanos (Miller e LaFlamme) do Instituto Tecnológico de Massachusetts na década de 1950, os quais definiram o DTM como "uma representação estatística da superfície contínua do

terreno mediante um grande número de pontos selecionados com coordenadas X, Y, Z conhecidas".

Alguns outros termos como *Digital Elevação Model* (DEM), *Digital Height Model* (DHM), *Digital Ground Model* (DGM), e *Digital Terrain Elevation Data* (DTED), foram utilizados para descrever processos relacionados (EL-SHEIMY et al., 2005).

No contexto atual da Geodesia, quando se trabalha com altitudes tem-se implícita uma superfície de referência que deva ser única e global. A funcional envolvida no caso, altitude, tem grandezas associadas também expressas com a mesma ideia (e.g. altitude geoidal: altitude do geoide acima do elipsoide de referência avaliada sobre a linha normal; anomalia de altitude: altitude do quase geoide acima do elipsoide de referência, avaliada sobre a linha normal; altitude elipsoidal: altitude do ponto relativamente ao elipsoide de referência contada sobre a linha normal; altitude ortométrica: a altitude do ponto relativamente ao geoide, avaliada sobre a linha de campo; etc.). A grandeza geodésica envolvida é a altitude. Assim é que deve-se contemplar nos modelos digitais associados a expressão Modelos Digitais de Altitude (MDA) tais como o SRTM, o GMRT, entre outros. A Cartografia também tem adotado esta terminologia para evitar conflitos com as utilizadas, por exemplo, em Topografia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto onde além das altitudes outras funcionais estão envolvidas (e.g. cota; elevação; altura acima do solo; etc.).

Os MDAs estão atualmente disponíveis em escala regional e global (LI et al., 2005). Fornecem grades com valores de altitude sobre o geoide, em geral associado a um MGG, e profundidades abaixo do NMM. A qualidade dos MDAs depende fundamentalmente da densidade da amostragem, da acurácia do método de medição de altitudes, da resolução da grade, e do método de interpolação usado (TORGE; MÜLLER, 2012).

Antes do desenvolvimento das técnicas de sensoriamento remoto, os MDAs se derivavam de mapas topográficos e batimétricos digitalizados. A informação era coletada de levantamentos terrestres, estereofotogrametria e LIDAR (*Light Detection And Ranging*). As tecnologias espaciais, atualmente dominam o desenvolvimento dos MDAs. O InSAR (*Interferometric Syntetic Aperture Radar*) usa a correlação de dois sinais subsequentes de radar para determinar a topografia e deformações de superfície (TORGE; MÜLLER, 2012).

De acordo com Pavlis (2013), o pré-processamento e análise dos dados gravimétricos de superfície necessários para o desenvolvimento de um MGG com

grau harmônico elevado, ou seja com alta resolução espacial, depende criticamente da disponibilidade de acurada informação altimétrica derivada de MDAs. Este é o caso do EGM2008 onde regiões extensas tiveram resgatadas informações gravimétricas a partir de processo denominado de *fill-in* baseado na técnica RTM com base em MDAs. Ainda, os MDAs são importantes para o cálculo de termos de continuação analítica, cálculo de modelos topo-isostáticos e para o cálculo de modelos para transformar anomalias de altitude em altitudes geoidais, todos aplicáveis para processos de "*fill-in*" de áreas carentes de dados (RAPP, 1997).

#### 2.19.1.1 O MDA SRTM1

O MDA SRTM foi elaborado com a colaboração da NASA, da NGA (*National Geospatial-Intelligence Agency*) anteriormente NIMA (*National Imagery and Mapping Agency*) e a participação das agências espaciais da Alemanha e Itália. O resultado foi um MDA global gerado mediante interferometria por radar. O instrumento utilizado consiste em um radar (SIR-C, *Spaceborne Imaging Radar C-band*) com antenas adicionais para formar um interferômetro com linha base de 60 m. Os radares de abertura sintética realizam a aquisição de informação ao longo de faixas. As faixas do SRTM tinham aproximadamente 225 km de largura. A operação de mapeamento do radar teve uma duração de 10 dias, realizando a aquisição de aproximadamente 1000 faixas individuais.

O espaçamento do SRTM é de 1" de arco em latitude e longitude (aproximadamente 30 metros no equador), inicialmente o produto com a resolução espacial original era disponibilizado de forma limitada e sob o controle da NGA. Um segundo produto SRTM foi gerado mediante a aplicação de um filtro de média móvel com uma janela de dimensão 3"x3", o resultado foi um MDA com espaçamento de 3" de arco e foi disponibilizado mediante o *U.S. Geological Survey's EROS Data Center*. Posteriormente o MDA com espaçamento de 3" de arco foi filtrado para obter um produto com espaçamento de 30" de arco (WERNER, 2001).

A referência geodésica do SRTM é o WGS84 e o geoide EGM96.

## 2.20 FONTES DE INFORMAÇÃO GRAVIMÉTRICA ORIUNDA DE PLATAFORMAS ORBITAIS E AEROTRANSPORTADA

### 2.20.1 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS

Os satélites artificiais têm sido de fundamental importância na determinação do campo gravitacional terrestre desde princípios da década de 1960. As variações não keplerianas no percurso orbital dos satélites têm sido amplamente analisadas para recuperar a componente dos longos comprimentos de onda do campo gravitacional (PLAG et al., 2009).

Segundo (LU et al., 2014a), o campo gravitacional terrestre pode ser determinado a partir do rastreamento de satélites artificiais desde estações terrestres, usando técnicas como *Satellite Laser Ranging* (SLR), DORIS (*Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite*) e PRARE (*Precise Range And Range-Rate Equipment*). As relações físicas e geométricas entre a estação de rastreamento e o satélite são estabelecidas com base em observações como direção, percurso, acelerações e fase. Outra forma de realizar o rastreamento é de satélite a satélite (*Satellite-to-Satellite Tracking* - SST), estimando a localização tridimensional, velocidade e aceleração de um satélite de órbita baixa (LEO altitude ~400 km) mediante a constelação GNSS (altitude ~21000 km), ou usando dois satélites idênticos na mesma órbita a uma distância de 200-400 km, para medir, mediante interferometria de micro-ondas, os movimentos ou variações de distância entre os dois satélites.

Diferenças de aceleração gravitacional em três direções mutuamente ortogonais podem ser determinadas usando um acelerômetro diferencial transportado em satélites artificiais (*Satellite Gravity Gradiometry* - SGG). Os sinais observados indicam gradientes da componente de aceleração gravitacional, a segunda derivada do potencial gravitacional (LU et al., 2014a).

A gravimetria por satélite fornece informação global dos longos comprimentos de onda do campo gravitacional terrestre, sendo esta a base fundamental para a implementação de MGGs.

Desde o ano 2000, três missões gravimétricas específicas foram desenvolvidas, i.e., CHAMP (*Challenging Mini-Satellite Payload for Geophysical Research and Application*), GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) e GOCE (*Gravity Field and Steady-state Ocean Circulation Explorer*). O satélite alemão

CHAMP foi lançado em 15 de julho do ano 2000. Esta missão foi implementada para funcionar com a técnica HL-SST (*high-low satellite to satellite tracking*), sendo os satélites de órbita alta os da constelação GPS. Os principais objetivos do CHAMP foram recuperar os longos comprimentos de onda do campo da gravidade terrestre estático e suas variações temporais com acurácia sem precedentes. Também teve como atividades complementares a de recuperar o sinal do campo magnético da crosta terrestre e obter dados necessários para o estudo da atmosfera e ionosfera (i.e., temperatura, pressão, conteúdo de vapor e elétrons) mediante radio ocultação por GPS. A órbita do satélite CHAMP foi monitorada com ajuda do receptor GPS a bordo e de estações terrestres SLR; as variações não gravitacionais da órbita do satélite foram determinadas por um acelerômetro de três eixos (STAR *accelerometer*).

Os satélites gravímetros da missão GRACE, em operação até abril de 2017, foram lançados pela NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) em cooperação com a *German Aerospace Center* (DLR) em março do ano 2002. Os dois satélites gêmeos estavam distanciados aproximadamente 220 km e usavam a técnica *high-low/low-low satellite to satellite tracking* (HL-SST/LL-SST). O principal objetivo do GRACE foi o de recuperar o sinal do campo gravitacional terrestre e suas mudanças no tempo. As variações de distância entre os dois satélites eram determinadas de forma precisa mediante o sistema de interferometria *k-band*; o acelerômetro a bordo permitia determinar os longos comprimentos de onda do campo gravitacional e suas variações temporais.

A missão GOCE foi lançada em março de 2009. O sinal do campo gravitacional terrestre era detectado pelo satélite mediante a técnica *high-low satellite-to-satellite tracking* e *Satellite Gravity Gradiometry* (HL-SST/SGG), sendo esta a missão gravimétrica pioneira no uso de gradiômetros. Os principais objetivos da missão foram a determinação de anomalias do campo gravitacional com acurácia de  $10^{-5} \text{ ms}^{-2}$  (1 mGal) e do geoide com acurácia de 1-2 cm, alcançando uma resolução espacial melhor que 100 km.

O satélite GOCE estava equipado com três pares de acelerômetros ultrassensíveis e com um receptor GPS/GLONASS para determinar a posição acurada do satélite. As forças não-conservativas como a aceleração inercial linear e angular, produzidas pelo arrasto atmosférico e pela pressão oriunda da radiação solar, podem ser acuradamente balanceadas por um sistema de controle não-conservativo (*Drag-free*) (LU et al., 2014a).

### 2.20.1.1 Modelos Globais do Geopotencial (MGGs)

Os MGGs, segundo Pavlis (2013), são aproximações matemáticas do potencial gravitacional externo de um corpo atraente (a Terra no caso da Geodesia). Um MGG consiste em um conjunto de valores numéricos para determinados parâmetros, as estatísticas dos erros associados a estes valores e uma coleção de expressões matemáticas, valores numéricos e algoritmos que permitem calcular grandezas relacionadas com o potencial gravitacional (sínteses) e os erros associados (propagação de erros baseado numa matriz de covariância).

O desenvolvimento de um MGG de alta resolução envolve a apropriada combinação de variadas informações oriundas de plataformas orbitais, levantamentos terrestres, levantamentos oceânicos, de sensores aerotransportados, e de altimetria. Na atualidade, não existe uma única fonte de dados para a modelagem do geopotencial que disponha de cobertura global, alta acurácia e alta sensibilidade espectral. No entanto, os MGGs modernos têm características excepcionais que podem ser determinadas por suas implementações. Assim é que modelos ditos satélite-somente privilegiam longos comprimentos de onda com baixos erros de comissão (ou de aquisição) principalmente por terem alta consistência com um único referencial global vinculado ao Centro de Massa (CM) da Terra. Já modelos combinados, associam diversas fontes de informação gravimétrica (órbitas de satélites, missões de gravimetria por satélites, gravimetria terrestre, aérea e oceânica, altimetria por satélite e MDAs) com reduzidos erros de omissão (ou de truncamento) porém com grande dependência de erros de comissão pela diversidade de referenciais envolvidos.

Os MGGs são implementados com base em uma expansão em harmônicos esféricos; as baixas e médias frequências da série são derivadas da análise das órbitas dos satélites, do rastreo SST e da gradiometria gravimétrica; o alto grau e ordem de expansão é conseguido combinando a informação oriunda dos satélites com gravimetria terrestre/oceânica e com produtos derivados da altimetria por satélite (TORGE; MÜLLER, 2012).

Os MGGs têm usos de tipo operacional e científico. Entre os mais importantes podem-se mencionar: determinação de órbitas de satélites; determinação de trajetória de mísseis e aviões (navegação inercial); cálculo de altitudes geoidais; estimação da *Dynamic Ocean Topography* (DOT) ou ainda da *Mean Ocean Dynamic Topography*

(MODT); estudo da circulação oceânica para aplicações oceanográficas; realização do Datum Vertical Global (DVG) considerando como referência a superfície geopotencial materializada por um MGG; e prospecção geofísica (determinação de distribuição de massas) (PAVLIS, 2013).

Os geodestas têm usado vários métodos para a representação do campo de gravidade terrestre, entre estes métodos destacam-se o de pontos massa (SÜNKEL, 1981), elementos finitos (MEISSL, 1981), e *splines* (SUNKEL, 1984). A modelagem do campo de gravidade terrestre utilizando estas abordagens se limita somente a algumas aplicações específicas, enquanto a representação com harmônicos esféricos tem prevalecido como o método padrão na representação do campo da gravidade globalmente.

O potencial gravitacional ( $V$ ) exterior de um ponto  $P$ , definido pela sua distância geocêntrica ( $r_P$ ), colatitude geocêntrica ( $\theta_P$ ) e longitude ( $\lambda_P$ ), pode ser calculado segundo a expressão (HEISKANEN; MORITZ, 1985):

$$V(r_P, \theta_P, \lambda_P) = \frac{GM}{r_P} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r_P} \right)^n \sum_{m=-n}^n C_{nm} Y_{nm}(\theta_P, \lambda_P) \right] \quad (29)$$

Observe-se que na (29) os coeficientes de grau e ordem um ( $C_{10}$ ,  $C_{11}$  e  $S_{11}$ ) foram assumidos como iguais a zero (referem-se aos momentos de inércia de primeira ordem que determinam as coordenadas do centro de massa). Isto implica em assumir o sistema como com origem no centro de massa. Sendo  $GM$  a constante gravitacional geocêntrica, e  $a$  é uma dimensão associada ao modelo esferoidal que atua como um fator de escala associado com os coeficientes de harmônicos esféricos totalmente normalizados ( $C_{nm}$ ). As funções harmônicas de superfície  $Y_{nm}$  são definidas por:

$$Y_{nm}(\theta_P, \lambda_P) = \bar{P}_{n|m|}(\cos \theta_P) \cdot \begin{cases} \cos m\lambda_P & \text{para } m \geq 0 \\ \sin |m|\lambda_P & \text{para } m < 0 \end{cases} \quad (30)$$

Sendo  $\bar{P}_{n|m|}(\cos \theta_P)$  a função de Legendre totalmente normalizada, com grau  $n$  e ordem  $m$ .

O objetivo fundamental da modelagem do campo gravitacional é a estimação (da forma mais acurada possível) dos coeficientes  $C_{nm}$ , mediante a combinação ótima de informação gravimétrica proveniente de várias fontes de dados. Os coeficientes



$C_{nm}$  são utilizados para o cálculo de diversos funcionais do campo de gravidade terrestre (neste caso já com a associação do potencial centrífugo), e por tanto a estimação dos erros associados a estes coeficientes também é um aspecto importante considerado na geração de MGG (PAVLIS, 2013).

No cálculo de grandezas do campo da gravidade terrestre, advindas dos MGGs, é importante considerar a influência do termo de grau zero do desenvolvimento em harmônicos esféricos dos MGGs. Neste contexto e segundo explicado por Barthelmes, F. e Köhler, W. (2016), não existe um significado único nem uma interpretação única para o termo de grau zero do desenvolvimento em harmônicos esféricos dos MGGs, sendo que existem duas formas básicas para interpretar este termo, a preconizada pela NGA e a abordagem adotada pelo ICGEM. A NGA interpreta e calcula o termo de grau zero considerando a diferença ( $W_0 - U_0$ ) do geopotencial  $W_0$  e o esferopotencial  $U_0$ , além da diferença da constante gravitacional geocêntrica ( $GM$ ) do MGG ( $GM_{MGG}$ ) e o  $GM$  associado ao elipsoide de referência e/ou SGR ( $GM_{SGR}$ ) (LEMOINE et al., 1997). Assim o termo de grau zero por exemplo referente ao cálculo do potencial anômalo ( $T_0$ ) é dado por (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$T_0 = \frac{GM_{MGG} - GM_{SGR}}{r} - (W_0 - U_0) \quad (31)$$

Já no caso do ICGEM, o termo de grau zero para o cálculo do potencial anômalo ( $T_0$ ) (32) (BARTHELMES; KÖHLER, 2016), é calculado zerando o termo referente à diferença do geopotencial e do esferopotencial ( $W_0 - U_0$ ) (31). Neste caso,  $W_0$  é considerado igual a  $U_0$  ( $W_0 = U_0$ ), desta forma o esferopotencial no elipsoide de referência ( $U=U_0$ ), aproxima ao valor de  $W_0$  sempre que o sistema de referência associado ao elipsoide seja definido.

$$T_0 = \frac{GM_{MGG} - GM_{SGR}}{r} \quad (32)$$

O serviço *online* do ICGEM para o cálculo de grandezas oriundas dos MGGs permite a escolha do sistema geodésico de referência e adicionalmente o serviço disponibiliza ao usuário a opção de obter os valores calculados considerando e sem

considerar o termo de grau zero. Assim, grandezas do geopotencial obtidas do serviço web do ICGEM (*Calculation service*), e grandezas obtidas do serviço da NGA (NGA EGM96 *Geoid Calculator*), apresentarão discrepâncias associadas à abordagem utilizada para o cálculo do termo de grau zero.

## 2.20.2 AEROGRAVIMETRIA

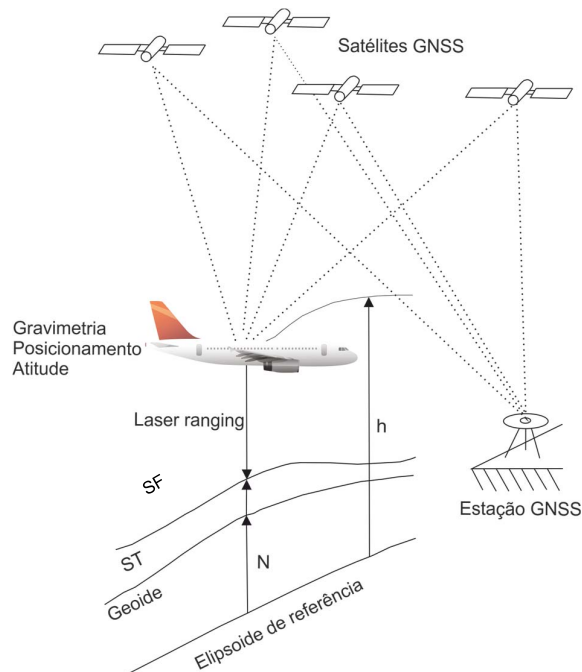
A aerogravimetria é uma ferramenta muito útil em aplicações e estudos no âmbito da Geodesia e Geofísica. Embora tenha sido usada experimentalmente desde a década de 1960 (LACOSTE, 1967), foi só na década de 1990 (junto com o desenvolvimento de métodos cinemáticos associados a posicionamento GPS) que a acurácia das observações dos gravímetros aerotransportados atingiu o nível adequado para seu uso em aplicações práticas. Nos últimos anos, com a utilização de modernos gravímetros e métodos melhorados para o processamento GPS, a acurácia nos levantamentos aerogravimétricos está na ordem de 1 mGal ( $10^{-5} \text{ m/s}^2$ ), ou menos (WILLIAMS; MACQUEEN, 2001).

A aerogravimetria utilizada em aplicações geodésicas e oceanográficas permite a coleta de informação gravimétrica em regiões extensas e/ou de difícil acesso (e.g. áreas montanhosas, regiões polares, florestas, áreas com restrições ou inexistência de acesso terrestre, desertos, glaciares, pântanos, etc.), adicionalmente possibilita a realização de levantamentos em áreas de transição oceano – continente (FORSBERG; OLESEN, 2010). Comparada com as técnicas clássicas de mensuração gravimétrica terrestre, a aerogravimetria apresenta diferenças em termos de instrumentos de medida, técnicas de observação, métodos de coleta de dados, teoria para a redução de dados, etc.

O princípio básico da aerogravimetria consiste no uso de gravímetros aerotransportados para a determinação das variações da gravidade no perfil de voo, considerando como referência uma estação gravimétrica terrestre e calculando as acelerações não gravitacionais e correções associadas. Mediante a filtragem e processamento das observações os resultados são obtidos no nível de voo e posteriormente pela abordagem de *downward continuation* os valores de gravidade são calculados na superfície terrestre (FORSBERG; OLESEN, 2010). Pelo fato de se tratar de um sistema cinemático, alguns aspectos adicionais como a continua orientação do sensor gravimétrico com relação à vertical e a discriminação entre

acelerações gravitacionais e aquelas não gravitacionais, devem ser considerados (BROZENA; PETERS, 1995); (SCHWARZ, 2001).

FIGURA 13 – AEROGRAVIMETRIA



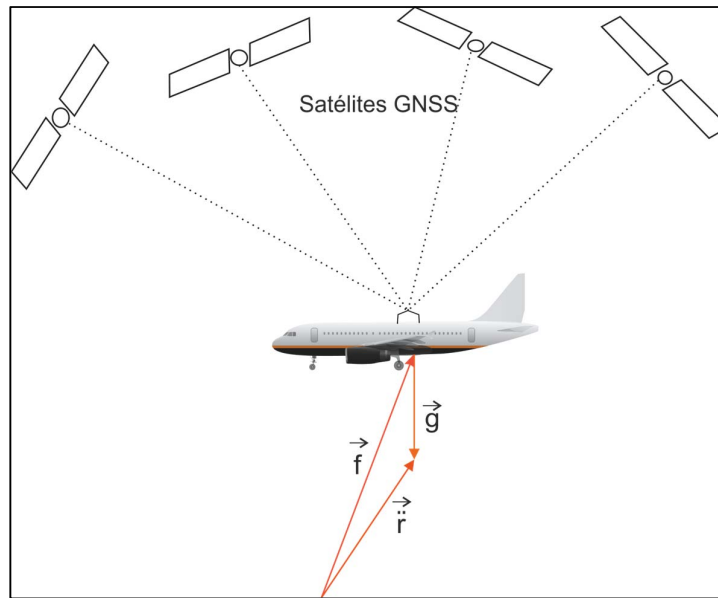
FONTE: Adaptado de Lu et al. (2014a)

O princípio da gravimetria cinemática (FIGURA 14) está baseado na lei do movimento de Newton ( 33 ), a observação gravimétrica realizada na aeronave, contém os efeitos da atração gravitacional associada ao efeito centrífugo contidos na gravidade ( $\vec{g}$ ) e das forças fictícias provocadas pelo movimento do veículo ( $\vec{f}$ ) (TORGE; MÜLLER, 2012).

$$\vec{r} = \vec{f} + \vec{g} \quad (33)$$

Sendo  $\vec{r} = d^2r/d^2t$  a aceleração cinemática de um objeto,  $\vec{f}$  a aceleração provocada por forças de ação (forças específicas), e  $\vec{g}$  o vetor da gravidade. A força específica é determinada com acelerômetros com orientação mecânica ou computacional fornecida por giroscópios. A aceleração cinemática deve ser determinada de forma independente por métodos geométricos para posicionamento e navegação (e.g. GNSS) (TORGE; MÜLLER, 2012).

FIGURA 14 - PRINCÍPIO DA AEROGRAVIMETRIA



FONTE: Adaptado de Torge e Müller (2012)

### 2.20.3 ALTIMETRIA POR SATÉLITE

O princípio da altimetria por satélite consiste na emissão de pulsos de radar desde um satélite artificial até a superfície terrestre e a recepção do sinal refletido, a altitude  $a$  do satélite é calculada segundo a Eq. ( 34 ), considerando como referência a superfície terrestre ou oceânica e assumindo uma propagação não perturbada do sinal emitida desde o satélite.

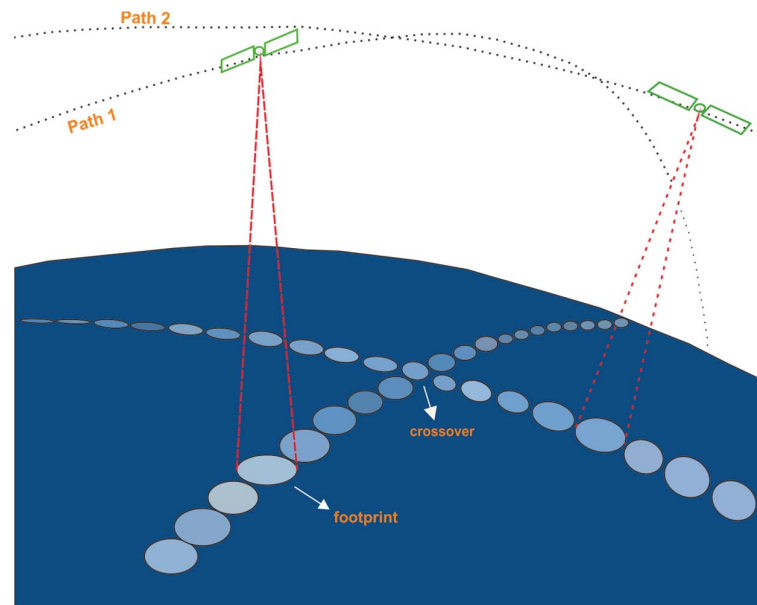
$$a = c \frac{\Delta t}{2} \quad ( 34 )$$

Onde,  $\Delta t$  é o tempo de percurso e  $c$  é a velocidade de propagação do sinal (SEEBER, 2003).

Parte do sinal emitido retorna ao sensor altímetro. O tempo de retorno é mensurado usando relógios atômicos. Correções relacionadas com a interação do pulso radar na atmosfera, o estado da superfície oceânica (superfície refletora) e alguns sinais geofísicos devem ser considerados para uma acurada determinação da SSH (ANDERSEN, 2013).

A técnica de altimetria por satélite (FIGURA 15) foi desenvolvida na década de 1980, com a aplicação da tecnologia computacional, tecnologia espacial, telemetria por satélite, e sensoriamento remoto.

FIGURA 15 - ALTIMETRIA POR SATÉLITE



FONTE: O autor (2017)

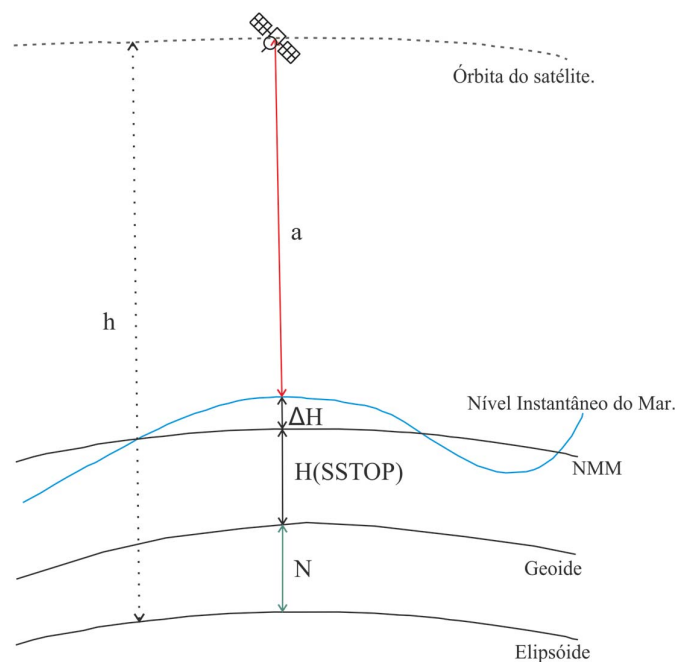
Altimetros radar instalados em satélites, radiômetros, radares de abertura sintética, e outros equipamentos são utilizados para medir a distância desde o satélite até a superfície sólida ou do oceano. A altimetria por satélite é útil para a modelagem do campo da gravidade terrestre e permite a determinação do geoide oceânico e o cálculo de anomalias da gravidade em regiões oceânicas com baixa densidade de registros gravimétricos (LU et al., 2014a).

A radiação do sinal de radar atinge uma região da superfície do oceano com um raio de alguns quilômetros (*footprint*) (FIGURA 15). O valor observado ( $a$ ) (35) representa a altitude do sensor considerando como referência a média do Nível Instantâneo do Mar (NIM) na região de observação (FIGURA 16). Sendo  $a$  a observação do altímetro sobre a superfície instantânea do oceano,  $H$  a *Sea Surface Topography* (SSTop),  $\Delta H$  causado pelo efeito instantâneo de maré,  $N$  a altitude geoidal correspondente,  $h$  a altitude elipsoidal do satélite altímetro, a equação básica da altimetria por satélite é expressa da forma (LU et al., 2014a):

$$h = N + H + \Delta H + a \quad (35)$$

A altitude da superfície dos oceanos observada com altímetros instalados em satélites artificiais aproxima uma superfície equipotencial do campo de gravidade, estas observações têm se convertido em um suplemento importante para as observações gravimétricas tradicionais, aerogravimetria e gravimetria oceânica (ANDERSEN, 2013).

FIGURA 16 - PRINCÍPIO DA ALTIMETRIA POR SATÉLITE



FONTE: Adaptado de Lu, et al.(2014a)

#### 2.20.3.1 Estimativa de erros na determinação de altitudes mediante análise de *crossover*

É chamado de *crossover* o processo de ajustamento de dados de altimetria em pontos nos quais uma trilha ascendente do satélite altímetro intercepta a outra descendente ou sobre a intersecção de trilhas de duas ou mais missões distintas (FIGURA 17). O ajustamento das observações dos satélites altímetros é usado para minimizar erros, assumindo que o sinal do geoide é estacionário em cada *crossover*. As pequenas variações temporais do geoide são negligenciadas para considerar altitudes geoidais iguais no *crossover* para a trilha ascendente e para a

trilha descendente. As discrepâncias para cada *crossover* são calculadas da diferença de SSH para as duas trilhas  $d_{ij}$  (ANDERSEN, 2013) segundo a seguinte expressão:

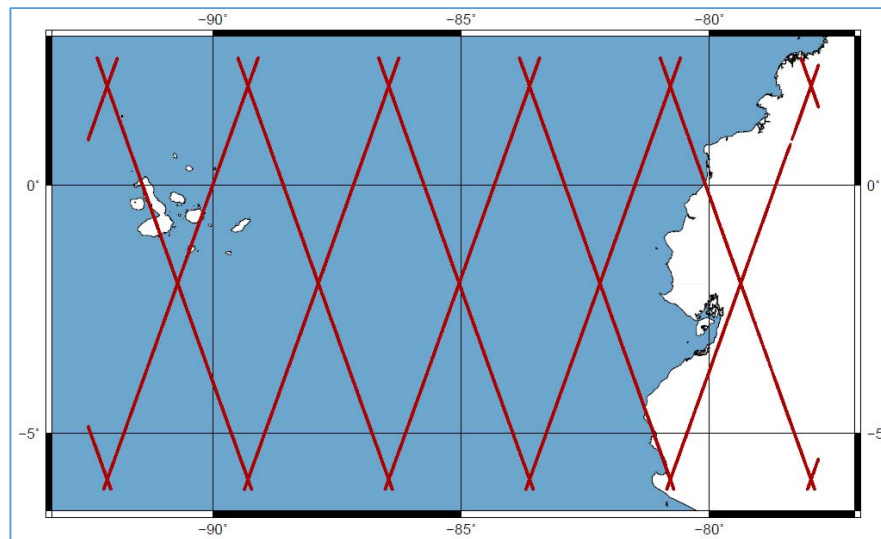
$$d_{ij} = h_i - h_j \quad (36)$$

E as equações de observação para o ajustamento são da forma:

$$h_i - h_j = a_i - a_j + v_{ij} \quad (37)$$

Onde,  $h_i$  e  $h_j$  são as observações de SSH para a trilha ascendente e descendente respectivamente;  $a_i$  e  $a_j$  são os parâmetros desconhecidos relacionados também com as duas trilhas que formam o *crossover* e  $v_{ij}$  os residuais do ajustamento.

FIGURA 17 - TRILHAS TOPEX POSEIDON NAS PROXIMIDADES DO DVE



FONTE: O autor (2017)

#### 2.20.3.2 Anomalias gravimétricas oriundas da altimetria por satélite

Dois terços do globo estão cobertos de água. No entanto, uma grande proporção dos oceanos não tem observações gravimétricas. No pacífico Sul, por exemplo, as linhas dos levantamentos gravimétricos podem estar distanciadas de algumas centenas de quilômetros. Informação do campo da gravidade nos oceanos em uma escala global pode ser derivada da altimetria por satélite com um intervalo de acurácia de 2 - 4 mGal (ANDERSEN, 2013). A acurácia na estimação do campo da gravidade derivado de altimetria por satélite é proporcional à acurácia na

determinação local da inclinação da superfície do oceano. A altitude da superfície do oceano num local particular varia em função do efeito de marés, correntes, pressão atmosférica, portanto mensurações da inclinação dos oceanos podem ser realizadas mediante perfis altimétricos contínuos (SANDWELL; SMITH, 2009).

Em Andersen (2013), são descritos os aspectos fundamentais para a determinação da SSH e das anomalias gravimétricas oriundas da técnica de altimetria por satélites, os pontos principais são mencionados a seguir: Conhecendo a altitude elipsoidal ( $h$ ) do satélite altímetro (mediante GNSS) e a distância até a superfície do oceano ( $a$ ) calculada em função do tempo de propagação do sinal (incluindo correções relacionadas com a iteração do sinal na atmosfera e com a superfície do oceano), é possível calcular valores de SSH (FIGURA 16).

A SSH pode ser descrita segundo a expressão:

$$SSH = N + SSTop(t) + e \quad (38)$$

Onde  $N$  é a altitude geoidal,  $SSTop(t)$  é a  $SSTop$  variável no tempo e  $e$  são os erros envolvidos.  $N$  pode ser descrito em termos de um geoide de referência ( $N_{REF}$ ) definido para os longos comprimentos de onda e pelos correspondentes valores residuais ( $\Delta N$ ). A superfície média do mar para uma época de referência pode ser descrita em termos da MDT ( $SSTop_{MDT}$ ) e da  $SSTop(t)$  (também conhecida como DOT). Considerando estes aspectos a SSH (altitude instantânea da superfície do mar) é equivalente à seguinte expressão:

$$SSH = N_{REF} + \Delta N + SSTop_{MDT} + SSTop(t) + e \quad (39)$$

Na (39) os maiores componentes do sinal correspondente ao  $SSTop(t)$  são removidos, e para isto são aplicadas algumas correções relacionadas com os efeitos geofísicos. A correção de marés oceânicas é responsável por 75% da variância do sinal, enquanto que a correção atmosférica é responsável por 10% da variância do sinal e inclui a correção pelo efeito da pressão atmosférica (efeito do barômetro inverso). Efetivadas estas correções, o  $SSTop(t)$  contém somente as contribuições do vento e outros efeitos de alta frequência.



A modelagem do campo da gravidade mediante a técnica da altimetria por satélite baseia-se nos valores para  $\Delta N$ . A acurácia na determinação desta grandeza depende das acurácias das outras quantidades envolvidas na ( 39 ).

Assumindo que  $N_{REF}$ ,  $SSTop_{MDT}$  e  $SSTop(t)$  correspondem a sinais com longos comprimentos de onda, então são quase idênticos se comparados entre pontos altimétricos vizinhos  $(h_i, h_j)$  (separados por alguns quilômetros) ( 40 ). Consequentemente as diferenças de SSH entre pontos vizinhos será igual a variação do sinal do geoide residual ( $\Delta N$ ) ao longo da trilha do altímetro no oceano.

$$h_i - h_j \approx \Delta N_i - \Delta N_j + e \approx \partial N + e \quad (40)$$

O geoide residual  $\Delta N$  (sinal de curtos comprimentos de onda), derivado da técnica de altimetria por satélite pode ser expresso em termos de uma função linear do potencial anômalo  $T(L_N(T))$  (fórmula de Bruns):

$$N = L_N(T) = \frac{T}{\gamma} \quad (41)$$

Onde  $\gamma$  é a gravidade normal e  $T$  (sendo uma função harmônica) pode ser expandido em funções de harmônicos esféricos completamente normalizadas. Para o cálculo de anomalias gravimétricas ( $\Delta g$ ), é utilizada a aproximação esférica relacionada com o potencial anômalo ( $L_{\Delta g}(T)$ ) segundo a seguinte expressão (também conhecida como a equação fundamental da Geodesia Física) (GEMAEL, 2012):

$$\Delta g = L_{\Delta g}(T) = -\frac{\partial T}{\partial r} - 2\frac{T}{r} \quad (42)$$

Ou escrita em termos do geoide residual ( $\Delta N \approx \partial N$ ) com  $\Delta N$  oriundo da altimetria por satélite:

$$\Delta g = -\gamma \frac{\partial N}{\partial r} - 2\gamma \frac{N}{r} \quad (43)$$

Segundo Andersen (2013), a gravimetria oceânica oriunda de altimetria por satélite poder ser derivada seguindo duas abordagens:

- A abordagem estocástica prediz valores de gravidade diretamente das observações usando Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ). A vantagem de CMQ para a predição do campo da gravidade oceânico é o fato que distribuições aleatórias de diferentes fontes de dados podem ser incorporadas usando informações estatísticas sobre os erros dos dados com base em funções covariâncias, e ao mesmo tempo fornecendo a informação estatística correspondente da qualidade dos valores gravimétricos de saída.
- A outra abordagem explora métodos determinísticos para a solução da equação de Laplace. Neste caso faz-se necessária, em princípio, uma integração de dados globais para a predição da gravidade em cada ponto. Para isto faz-se necessário realizar extensos cálculos e usar métodos de cálculo muito rápidos. No entanto, técnicas modernas de decomposição espectral (e.g. *Remove-Restore* – RR) associadas com *Fast Fourier Transform* (FFT) e RTM implicam em soluções otimizadas e rápidas, sem perda de qualidade.

## 2.21 O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS (MMQ)

Segundo mencionado por Moritz (MORITZ, 1972), vários estudos pioneiros foram realizados no desenvolvimento de teorias para a interpolação, predição e ajustamento de observações gravimétricas (KAULA, 1963) (MORITZ, 1962) e de deflexões da vertical (HEITZ, 1969) (GRAFAREND, 1971). Outros estudos analisaram a relação entre a predição e o ajustamento realizados mediante o método dos mínimos quadrados (MMQ) (KAULA, 1963) (MORITZ, 1965) (WOLF, 1969). Estes estudos foram a base para o desenvolvimento do método de Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) (*Least Square Collocation*, em inglês), com origem baseada na teoria desenvolvida por Krarup (KRARUP, 1969), a qual tinha como objetivo a predição de qualquer grandeza relacionada com o campo da gravidade terrestre. A teoria de Krarup explicava a estrutura matemática existente na relação entre o método do ajustamento por MMQ e a predição por MMQ. Formas simplificadas desta teoria têm sido usadas amplamente em Geodesia Física (MORITZ, 1970).

Considerando dois conjuntos de quantidades randômicas,  $l$  e  $s$ . Sendo  $l$  um vetor de observações:

$$l = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ \dots \ l_q]^T \quad (44)$$

E  $s$  um vetor de sinais:

$$s = [s_1 \ s_2 \ s_3 \ \dots \ s_m]^T \quad (45)$$

Assumindo que estas quantidades têm um valor esperado igual a zero.

$$E\{l\} = 0; E\{s\} = 0 \quad (46)$$

Com as matrizes de covariância:

$$\begin{aligned} C_{ll} &= cov(l, l) \\ C_{sl} &= cov(s, l) \\ C_{ss} &= cov(s, s) \end{aligned} \quad (47)$$

Sendo  $C_{ll}$  e  $C_{ss}$  as matrizes de autocovariância dos vetores  $l$  e  $s$  e  $C_{sl}$  a matriz de covariância cruzada entre  $l$  e  $s$ .

O vetor de observações  $l$  é conhecido e o vetor  $s$  desconhecido. A conexão entre  $s$  e  $l$  é dada em termos das matrizes de covariância da (47). A estimativa do vetor  $s$  tem a forma:

$$\hat{s} = Hl \quad (48)$$

Cada componente do vetor  $s$  é aproximado por uma combinação linear de  $l$ . O vetor de erro é dado por:

$$\epsilon = \hat{s} - s \quad (49)$$

E a sua matriz de covariância por:

$$C_{\epsilon\epsilon} = cov(\epsilon, \epsilon) = E\{\epsilon\epsilon^T\} = E\{(\hat{s} - s)(\hat{s} - s)^T\} \quad (50)$$

Sendo  $C_{\epsilon\epsilon}$  a matriz de covariância dos erros. A melhor estimativa linear de  $s$  em termos de  $l$  é definida como a estimativa da variância mínima linear. A equação para predição por mínimos quadrados é dada por:

$$\hat{s} = C_{sl} C_{ll}^{-1} l \quad (51)$$

### 2.21.1 Função de covariância

A função de covariância das anomalias da gravidade é fundamental para a predição por MMQ e também para a Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) (Seção 2.21.2). No método de colocação, todas as covariâncias devem se originar de uma função de covariância básica  $K(P,Q)$  (MORITZ, 1980b).

Considerando o potencial anômalo ( $T$ ) de dois pontos  $P$  e  $Q$ , a função de covariância de  $T$  é dada por:

$$K(P,Q) = M\{T(P) T(Q)\} \quad (52)$$

Sendo  $M\{\cdot\}$  um operador equivalente à média.

Considerando os pontos  $P$  e  $Q$  sobre a superfície de uma esfera ( $r=R$ ) que corresponde ao elipsoide de referência como uma aproximação esférica. Devido a que o operador  $M$  é homogêneo e isotrópico, a função  $K(P,Q)$  é função da distância esférica  $\psi$  entre  $P$  e  $Q$ .

$$K(P,Q) = K(\psi) = M\{T(P) T(Q)\} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\alpha=0}^{2\pi} T(\theta,\lambda) T(\theta',\lambda') \sin\theta d\theta d\lambda d\alpha \quad (53)$$

Sendo  $\theta$  e  $\lambda$  as coordenadas esféricas do ponto  $P$ ,  $\theta'$  e  $\lambda'$  as coordenadas esféricas do ponto  $Q$ , e  $\alpha$  o azimute entre os pontos. A distância esférica é expressa por:

$$\cos\psi = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\lambda' - \lambda) \quad (54)$$

E a representação em harmônicos esféricos do potencial anômalo é dada por:

$$T(P,Q) = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm} \cos m\lambda + \bar{b}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\psi) \quad (55)$$

Onde  $P_{nm}$  são os polinômios de Legendre, e  $\bar{a}_{nm}$ ,  $\bar{b}_{nm}$  os coeficientes harmônicos esféricos totalmente normalizados associados à função de covariância.

A expansão em harmônicos esféricos de ( 53 ) pode ser escrita como:

$$k(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} k_n P_n(\cos\psi) \quad ( 56 )$$

Sendo:

$$k_n = \sum_{m=0}^n \bar{a}_{nm}^2 + \bar{b}_{nm}^2 \quad ( 57 )$$

A função de covariância de  $T$  fora da esfera entre os pontos P e Q e para uma distância  $\psi$  é dada por:

$$K(P, Q) = \sum_{n=2}^{\infty} k_n \left( \frac{R_B^2}{r r'} \right)^{n+1} P_n(\cos\psi) \quad ( 58 )$$

Onde  $r$  e  $r'$  são os raios dos correspondentes pontos (P e Q) e  $R_B$  é o raio de Bjerhammar, a qual estabelece a profundidade limite para a qual a função covariância gerada pode ser considerada harmônica.

### 2.21.2 Least Square Collocation (LSC)

Segundo Moritz (MORITZ, 1980b), LSC (Colocação por Mínimos Quadrados - CMQ) é um método que permite determinar o campo da gravidade anômalo mediante a combinação de observações geodésicas de vários tipos. Considerando que o sinal a ser estimado seja o potencial anômalo e que os elementos do vetor  $l$  sejam quantidades do campo da gravidade anômalo, estas quantidades podem ser representadas como funções lineares do potencial anômalo (KRARUP, 1969).

Em geral tem-se

$$l_i = L_i T \quad ( 59 )$$

Ou

$$l = BT \quad (60)$$

Onde o vetor  $B$  compreende os funcionais  $L_i$ :

$$B = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ L_q \end{bmatrix} \quad (61)$$

Desta forma o problema consiste em encontrar  $T$  com as funções lineares  $L_i T$  dadas como observações. Estando o vetor  $l$  afetado por erros randômicos de observação ( $n$ ), a ( 59 ) tem a forma:

$$l = LT + n \quad (62)$$

Considerando que  $LT$  representa o sinal ( $s$ ) de  $l$ , então temos:

$$l = s + n \quad (63)$$

Incluindo a parte sistemática de  $l$ :

$$l = AX + s + n \quad (64)$$

Onde  $A$  é uma matriz que expressa o efeito dos parâmetros  $X$  nas observações  $l$ . O problema é determinar  $AX+s$  em função de observações discretas  $l$  que estão afetadas por erros de observação  $n$ .

A representação do potencial anômalo mediante dados heterogêneos é resolvida aplicando a condição de singularidade dada por:

$$\alpha \langle T, T \rangle + \beta n^T D^{-1} n = \min \quad (65)$$

Sendo a solução analítica dada por:

$$\hat{X} = [A^T(\beta C + \alpha D)^{-1}A]^{-1}A^T(\beta C + \alpha D)^{-1}I \quad (66)$$

$$\hat{T} = (\beta BK)^T(\beta C + \alpha D)^{-1}(I - AX) \quad (67)$$

Onde  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros,  $K$  é o núcleo do espaço de Hilbert, e  $C$  e  $D$  são matrizes simétricas. O vetor do sinal é dado por ( 51 ) e a sua variância por:

$$\sigma_s^2 = C_{ss} - C_{st}C_{ll}^{-1}C_{ts} \quad (68)$$

Sendo  $C_{ll}$  a soma das matrizes de covariância do sinal ( $C_{tt}$ ) e do ruído ( $C_{nn}$ ),  $C_{st}$  a matriz de covariância cruzada e  $C_{ss}$  a matriz de covariância do sinal.

### 2.21.3 Fast Collocation

O método de *Fast Collocation*, desenvolvido por Bottoni e Barzaghi (1993), é uma variante do método de CMQ, orientado à diminuição de tempo de cálculo e dos recursos computacionais necessários. O método de *Fast Collocation* implica em impor restrições aos dados de entrada; uma distribuição homogênea dos dados (dados gridados) faz com que a matriz de covariância tenha uma estrutura particular que permita um cálculo rápido da solução de colocação.

Uma matriz  $T$  tem uma estrutura Toeplitz (matriz de diagonais constantes) e é dada por:

$$T = \begin{bmatrix} t_0 & t_1 & \dots & t_{n-1} & t_n \\ t_{-1} & t_0 & \dots & \dots & t_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{-n+1} & \dots & \dots & \dots & t_1 \\ t_{-n} & t_{-n+1} & \dots & t_{-1} & t_0 \end{bmatrix} \quad (69)$$

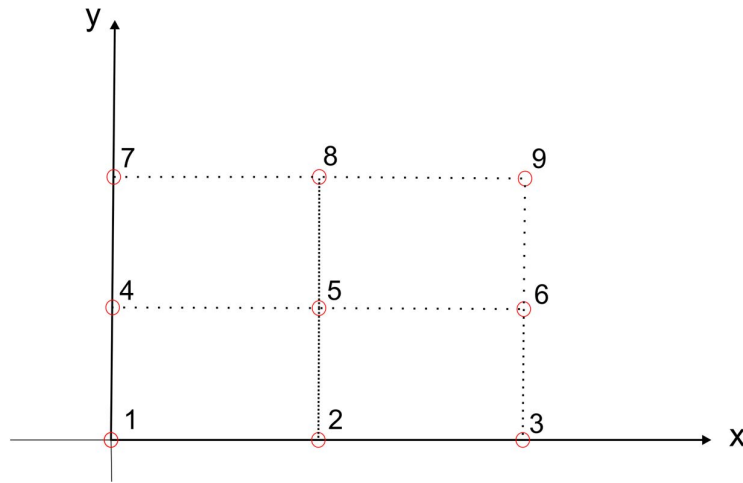
Considerando uma grade de duas dimensões e uma função de covariância.

$$c(\underline{P}, \underline{Q}) = c(|\underline{P} - \underline{Q}|) = c(d_{PQ}) \quad (70)$$

A função de covariância da ( 70 ) depende somente da distância plana  $d_{PQ}$  entre os pontos  $P$  e  $Q$ .

Por exemplo, em uma grade de dimensões 3°x 3°, da FIGURA 18, os nodos são numerados ascendentemente de esquerda à direita na componente x e de baixo para cima na componente y.

FIGURA 18: A GRADE PLANAR



FONTE: Adaptado de Bottoni e Barzaghi (1993)

A matriz de covariância  $C$  é calculada para esta grade com a função de covariância da ( 70 ),  $C$  é uma matriz Toeplitz simétrica e pode ser escrita como:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ & C_{22} & C_{23} \\ \text{simet.} & & C_{33} \end{bmatrix} \quad (71)$$

Sendo os blocos diagonais iguais a:

$$C_{11} = \begin{bmatrix} C(d_{11}) & C(d_{12}) & C(d_{13}) \\ C(d_{21}) & C(d_{22}) & C(d_{23}) \\ C(d_{31}) & C(d_{32}) & C(d_{33}) \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} C(d_{44}) & C(d_{45}) & C(d_{46}) \\ C(d_{54}) & C(d_{55}) & C(d_{56}) \\ C(d_{64}) & C(d_{65}) & C(d_{66}) \end{bmatrix}$$



$$C_{33} = \begin{bmatrix} C(d_{77}) & C(d_{78}) & C(d_{79}) \\ C(d_{87}) & C(d_{88}) & C(d_{89}) \\ C(d_{97}) & C(d_{98}) & C(d_{99}) \end{bmatrix}$$

Sendo  $C(d_{ij}) = C(d_{ji})$ ,  $d_{jj} = 0$  e  $d_{i+1,j+1} = d_{ij}$ , as matrizes da ( 72 ) são de tipo Toeplitz e simétricas. Estas matrizes representam as correlações entre pontos na mesma linha, portanto estando os pontos numa grade regular e considerando a propriedade da função de covariância  $C(P,Q)$ , tem-se:

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = C_0 \quad ( 73 )$$

Considerando as matrizes que se encontram fora da diagonal

$$C_{12} = \begin{bmatrix} C(d_{14}) & C(d_{15}) & C(d_{16}) \\ C(d_{24}) & C(d_{25}) & C(d_{26}) \\ C(d_{34}) & C(d_{35}) & C(d_{36}) \end{bmatrix} \quad ( 74 )$$

$$C_{23} = \begin{bmatrix} C(d_{47}) & C(d_{48}) & C(d_{49}) \\ C(d_{57}) & C(d_{58}) & C(d_{59}) \\ C(d_{67}) & C(d_{68}) & C(d_{69}) \end{bmatrix}$$

Na matriz  $C_{12}$ ,  $d_{j,j+3} j=1, \dots, 3$ , são iguais à distância entre a primeira e a segunda linha, e também os elementos da diagonal são iguais entre si; conseqüentemente  $d_{ij} = d_{ji}$  e  $d_{15} = d_{26}$ . Pode-se concluir que  $C_{12}$  é uma matriz Toeplitz simétrica, e a mesma conclusão pode ser obtida para a matriz  $C_{23}$ .

As matrizes  $C_{i,i+1}$ ,  $i=1,2$ , contêm as correlações entre pontos da linha  $i$  e pontos da linha  $i+1$ , sendo a distância entre linhas constante (grade regular), tem-se que  $C_{12} = C_{23} = C_1$ . O bloco  $C_{13}$  descreve a correlação entre pontos da primeira e terceira linha, portanto pode-se concluir que  $C_{13}$  é uma matriz Toeplitz simétrica e  $C_{13} = C_2$ . Desta forma a matriz  $C$  pode ser reescrita como (BOTTONI; BARZAGHI, 1993):

$$C = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 & C_2 \\ & C_0 & C_1 \\ simet. & & C_0 \end{bmatrix} \quad ( 75 )$$

Uma consequência importante da estrutura Toeplitz/ Toeplitz (matriz Toeplitz com blocos Toeplitz) é que se pode reduzir o espaço de armazenamento para a matriz  $C$ . Armazenando somente a primeira linha da matriz, podem ser calculados os elementos do primeiro bloco; então usando a estrutura Toeplitz/ Toeplitz qualquer elemento de  $C$  pode ser obtido.

Na formulação precedente é considerada uma grade retangular com coordenadas  $(x,y)$  e uma função de covariância que depende da distância plana entre pontos. Porém, o caso mais relevante em Geodesia é o de uma figura esférica, considerando, portanto, dados numa grade geográfica regular  $(\phi, \lambda)$  e uma função de covariância  $C(\psi)$  que depende da distância esférica  $(\psi)$  dada por:

$$\cos(\psi_{PQ}) = \cos\phi_P \cos\phi_Q \cos(\lambda_P - \lambda_Q) + \sin\phi_P \sin\phi_Q \quad (76)$$

A matriz de covariância obtida para  $C(\psi_{ij})$  no caso esférico, não é do tipo descrito para o caso da grade plana, somente a estrutura Toeplitz de cada bloco é preservada. Por exemplo as covariâncias do bloco  $C_{11}$  são diferentes que as covariâncias do bloco  $C_{33}$ ; nestes blocos as covariâncias entre pontos do mesmo paralelo são armazenadas. Para estes pontos o argumento da função de covariância é:

$$\cos\psi_{PQ} = \cos^2\phi_P \cos(n\Delta\lambda) + \sin^2\phi_P \quad (77)$$

Onde  $\Delta\lambda$  é o incremento da grade em longitude, e:

$$n = \frac{\lambda_P - \lambda_Q}{\Delta\lambda} \quad (78)$$

A diagonal dos blocos correspondentes (e.g.  $C_{12}$  e  $C_{23}$ ) são iguais devido a que representam as covariâncias entre pontos em diferentes linhas, mas no mesmo meridiano. Para estes pontos:

$$\cos\psi_{PQ} = \cos(m\Delta\phi) \quad (79)$$

Onde  $\Delta\phi$  é o incremento da grade em latitude, e:

$$m = \frac{\phi_P - \phi_Q}{\Delta\phi} \quad (80)$$

A função de covariância para a grade geográfica leva a uma matriz de covariância:

$$C = \tilde{C} + \delta C \quad (81)$$

Onde  $\tilde{C}$  é a matriz de covariância calculada segundo a regra Toeplitz/Toeplitz, e  $\delta C$  tem elementos zero em cada diagonal do bloco.

$$\delta C = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Simet.} & & \end{bmatrix} \quad (82)$$

Para dar solução ao sistema Toeplitz/ Toeplitz, tem sido propostos diferentes algoritmos como por exemplo os desenvolvidos por Levinson (1949) e Durbin (DURBIN, 1960). Um algoritmo para inverter a matriz foi proposto por Trench (TRENCH, 1964). O algoritmo desenvolvido por Bottoni e Barzaghi (1993) baseia-se na aplicação sinérgica da transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT) e do Método pré-condicionado de gradiente conjugado (*Preconditioned Conjugate Gradient Method* - PCGM).

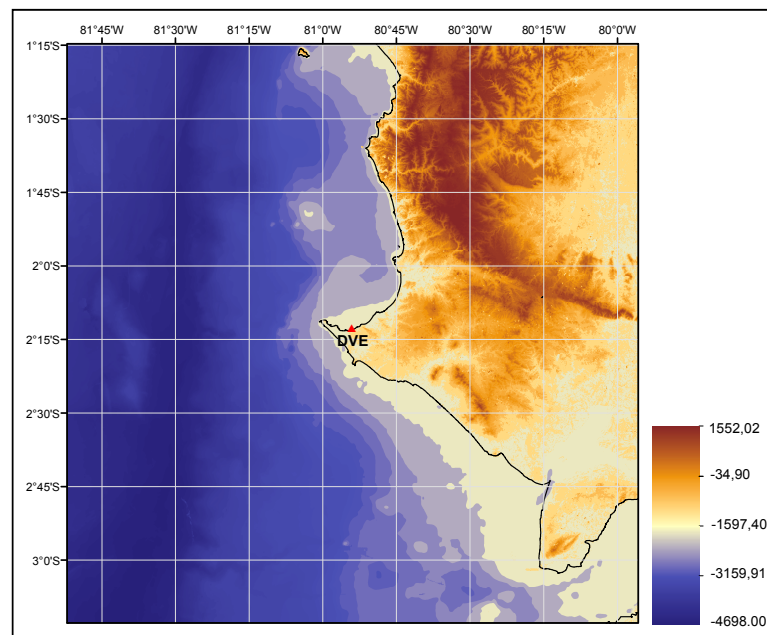
### 3 ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE DADOS EXISTENTES E ASPECTOS DA MODELAGEM DO DVE

#### 3.1 REGIÃO DE ESTUDO

O estudo será realizado na região próxima ao DVE (FIGURA 19) (BM03, referência de nível vinculada ao marégrafo *La Libertad*, detalhes na seção 2.11.1) com coordenadas:

$$\lambda = -80^{\circ}54'19,4667'', \varphi = -2^{\circ}13'10,1178''.$$

FIGURA 19- LOCALIZAÇÃO DO DATUM VERTICAL EQUATORIANO (*LA LIBERTAD*)



FONTE: O autor (2017)

A área de estudo é delimitada por um quadrado de 4° de lado e tendo como centroide o DVE. A região contida entre as latitudes 0°13'10,1172"S - 4°13'10,1172"S e longitudes 78°54'19,4652"W - 82°54'19,4652"W, se caracteriza por ter uma topografia/batimetria irregular que varia aproximadamente desde os -4698 m até os 1552 m, envolvendo a zona de transição oceano - continente.

A região registra alta atividade sísmica devido principalmente à subducção da Placa de Nazca sob a Placa Sul-americana; adicionalmente deformações das estruturas geológicas continentais geram sismos superficiais (YEPES et al., 1994). Historicamente, sismos de grande magnitude têm sido registrados no Equador. O país

está localizado no Círculo de Fogo do Pacífico, a área com maior atividade sísmica do planeta (GONZALES et al., 1988).

Fenômenos climáticos apresentam-se periodicamente relacionados com a influência de correntes oceânicas, entre as quais temos as correntes equatoriais, a corrente de Humboldt e a corrente *El Niño*. Estes fenômenos produzem, em geral, variações na temperatura e, conseqüentemente, variação da densidade das águas oceânicas devido à expansão/contração térmica.

### 3.2 O SET DE DADOS

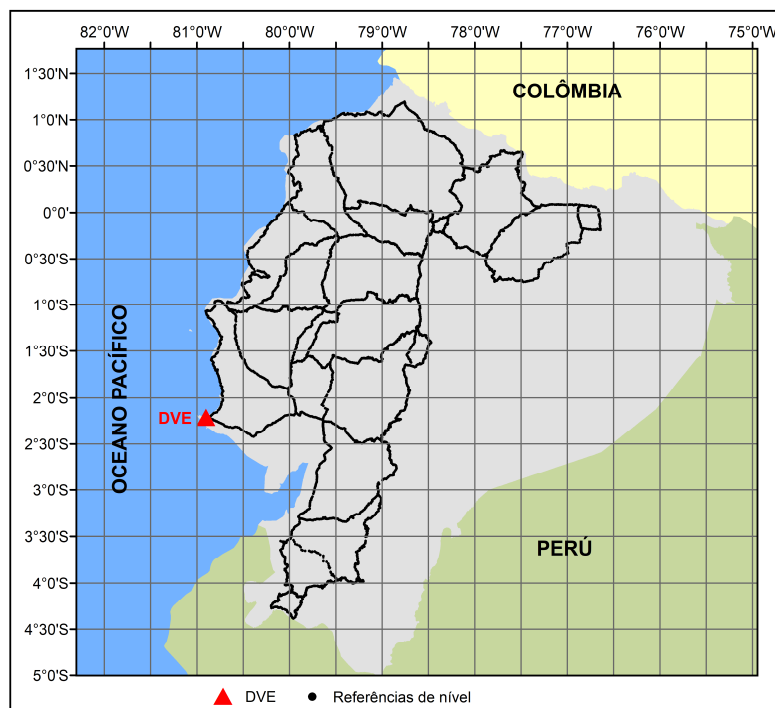
Visando à modelagem do DVE várias abordagens são testadas. Nesta seção apresentam-se os dados utilizados no desenvolvimento dos métodos propostos. Devido à não disponibilidade de uma base de dados geodésica única e consistente que contenha a informação requerida para o desenvolvimento deste trabalho, foi necessário realizar uma compilação de informações oriundas de distintas fontes. A diversidade de fontes de dados implica também a existência de registros com características heterogêneas, principalmente em termos de métodos e épocas de observação, precisões associadas e equipamentos utilizados. Os conjuntos de dados geodésicos disponíveis serão utilizados para a modelagem do DVE no espaço geométrico (Capítulo 4), para a modelagem do DVE no espaço geopotencial mediante a solução livre (Capítulo 5) e fixada (Capítulo 6) do PVCG. O tratamento aplicado aos dados será detalhado no Capítulo 4 referente aos métodos abordados para a modelagem do DVE. As principais características dos dados geodésicos usados neste trabalho se detalham na sequência:

#### 3.2.1 GNSS/nivelamento

No Equador continental, a rede de nivelamento (RVFE) (FIGURA 20) foi materializada tomando como referência o marégrafo de “La Libertad”. O nivelamento apresenta um erro padrão estimado de  $4 \text{ mm } \sqrt{k}$  onde  $k$  é a média da distância nivelada e contra-nivelada em quilômetros. A tolerância de fechamento de circuitos é também dada por  $4 \text{ mm } \sqrt{k}$  (IGM-EC, 2005). A correção do não paralelismo das superfícies equipotenciais (ou de nível) pela associação de observações da gravidade ainda não tem sido realizada. Assim, a rede também não tem sido ajustada em função de números geopotenciais e, portanto, a Rede Vertical de Referência de Equador

(RVRE) não tem altitudes com pleno significado físico. A distribuição espacial dos pontos de nivelamento está determinada principalmente pela configuração da rede nacional de rodovias.

FIGURA 20 - LINHAS DE NIVELAMENTO DA RVFE



FONTE: O autor (2017)

Além de altitudes niveladas, altitudes elipsoidais obtidas com base em posicionamento GNSS nas mesmas referências de nível (GNSS/niv) foram usadas. O IGM-EC tem realizado algumas campanhas de rastreamento GNSS sobre os pontos da rede de nivelamento. A precisão para o posicionamento por satélite dos pontos é da ordem de 10 cm (PAZMIÑO, 2013). A distribuição espacial dos registros GNSS/niv presentes na região de estudo é heterogênea.

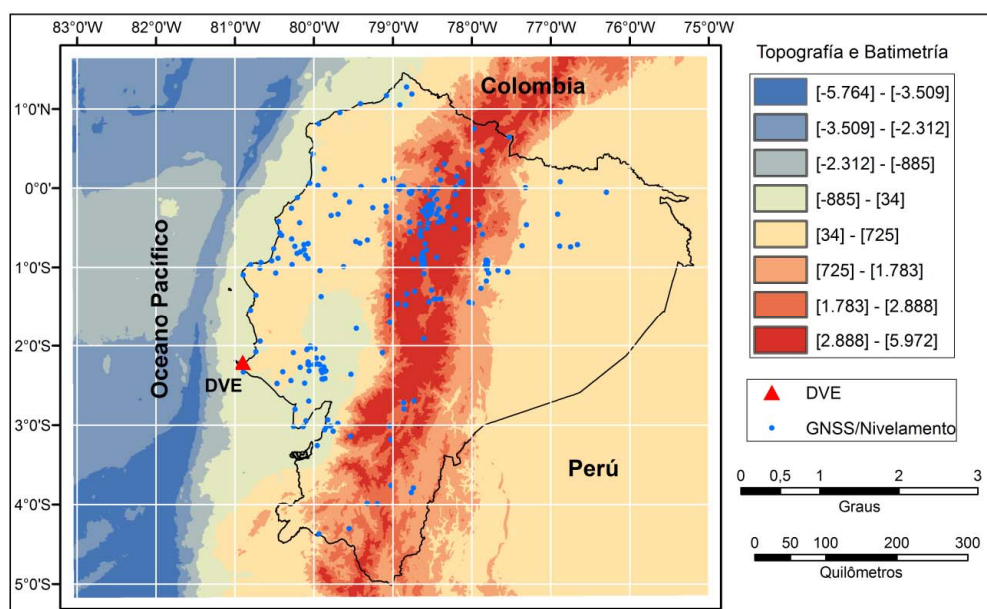
Uma compilação de registros GNSS/niv distribuídos heterogeneamente no território nacional (240 registros) (FIGURA 21) é utilizada na modelagem do DVE no espaço geométrico (Seção 4).

Posteriormente outra análise também no espaço geométrico é realizada, desta vez considerando uma abordagem baseada no método dos mínimos quadrados

(seção 4.2.2) e com uma maior quantidade de registros GNSS/niv (436 registros, FIGURA 21).

Os registros contidos na região circundante ao DVE ( $4^\circ \times 4^\circ$ ) (284 registros) foram utilizados na validação de resultados obtidos na modelagem do DVE no espaço do geopotencial (seções 5 e 6).

FIGURA 21 – REGISTROS GNSS/NIV E TOPOGRAFIA APLICADA PARA A SOLUÇÃO PRELIMINAR



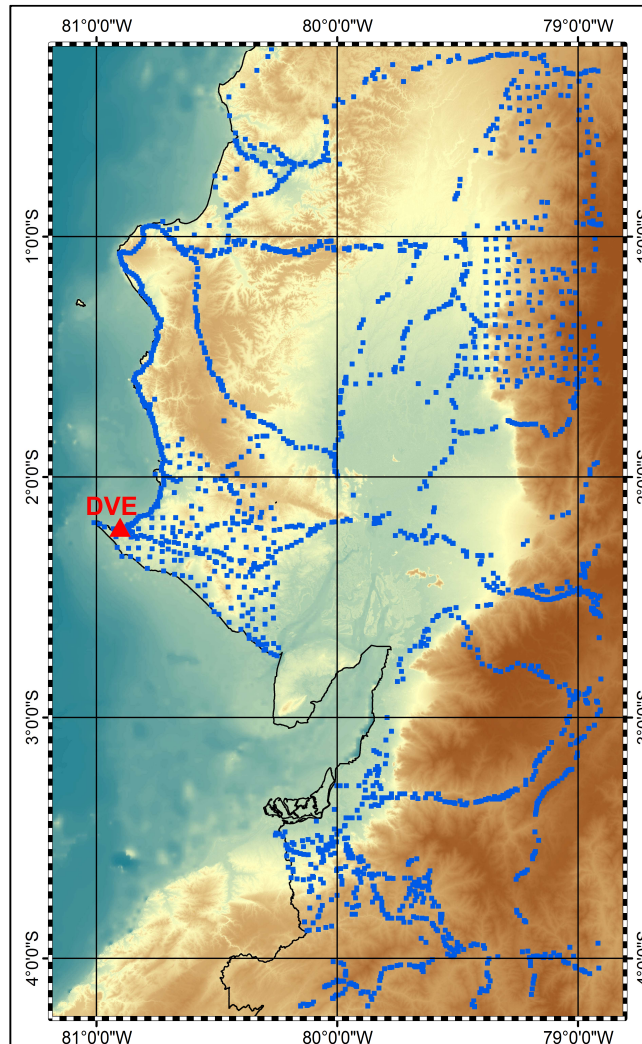
FONTE: O autor (2017)

### 3.2.2 Gravimetria terrestre

No total, 4808 pontos com informação gravimétrica terrestre foram compilados dentro da região de estudo ( $4^\circ \times 4^\circ$ ). Numa primeira etapa (Etapa I), quando realizada a modelagem do DVE mediante a solução do PVCG da forma livre em uma abordagem mais conservadora de decomposição espectral (Seção 5), foram utilizados 1986 pontos de gravimetria terrestre convencional.

Além do valor de gravidade observada, os registros têm informação da latitude, longitude e altitude nivelada. Os dados de gravimetria terrestre (FIGURA 22), foram coletados, para fins geodésicos pelo IGM-EC desde a década de 1960. Neste grupo, as observações gravimétricas foram realizadas em sua maioria sobre as vias de comunicação terrestre e estão geralmente associadas com altitudes niveladas. Alguns dados referem-se a campanhas de densificação.

FIGURA 22 - GRAV. TERRESTRE. ETAPA I



FONTE: O autor (2017)

### 3.2.3 Gravimetria oceânica

Os dados de gravimetria oceânica (8549 registros em preto FIGURA 23) foram, disponibilizados pelo *Bureau Gravimétrique International* (BGI) (2017). E uma parte menor de observações próximas à costa (321 registros em vermelho na FIGURA 23) foi disponibilizada pela Subcomissão da Gravimetria e Geoide para a América do Sul (SGGSA), e referem-se a levantamentos para geofísica exploratória. Os 158313 registros de gravimetria oceânica da base de dados do BGI, que estão dentro da região circundante ao DVE ( $4^\circ \times 4^\circ$ ), pertencem a 21 levantamentos realizados entre



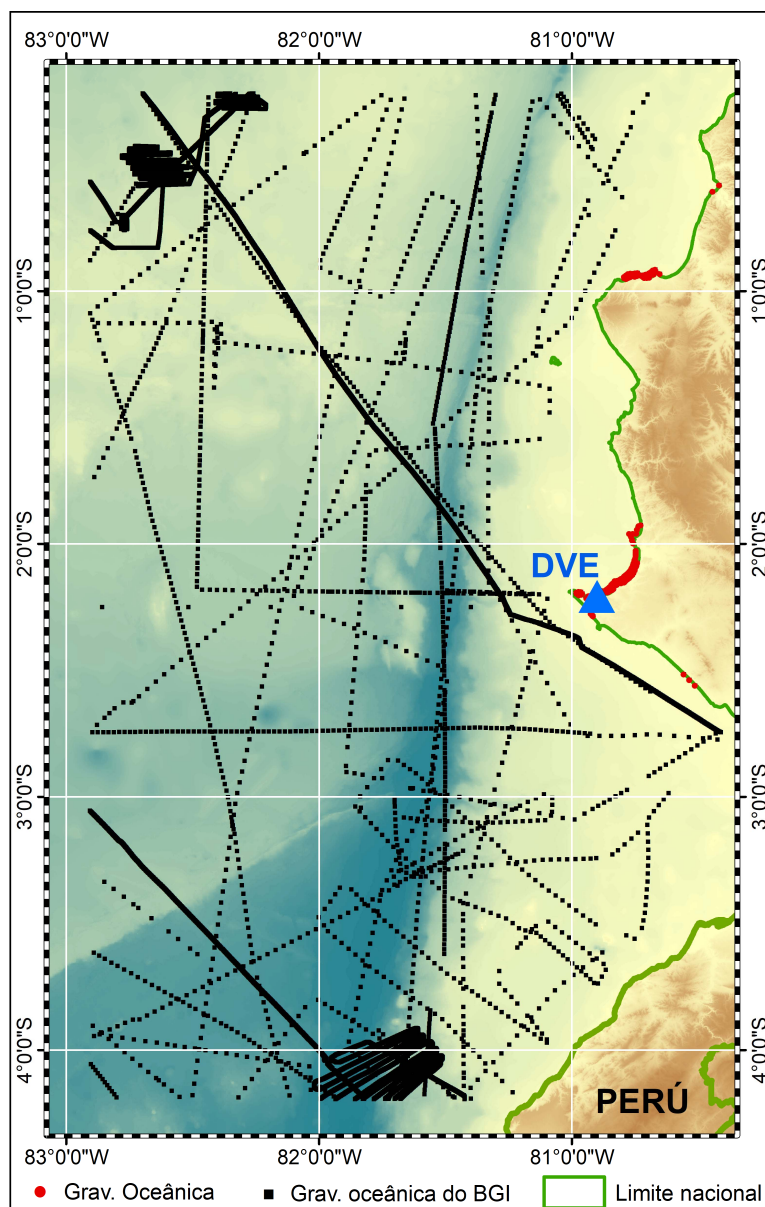
os anos 1957 – 1987 (TABELA 5). Para cada ponto a latitude, longitude, gravidade observada, anomalia *FreeAir* e anomalia de Bouguer são conhecidas. O número total de registros de cada um dos levantamentos gravimétricos, o número de registros localizados dentro da região de estudo ( $4^{\circ} \times 4^{\circ}$ ), o proprietário dos dados e a data de compilação são apresentados na TABELA 5.

TABELA 5 - GRAVIMETRIA OCEANICA DA BASE DE DADOS DO BGI

| Levantamento | Registros totais | Registros na região $4^{\circ} \times 4^{\circ}$ | Proprietário                                   | Data de compilação |
|--------------|------------------|--|--|--------------------|
| 65220003     | 322              | 2  | <i>Netherlands Geodetic Commission</i>         | 01/11/1957         |
| 61020165     | 1929             | 5  | <i>Lamont Doherty Geological Observatory</i>   | 01/11/1959         |
| 65220006     | 188              | 2  | <i>Netherlands Geodetic Commission</i>         | 01/11/1960         |
| 61021234     | 935              | 47   | <i>Lamont Doherty Geological Observatory</i>   | 31/03/1963         |
| 61021008     | 1328             | 84   | <i>Lamont Doherty Geological Observatory</i>   | 20/01/1965         |
| 61021477     | 3585             | 296  | <i>Oregon State University</i>                 | 14/02/1969         |
| 61021565     | 11683            | 93   | NOAA/POL                                       | 17/01/1970         |
| 61021642     | 2039             | 41   | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 15/03/1972         |
| 61021643     | 1200             | 156  | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 20/04/1972         |
| 61021647     | 2160             | 142  | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 21/01/1973         |
| 61021648     | 840              | 94   | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 21/02/1973         |
| 61021649     | 1839             | 230  | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 06/03/1973         |
| 61021654     | 2950             | 196  | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 09/01/1974         |
| 61021494     | 2188             | 12   | <i>Oregon State University</i>                 | 19/03/1974         |
| 61021658     | 1762             | 93   | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 26/05/1974         |
| 61021118     | 1278             | 110  | <i>Lamont Doherty Geological Observatory</i>   | 10/05/1978         |
| 61021133     | 768              | 239  | <i>Lamont Doherty Geological Observatory</i>   | 30/05/1982         |
| 61021964     | 41764            | 2413   | <i>Scripps Institution of Oceanography</i>     | 13/08/1982         |
| 65100087     | 39059            | 2486   | IFREMER  | 30/06/1986         |
| 65320054     | 5692             | 197  | <i>Inst. Physics Earth Academy of Sciences</i> | 26/12/1986         |
| 61021731     | 34804            | 1611   | <i>Hawaii Institute of Geophysics</i>          | 06/09/1987         |

Os registros da gravimetria oceânica foram utilizados na modelagem do DVE no espaço geopotencial. Seu tratamento visando a eliminação de erros grosseiros é apresentado nas seções 5 e 6.

FIGURA 23 - GRAVIMETRIA OCEÂNICA DA BASE DE DADOS DO BGI

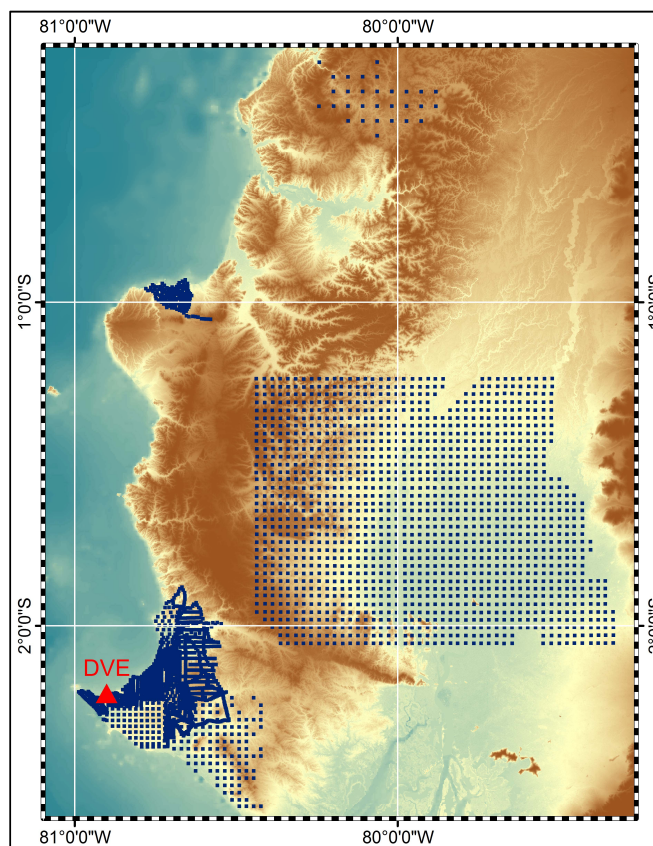


FONTE: O autor (2017)

### 3.2.4 Aerogravimetria

Os registros de aerogravimetria (3443 pontos) contidos na região de  $4^{\circ} \times 4^{\circ}$  nas proximidades de DVE (FIGURA 24), pertencem à base de dados da Subcomissão da Gravidade e do Geoide para América do Sul (SGGSA). Os registros de aerogravimetria estão reduzidos ao nível do terreno, referidos ao sistema gravimétrico IGSN71 e possuem informações relacionadas à latitude, longitude e altitude (provavelmente derivada de um MDA). Os princípios básicos da aquisição e processamento de registros oriundos da aerogravimetria foram mencionados na seção 2.20.2.

FIGURA 24 – AEROGRAVIMETRIA



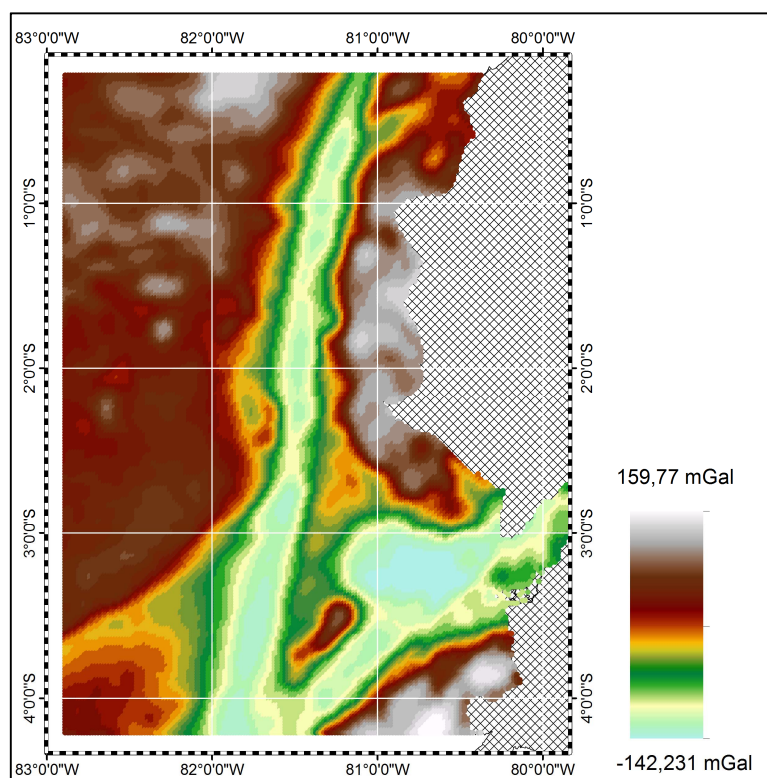
FONTE: O autor (2017)

### 3.2.5 Anomalias da gravidade do modelo DTU15

Anomalias da gravidade do modelo DTU15 (oriundas da altimetria por satélite, FIGURA 25) localizadas na parte oceânica da região de estudo são usadas como

fonte de informação gravimétrica para a modelagem do campo da gravidade terrestre na solução do PVGG (Seções 5 e 6). O modelo DTU15 (FIGURA 25) baseia-se em informação altimétrica de cinco anos da missão Criosat-2 e também de dados oriundos da missão Jason-2 (ANDERSEN; KNUDSEN, 2016). Os princípios do cálculo de anomalias da gravidade oriundas da altimetria por satélite foram tratados na seção 2.20.3.2.

FIGURA 25 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE – MODELO DTU15



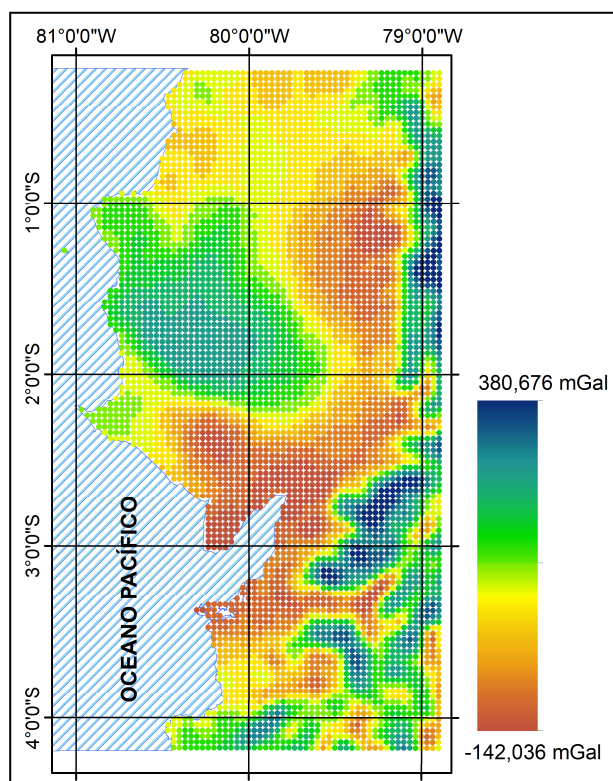
FONTE: O autor (2017)

### 3.2.6 Anomalias da gravidade do modelo WGM2012 (*World Gravity Map 2012*)

O Mapa Gravimétrico Global (WGM – sigla em inglês), constitui um conjunto de mapas de anomalias da gravidade e grades digitais calculadas em escala global a partir de modelos gravimétricos e de altitudes. O modelo WGM2012 considera um conjunto de três mapas de anomalias da gravidade (anomalias de superfície, anomalias de Bouguer e anomalias isostáticas) derivadas do MGG EGM2008 e do MDA ETOPO1. O WGM2012 é o primeiro conjunto de mapas de anomalias da gravidade que considera a contribuição da maior parte de massas presentes na superfície do planeta (atmosfera, oceanos, mares interiores ou continentais, lagos, calotas de gelo).

As anomalias da gravidade do WGM2012 (FIGURA 26) são obtidas mediante um cálculo rigoroso, consistente com definições geodésicas e geofísicas. O modelo fornece informação gravimétrica homogênea do campo da gravidade terrestre em escala regional e global (BONVALOT et al., 2012). As anomalias da gravidade do WGM2012 foram utilizadas para preencher vazios de informação gravimétrica na região continental da área de estudo.

FIGURA 26 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE – MODELO WGM2012



FONTE: O autor (2017)

### 3.3 COMPATIBILIZAÇÃO DE SISTEMAS DE REFERÊNCIA

#### 3.3.1 Compatibilização dos Sistemas Geodésicos de Referência (SGRs) envolvidos

Em função das diversas bases de dados envolvidas, faz-se necessária uma compatibilização de SGRs. Neste particular destaca-se que as coordenadas geodésicas dos registros GNSS/niv estão referidas ao sistema de referência SIRGAS (ITRF94), época de referência 1995.4 (PAZMIÑO, 2013).

Para o cálculo das anomalias do BGI foi considerada uma gravidade teórica referida ao elipsoide GRS67 (NGA, 2008). Posteriores comparações com outras fontes de registros gravimétricos (como a realizada na seção 5.3.1) precisam levar em consideração a compatibilização de referenciais geodésicos, sistema gravimétrico e sistema de marés utilizados. Assim é que a etapa de compatibilização merece atenção especial para sua referência final em SIRGAS/ITRF2005 e GRS80.

### 3.3.2 Compatibilização do Sistema Gravimétrico de Referência

Conforme detalhado na seção 2.16, o IGSN71, ao qual estão referidas as observações gravimétricas, deve ser considerado quando informações gravimétricas de diversas fontes são fundidas com o objetivo de modelar o campo da gravidade. Nas seções 4 e 5 referentes à modelagem do DVE são considerados os procedimentos necessários para a homogeneização do conjunto de registros gravimétricos utilizados ao Sistema Gravimétrico de Referência Internacional (SGRI, seção 2.16).

Os registros de gravimetria oceânica da base de dados do BGI (FIGURA 23), os de gravimetria terrestre e os dados gravimétricos do modelo DTU15 estão referidos ao sistema gravimétrico IGSN71, e estão por tanto afetados pelo termo de Honkasalo (21) o qual deve ser subtraído mediante uma correção dependente da latitude.

### 3.3.3 Compatibilização do Sistema de Maré Permanente (SMP)

Na Etapa I, em vista da abordagem mais conservadora, considerou-se que as altitudes niveladas por se encontrarem em um Sistema de Maré Permanente (SMP) *mean tide* tiveram que ser transformadas a um sistema *tide free* para serem compatíveis com a informação proveniente dos MGGs e MDAs e com o posicionamento GNSS em SIRGAS/ITRF. No entanto, de acordo com os preceitos atuais da IAG/GGOS relativos ao IHRS/IHRF (IHDE et al., 2017), e as resoluções mais atuais da IAG, a compatibilização dos Sistemas de Marés Permanentes (SMPs) serão, na Etapa II, em *mean tide* para as posições verticais e *zero tide* para as grandezas associadas ao geopotencial. No entanto, todos os produtos gerados serão transformados para o sistema *mean tide* onde todas intercomparações são realizadas.

## 4 MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO GEOMÉTRICO

A abordagem geodésica para a estimativa da discrepância do DVL obedece à metodologia proposta por Burša et al. (2004), a qual baseia-se no cálculo do afastamento médio de uma superfície regional (local) modelada a partir de registros GNSS/NIV relativamente ao geoide modelado por um MGG.

### 4.1 FONTES DE INFORMAÇÃO

Para a aplicação da metodologia de Burša et al. (2004), foi necessário dispor de: referências de nível da RVFE associadas com altitudes elipsoidais (GNSS/NIV), MGGs, e MDAs.

Visando a consistência das fontes de informação empregadas, o sistema de marés permanentes (EKMAN, 1989), dito Sistema Livre de Maré (*tide free* em Inglês) foi usado para os dados oriundos de GNSS, e para as informações provenientes dos MGGs e MDAs. Para isto, as altitudes das RNs da RVFE foram convertidas do Sistema Médio de Marés (*mean tide* em Inglês) para o Livre de Maré (*tide free* em Inglês) com a aplicação da ( 11 ). A descrição dos dados e modelos é apresentada na sequência.

#### 4.1.1 Altitudes niveladas e elipsoidais-GNSS

As características fundamentais dos registros GNSS/NIV presentes no Equador já foram apresentadas na Seção 3.2.1. Um total de 240 pontos com distribuição heterogênea foram utilizados para a modelagem da superfície de referência local. As coordenadas geodésicas dos registros estão referidas ao SIRGAS (realização em ITRF94), época de referência 1995.4. Em 2014 o IGM-EC reportou o levantamento de 670 km de linhas de nivelamento realizado no ano 2013, com espaçamento de 1,5 km entre as referências verticais e com registros GNSS a cada 5 km (PAZMIÑO, 2013); os dados oriundos deste levantamento poderiam melhorar a distribuição espacial dos registros GNSS/niv apresentados na FIGURA 21.

#### 4.1.2 Modelos Globais de Geopotencial (MGGs)

Para definir a superfície de referência global, foram utilizados dois MGGs cujas características principais são apresentadas na sequência:



GO CONS GCF 2 TIM R5 (BROCKMANN et al., 2014): modelo somente satélite baseado em dados da missão *Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer* (GOCE), expandido até o grau e ordem 280 e com resolução espacial de 70 km, sendo o comprimento de onda associado ao grau de desenvolvimento.

EGM2008 (PAVLIS et al., 2008): desenvolvido em série de funções harmônicas esféricas até o grau 2190 e ordem 2159, e com resolução espacial de 9,2 km. Este modelo ainda é uma das melhores representações do estado da arte dos MGGs que combinam dados de diversas fontes (gravimetria convencional regional e por satélites, altimetria por radar a bordo de satélites e RTM). O EGM2008 tem sido continuamente testado pelo fato de envolver a integração de dados locais com globais em diferentes sistemas de referência.

Ambos os MGGs (disponibilizados pelo *International Center for Global Gravity Field Models* – ICGEM), estão no sistema livre de maré (*tide free*) e referidos ao elipsoide de referência WGS84. No cálculo das grandezas derivadas dos MGGs foi considerado o termo de grau zero, conforme a interpretação deste termo realizada pelo ICGEM, para a transformação dos valores provenientes dos MGGs referidos a um elipsoide médio terrestre ideal em grandezas referidas ao WGS84.

#### 4.1.3 Modelos Digitais de Altitudes (MDAs)

Nesta abordagem para a modelagem do DVE, é requerido o cálculo do efeito da topografia residual nas anomalias de altitude ( $\zeta_{RTM}$ ) e nas altitudes geoidais ( $N_{RTM}$ ) mediante a aplicação da técnica RTM. Para atingir este objetivo foram utilizados os seguintes MDAs:

GMRTv2.0 (*Global Multi-Resolution Topography*): MDA com resolução espacial continental de 30 m e oceânica de 100 m, inclui informação oriunda dos modelos: *NASA Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM), *Subglacial Topographic Model of the Antarctic* (SCAR) e *International Bathymetric Chart of the Arctic Ocean* (RYAN et al., 2009).

ETOPO1: com resolução espacial de 1 minuto de arco  $\sim 1,85$  km, integrando topografia e batimetria provenientes de variadas fontes de dados regionais e globais (AMANTE; EAKINS, 2009).



#### 4.2 MÉTODO GEODÉSICO PARA A ESTIMATIVA DA DISCREPÂNCIA DO DATUM VERTICAL EQUATORIANO

Para a aplicação da abordagem proposta, é necessário calcular a estimativa das grandezas  $N_{GNSS/NIV}$  e  $\zeta_{GNSS/NIV}$  (método geométrico) nas RNs (FIGURA 21). As altitudes niveladas (referidas a um sistema de maré *mean tide*) foram transformadas para um sistema de marés *tide free* para serem compatíveis com as altitudes elipsoidais, a transformação foi realizada usando a equação ( 11 ) dada por Ekman (1989).

O valor obtido da diferença ( 83 ) entre altitudes geométricas ( $h$ ) oriundas da técnica de posicionamento por GNSS e das altitudes niveladas ( $H_{NIV}$ ), constitui a referência para a estimativa do afastamento em relação a uma superfície de nível global e servirá de base para realizar as análises das soluções propostas.  $N_{GNSS/NIV}$  é dado por:

$$N_{GNSS/NIV} \approx h_{GNSS} - H_{NIV} \quad ( 83 )$$

A superfície de nível global é materializada mediante o cálculo de anomalias de altitude ( $\zeta$ ) e altitudes geoidais ( $N$ ) provenientes dos MGGs. O cálculo das duas grandezas é realizado com o objetivo de testar se a RVFE apresenta uma maior compatibilidade em relação ao quase geoide ou ao geoide. Para melhorar a resolução da superfície de referência dada pelos MGGs, é considerada a contribuição do efeito da topografia residual (Efeito RTM) sobre as anomalias de altitude e sobre as altitudes geoidais (FORSBERG; TSCHERNING, 1997). Todas as combinações de diferentes bases têm implícitos problemas aqui não discutidos de contaminação entre diferentes bandas espectrais (*lackage effect*). Estes efeitos são de detecção e modelagem extremamente difíceis em modelos baseados em desenvolvimento harmônico.

A cobertura global de dados gravimétricos fornecidos pelas missões de satélite, abre a possibilidade de estabelecer uma superfície equipotencial do campo de gravidade terrestre com características planetárias. Esta superfície de referência pode ser utilizada para calcular as discrepâncias existentes entre os DVLs e uma referência global. Anomalias de altitude ( $\tilde{\zeta}$ ) com o efeito da discrepância (*bias*) vertical local, podem ser calculadas em função da relação existente entre altitudes normais referidas ao DVL e altitudes elipsoidais associadas. Diversos trabalhos têm sido desenvolvidos

neste contexto, entre estes podemos mencionar os de Kotsakis et al. (2012), Rummel (2012), Gatti et al. (2013), Barzaghi et al. (2016), entre outros. Nesta seção são apresentados os fundamentos teóricos do cálculo da discrepância dos DVLs segundo esta abordagem e os resultados obtidos para o caso do DVE.

Tanto os números geopotenciais referidos a um Datum Vertical Local quanto funcionais baseadas em altitudes definidas com base deste DVL serão afetadas. Este efeito é denominado efeito indireto do datum (GATTI et al., 2012). A diferença entre a altitude elipsoidal ( $h$ , oriunda do posicionamento por satélite) e uma altitude normal do SVRL  $j$  ( $\tilde{H}^{Nj}$ ) influenciada pela discrepância do DVL, pode ser escrita da forma:

$$h - \tilde{H}^{Nj} = h - H^{Nj} + b^j = \zeta + b^j = \frac{T}{\gamma} + b^j = \tilde{\zeta} \quad (84)$$

Onde  $\tilde{\zeta}$  é a anomalia de altitude influenciada pela discrepância do DVL,  $\zeta$  é a anomalia de altitude sem o efeito do DVL,  $H^{Nj}$  uma altitude normal do SVRL  $j$  sem o efeito do DVL ou *bias* ( $b^j$ ),  $T$  o potencial anômalo e  $\gamma$  a gravidade normal no ponto de cálculo.

O *bias* para um ponto  $k$  pertencente a um SVRL  $j$  é escrito como:

$$b^j = \tilde{\zeta}_k^j - \frac{T_k^j}{\gamma_k^j} \quad (85)$$

Na equação (85), o *bias* para um SVRL  $j$  pode ser calculado em função de um termo afetado pelo efeito do DVL ( $\tilde{\zeta}_k^j$ ) e outro livre da influência local ( $T_k^j/\gamma_k^j$ ). O potencial anômalo ( $T_k^j$ ) do segundo termo da equação (85) é calculado com informação proveniente dos MGGs.

Segundo Gatti, et. al., (2012), uma combinação apropriada de MGGs permite eliminar o efeito do DVL contido de forma residual nos MGGs de alta resolução. A combinação é realizada entre um MGG somente satélite (em seu grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos  $L$ ) e um MGG de alta resolução considerando seus coeficientes harmônicos esféricos desde o grau  $L+1$  até seu grau máximo. Os MGGs somente satélite não contem o efeito do DVL, enquanto que os MGGs de alta resolução, por serem implementados considerando adicionalmente anomalias da gravidade derivadas de nivelamento e gravimetria *in situ*, estão em parte

influenciados pela discrepância do DV regional ou local relativamente ao geóide global. Este aspecto é tratado como efeito indireto do DV (GATTI et al., 2012). No entanto o efeito indireto do *bias* vertical local pode ser desconsiderado para os coeficientes harmônicos esféricos de alto grau ( $L+1$  até grau máximo), uma vez que a maior parte do sinal da anomalia de altitude ou da altitude geoidal situa-se nos longos comprimentos de onda. O potencial anômalo resultante da combinação de dois MGGs é calculado então segundo a expressão:

$$T_k^j = T_k^{Lj} + T_k^{Hj} \quad (86)$$

Sendo  $T_k^{Lj}$  o potencial anômalo oriundo do MGG somente satélite e  $T_k^{Hj}$  o potencial anômalo calculado em função do MGG de alta resolução.

Da (85) e (86), deriva-se a equação para o cálculo do *bias* regional ou local, considerando a combinação dos MGGs:

$$b^j = \tilde{\zeta}_k^j - \frac{T_k^{Lj}}{\gamma} - \frac{T_k^{Hj}}{\gamma} \quad (87)$$

Devido a que as altitudes normais ( $\tilde{H}^{Nj}$ ) para o SVRE não estão disponíveis, para o desenvolvimento da metodologia antes mencionada, estas altitudes são substituídas de forma aproximada por altitudes niveladas ( $H_N$ ). Desta forma as anomalias de altitude influenciadas pelo efeito do DVE são aproximadas como:

$$\tilde{\zeta} = h - H_N^j = \tilde{\zeta}_{GNSS/NIV} \quad (88)$$

Quatro soluções são utilizadas para a modelagem da superfície de referência (global):

- I. Com base no *GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5* com seu máximo grau e ordem de desenvolvimento (280).
- II. Com base no *EGM2008* com seu máximo grau e ordem de desenvolvimento (respectivamente 2190 e 2159).
- III. Cálculo realizado pela composição de bandas espectrais do geopotencial, *GO\_CONS\_GCF\_2 TIM\_R5* para a baixa e média frequências e mediante a técnica RTM para a alta frequência.

IV. Cálculo realizado pela composição de bandas espectrais do geopotencial, *GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5* para a baixa frequência, *EGM2008* (desde o grau 280 até o grau 2190 de desenvolvimento) para a média frequência e *RTM* para a alta frequência ( 89 ).

$$\zeta = \zeta_{TIM\_R5} + \zeta_{EGM2008(280-2190)} + \zeta_{RTM} \quad (89)$$

O cálculo das altitudes geoidais ( $N$ ) correspondentes baseia-se nos valores de  $\zeta$  segundo a seguinte equação (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$N = \zeta + dH \quad (90)$$

Sendo que o termo  $dH$  representa a separação entre o geoide e o quase-geoide, e seu cálculo é realizado como:

$$dH = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \approx \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (91)$$

Onde  $\bar{\gamma}$  é a gravidade normal média ao longo da linha de prumo normal entre o elipsoide e o teluroide,  $\bar{g}$  a gravidade média ao longo da linha de prumo entre o geoide e a superfície terrestre, e  $H$  a altitude ortométrica. O cálculo de  $\bar{g} - \bar{\gamma}$  pode ser aproximado pela anomalia da gravidade de Bouguer ( $\Delta g_B$ ).

O efeito dos curtos comprimentos de onda sobre o geopotencial é calculado usando a técnica RTM na forma do efeito resultante na anomalia de altitude ( $\zeta_{RTM}$ ) (HIRT et al., 2010). O efeito é estimado por integração numérica de prismas, considerando um valor constante para a densidade das massas topográficas (2,67 gr/cm<sup>3</sup>). Destaca-se que na transição continente – oceano adotou-se como estratégia de modelagem estabelecer a altitude como zero para as regiões oceânicas, porém sem aplicação de correções para a densidade da água do mar. Este efeito foi considerado apenas nos cálculos relacionados com o efeito RTM com emprego da batimetria para os modelos digitais de altitude de alta resolução conforme recomendado por Hirt et al. (2010).

Para o cálculo da topografia residual são considerados dois MDAs. Os longos comprimentos de onda do MDA de alta resolução GMRTv2.0, já considerados nos

MGGs com desenvolvimento em harmônicos esféricos de ordem 280-2190 e/ou 280 (longos e médios comprimentos de onda) são removidos aplicando um filtro passa – baixa mediante um MDA de menor resolução (*ETOP01*). Exclusivamente o efeito da topografia local sobre o geopotencial é levado em consideração para a modelagem da topografia residual, já que o efeito da topografia global é considerado nos longos comprimentos de onda dos MGGs (TSCHERNING, 2001).

A integração numérica dos prismas e o cálculo do efeito RTM foram realizados com o *software* TC do pacote GRAVSOFT (*Geodetic Gravity Field Modelling Programs*) (FORSBERG; TSCHERNING, 2003), configurando um raio de integração de 220 km e considerando uma densidade média das massas topográficas de 2,67 gr/cm<sup>3</sup>. O raio de integração usado no cálculo do efeito RTM foi estabelecido após a realização de alguns testes na região de estudo, nos resultados obtidos registrou-se que o efeito da topografia residual oriundo das massas topográficas situadas além desse raio resulta desprezível.

#### 4.2.1 Cálculo das discrepâncias

A discrepância do DVL em relação a uma Superfície de Nível Global (SNG) em cada ponto (registros GNSS/niv) é calculada por:

$$\delta\zeta = \zeta_{GNSS/NIV} - \zeta \quad (92)$$

A estimativa do afastamento entre as superfícies de referência local e global ( $b^j$  na ( 87 )) é encontrada da forma:

$$\bar{\delta\zeta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta\zeta_i \quad (93)$$

Sendo  $n$  é o número de referências de nível para as quais foi calculado o valor de  $\delta\zeta$  ( 92 ).

Paralelamente ao cálculo das anomalias de altitude, foram calculadas altitudes geoidais ( $N$ ) ( 90 ) segundo as soluções I,II,III e IV. Desta forma foi calculada a discrepância  $\delta N$  para cada ponto e o afastamento estimado entre as superfícies de

referência local e global considerando para este caso como superfície de referência global o geoide.

Segundo a (93) foram calculadas as discrepâncias do DVE considerando as quatro soluções propostas (TABELA 6). Pode-se apreciar que em todos os casos com exceção da solução I, as discrepâncias calculadas apresentam valores positivos quando a superfície de referência global é o geoide. Já para os *bias* calculados considerando como superfície de referência o quase-geoide, as soluções resultaram em todos os casos negativas (FIGURA 27).

FIGURA 27 - DISCREPÂNCIAS VS. SOLUÇÕES: MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO GEOMÉTRICO

FONTE: O autor (2017)

As médias quadráticas das discrepâncias (MQDs) calculadas para as diferentes soluções situam-se no intervalo de [0,60 m; 1,02 m]; a menor MQD corresponde à solução II para as altitudes geoidais (TABELA 6).

A complementação dos curtos comprimentos de onda na solução IV das anomalias de altitude, resulta um  $\bar{\delta}\zeta \sim -5$  cm e com uma MQD de 0,70 m. Igual resultado ( $\sim -5$  cm) foi obtido com a solução dada para o caso das altitudes geoidais (solução I) com o GO\_CONS\_GCF\_2 TIM\_R5, porém com uma MQD levemente maior (0,78 m).

Analisando separadamente as MQDs obtidas para  $N$  e para  $\zeta$ , as maiores MQDs são registradas para a solução III em ambos os casos. Em forma geral, as menores discrepâncias foram calculadas em relação a uma superfície de referência representada pelas altitudes geoidais, no entanto a magnitude das MQDs calculadas não permite definir se o SVRE está mais próximo de um sistema de altitudes ortométricas ou de um sistema de altitudes normais.

TABELA 6 - DISCREPÂNCIAS CALCULADAS PARA AS SOLUÇÕES PROPOSTAS

| Solução | Combinação de modelos   | $\delta N$ (m)     | MQD (m) |
|---------|---|--------------------|---------|
| I       | $NGNSS/NIV - N_{GOCO\_TIM\_R5}$                                   | -0,05              | 0,78    |
| II      | $NGNSS/NIV - N_{EGM2008}$   | 0,07               | 0,60    |
| III     | $NGNSS/NIV - N_{(GOCO\_TIM\_R5 + RTM)}$                           | 0,07               | 0,82    |
| IV      | $NGNSS/NIV - N_{(GOCO\_TIM\_R5 + (EGM2008\ 280-2190) + RTM)}$     | 0,23               | 0,78    |
|         |   | $\delta \zeta$ (m) | MQD (m) |
| I       | $NGNSS/NIV - \zeta_{GOCO\_TIM\_R5}$                               | -0,36              | 1,00    |
| II      | $NGNSS/NIV - \zeta_{EGM2008}$                                     | -0,18              | 0,66    |
| III     | $NGNSS/NIV - \zeta_{(GOCO\_TIM\_R5 + RTM)}$                       | -0,24              | 1,02    |
| IV      | $NGNSS/NIV - \zeta_{(GOCO\_TIM\_R5 + (EGM2008\ 280-2190) + RTM)}$ | -0,05              | 0,70    |

A menor MQD corresponde com a solução II para as altitudes geoidais; o *bias* de 7 cm calculado para esta solução é igual ao obtido para a solução III também considerando como superfície de referência o geoide, e é equivalente ao valor calculado para a TNMM segundo uma abordagem alternativa (seção 4.2.3).

As discrepâncias obtidas para todas as soluções contêm uma componente sistemática de pequenas proporções que corresponde ao afastamento entre o SVRE e os diferentes Sistemas Globais de Altitudes (SGAs) adotados na análise. A componente correspondente às altas frequências do potencial da gravidade relacionada com os efeitos locais, supera em magnitude o efeito sistemático associado ao *bias (offset)* do SVRL.

As MQDs (TABELA 6) contêm, além do efeito do *bias* vertical local, as deficiências dos modelos na representação do potencial da gravidade local, e os erros associados às observações geodésicas utilizadas. A discriminação destas três componentes torna-se uma tarefa complexa e evidencia a importância, que têm na aplicação do método, a qualidade das observações geodésicas utilizadas e o desempenho dos modelos e métodos usados na modelagem da superfície de referência global. A heterogeneidade encontrada nas MQDs, não permite discriminar

entre qual seria o sistema de altitudes (ortométrico ou normal) que melhor se ajusta ao SVRE.

É importante considerar alguns aspectos sobre as características dos dados e modelos usados no cálculo das discrepâncias. O valor aproximado de  $N$ , oriundo dos registros GNSS/NIV, e calculado nas referências de nível conforme a ( 83 ), contém o erro implícito da comparação de duas grandezas determinadas desde distintas superfícies de referência (aproximação teórica). As altitudes elipsoidais das RNs, não dispõem de precisões do posicionamento GNSS associadas, no entanto, segundo o IGM-EC (comunicação pessoal, 2015) são da ordem dos 10 cm.

As altitudes niveladas têm uma tolerância de fechamento de  $4 \text{ mm}\sqrt{k}$  (IGM-EC, 2005), o qual pode ser aproximado a um erro na determinação de altitudes de aproximadamente 6 cm. O ajustamento da RVRE ainda não foi realizado, portanto a distribuição dos erros de nivelamento não tem sido considerada na determinação das altitudes. Do cálculo da distribuição de erros gerados na determinação de altitudes niveladas e elipsoidais, obtém-se um desvio padrão  $\sigma \approx 12 \text{ cm}$  para os valores de  $N_{\text{GNSS/NIV}}$ .

Erros de omissão e comissão oriundos dos MGGs também têm que ser considerados. A técnica RTM melhora o desempenho dos MGGs aportando informação da alta frequência do sinal gravimétrico, porém existe uma incerteza entre a porção do espectro que envolvem os MDAs quando são combinados com os MGGs.

Um conjunto de registros GNSS/NIV com precisões melhores que 10 cm, com uma melhor distribuição espacial e pertencentes a uma rede ajustada, poderia otimizar o cálculo das discrepâncias do SVRE ao ser comparado com um SGA.

#### 4.2.2 Abordagem dos Mínimos Quadrados para a estimativa do *bias* vertical do DVE no espaço geométrico

Uma solução por mínimos quadrados é utilizada para o cálculo do *bias* para o DVE, consiste em uma variação do método apresentado na seção precedente (seção 4.2). A abordagem considera as precisões associadas às altitudes niveladas, altitudes elipsoidais, e aos MGGs usados para o cálculo.

Das ( 87 ) e ( 88 ) obtém-se a equação de observação para a solução de  $b^j$  por mínimos quadrados:



$$b^j = \tilde{\zeta}_{GNSS/niv_k}^j - \frac{T_k^{Lj}}{\gamma} - \frac{T_k^{Hj}}{\gamma} + v \quad (94)$$

Onde  $T_k^{Lj}$  é a predição do potencial anômalo oriundo do MGG somente satélite com grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos  $L$ ,  $T_k^{Hj}$  é a predição do potencial anômalo derivado de um MGG de alta resolução (e.g. EGM2008) com grau de desenvolvimento desde  $L$  até  $H$ , e  $v$  é o ruído das observações.

Os valores  $b^j$  calculados pelo método dos mínimos quadrados corresponde à solução de um sistema de  $N_j \times J$  equações e  $J$  incógnitas, sendo  $N$  o número de registros GNSS/niv e  $J$  o número de regiões.

Substituindo simbolicamente as observações da (94) pelo vetor  $y$  e as incógnitas pelo vetor  $x$ , obtemos o modelo linear da forma:

$$y = Ax \quad (95)$$

Sendo  $A$  a matriz Jacobiana (usual *design* em Inglês), a solução por mínimos quadrados é dada por:

$$\hat{x} = (A^T C_v^{-1} A)^{-1} A^T C_v^{-1} y \quad (96)$$

A matriz de covariância dos erros ( $C_v$ ) para a solução da (96) envolvendo as observações deve ser conhecida. Esta matriz considera os erros das altitudes elipsoidais ( $C_h$ ), os erros das altitudes niveladas ( $C_{Hn}$ ), os erros de comissão dos MGG somente satélite ( $C_T^L$ ), e os erros de comissão do MGG de alta resolução ( $C_T^H$ ) segundo a expressão:

$$C_v = C_h + C_{Hn} + C_T^L + C_T^H \quad (97)$$

Segundo Gerlach e Fecher (2012), a avaliação da qualidade na unificação dos sistemas de altitudes baseia-se na propagação de variâncias e covariâncias de erros de todas as quantidades envolvidas. Variâncias e covariâncias dos erros formais nas altitudes geoidais (em DVLs ou pontos de conexão) derivadas dos MGGs devem ser conhecidas. Estas informações podem ser obtidas da matriz variância-covariância (MVC) dos coeficientes harmônicos esféricos correspondentes. Neste contexto, a

propagação de erros é realizada em função das covariâncias dos erros das altitudes geoidais entre duas estações (e.g.  $P$  e  $Q$ ) da forma (HAAGMANS; VAN-GELDEREN, 1991):

$$\begin{aligned}
 Cov(N_P, N_Q) = R^2 \sum_{m=0}^L \sum_{k=0}^L & \left[ \left( \sum_{l=m}^L \sum_{n=k}^L Cov(\bar{C}_{lm}, \bar{C}_{nk}) \bar{P}_{lm}(\cos\vartheta_P) \bar{P}_{nk}(\cos\vartheta_Q) \right) \cos m\lambda_P \cos k\lambda_Q \right. \\
 & + \left( \sum_{l=m}^L \sum_{n=k}^L Cov(\bar{S}_{lm}, \bar{C}_{nk}) \bar{P}_{lm}(\cos\vartheta_P) \bar{P}_{nk}(\cos\vartheta_Q) \right) \sin m\lambda_P \cos k\lambda_Q \\
 & + \left( \sum_{l=m}^L \sum_{n=k}^L Cov(\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{nk}) \bar{P}_{lm}(\cos\vartheta_P) \bar{P}_{nk}(\cos\vartheta_Q) \right) \cos m\lambda_P \sin k\lambda_Q \\
 & \left. + \left( \sum_{l=m}^L \sum_{n=k}^L Cov(\bar{S}_{lm}, \bar{S}_{nk}) \bar{P}_{lm}(\cos\vartheta_P) \bar{P}_{nk}(\cos\vartheta_Q) \right) \sin m\lambda_P \sin k\lambda_Q \right] \quad (98)
 \end{aligned}$$

Onde  $Cov(\bar{S}_{lm}, \bar{C}_{nk})$  correspondem às covariâncias de erro entre dois coeficientes harmônicos esféricos (e.g. um coeficiente seno e um coeficiente cosseno); o grau de desenvolvimento em harmônicos esféricos é denotado pelas letras  $l$  e  $n$ , e a ordem pelas letras  $m$  e  $k$ . As coordenadas esféricas latitude e longitude para os pontos de cálculo  $P$  e  $Q$  são denotadas por  $\{\vartheta, \lambda\}$ . A propagação dos erros de comissão dos MGGs representa um processo com alto custo computacional. Como alternativa a propagação de erros é realizada considerando aproximações (GERLACH; FECHER, 2012).

Segundo Sneeuw (2000), num primeiro nível de aproximação (abordagem *m-block*), as covariâncias entre coeficientes de diferente ordem  $m$  ( $m \neq k$ ) são desconsideradas. A MVC é dividida em blocos individuais. Cada bloco com número de coeficientes máximo igual a  $(L+1)^2$ ; adicionalmente covariâncias entre coeficientes seno e cosseno são negligenciadas. A expressão para o cálculo das covariâncias dos erros para as altitudes geoidais entre duas estações  $P$  e  $Q$  segundo a abordagem *m-block* tem a forma:

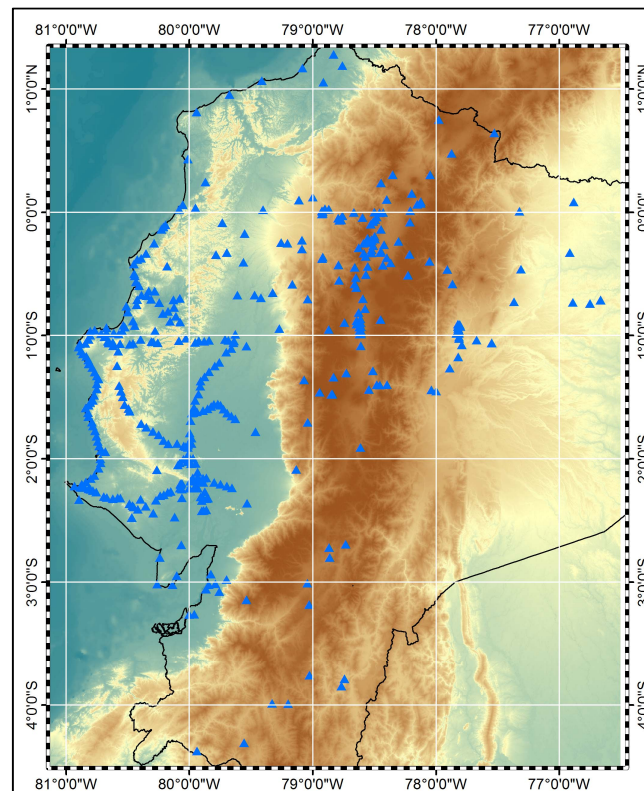
$$\begin{aligned}
 Cov(N_P, N_Q) \approx R^2 \sum_{m=0}^L & \left[ \left( \sum_{l=m}^L \sum_{n=m}^L Cov(\bar{C}_{lm}, \bar{C}_{nm}) \bar{P}_{lm}(\cos\vartheta_P) \bar{P}_{nm}(\cos\vartheta_Q) \right) \cos m\lambda_P \cos m\lambda_Q \right. \\
 & \left. + \left( \sum_{l=m}^L \sum_{n=m}^L Cov(\bar{S}_{lm}, \bar{S}_{nm}) \bar{P}_{lm}(\cos\vartheta_P) \bar{P}_{nm}(\cos\vartheta_Q) \right) \sin m\lambda_P \sin m\lambda_Q \right] \quad (99)
 \end{aligned}$$

A aplicação da ( 99 ) possibilita o cálculo das covariâncias com uma grande redução do custo computacional.

#### 4.2.2.1 O conjunto de dados

Para o cálculo do *bias* do DVE no espaço geométrico e mediante uma solução por mínimos quadrados, utilizou-se 436 registros GNSS/niv (FIGURA 28), fornecidos pelo IGM-EC. As altitudes niveladas foram transformadas do sistema de maré permanente *mean tide* ao *tide free* (Seção 2.15) para serem compatíveis com as altitudes GNSS.

FIGURA 28 - REGISTROS GNSS/NIV PARA SOLUÇÃO POR MMQ  
(Observe-se que contém mais pontos GNSS/niv que a FIGURA 21)



FONTE: O autor (2017)

Os registros GNSS/niv foram filtrados para eliminar observações com erros grosseiros nas altitudes niveladas e/ou elipsoidais (eliminação de *outliers*). A filtragem foi realizada mediante a comparação dos valores  $N_{GNSS/niv}$  e as altitudes geoidais oriundas do EGM2008 ( $N_{EGM2008}$ ). As estatísticas dos valores obtidos para a relação

$N_{GNSS/niv} - N_{EGM2008}$  calculada para todos os registros GNSS/niv antes da filtragem de *outliers* são apresentadas na TABELA 7.

TABELA 7 - ESTATÍSTICAS  $N_{GNSS/niv}$  Vs.  $N_{EGM2008}$  ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

|                            |        |
|----------------------------|--------|
| <b>Máximo (m)</b>          | 2,90   |
| <b>Mínimo (m)</b>          | -4,12  |
| <b>Média (m)</b>           | -0,013 |
| <b>Desvio Padrão (m)</b>   | 0,69   |
| <b>Número de registros</b> | 489    |

O critério para a filtragem dos erros grosseiros foi o de eliminar todos os registros cujos valores de  $N_{GNSS/niv} - N_{EGM2008}$  estejam fora do intervalo:  $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$  (critério dos dois *sigmas*), sendo  $\bar{x}$  a média e  $\sigma$  o desvio padrão. Na TABELA 8 observa-se as estatísticas para os valores  $N_{GNSS/niv} - N_{EGM2008}$  após a eliminação dos *outliers*.

TABELA 8 - ESTATÍSTICAS  $N_{GNSS/niv}$  Vs.  $N_{EGM2008}$  APÓS ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS*

|                                  |       |
|----------------------------------|-------|
| <b>Máximo (m)</b>                | 0,80  |
| <b>Mínimo (m)</b>                | -0,61 |
| <b>Média (m)</b>                 | 0,07  |
| <b>Desvio Padrão (m)</b>         | 0,29  |
| <b>Número de registros</b>       | 436   |
| <b>% de registros eliminados</b> | 10,84 |

#### 4.2.2.2 A superfície de referência global

Segundo já foi explicado na seção 4.2, a estimativa da discrepância do DVL é realizada mediante o cálculo do valor médio da relação entre  $N_{GNSS/niv}$  e os correspondentes valores de  $N$  referentes a uma superfície de referência global. No presente trabalho, para a definição desta superfície, foi utilizado o MGG de alta resolução EGM2008 (PAVLIS et al., 2008) em seus grau/ordem máximos (2190/2159), complementado pelo MGG somente satélite GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 (BRUINSMA et al., 2013), também em seu grau/ordem máximos (300). Na combinação dos dois MGGs e visando a minimização dos efeitos secundários associados ao DVL e contidos no EGM2008, o máximo grau de desenvolvimento do GO\_GONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 ( $L=300$ ) foi utilizado. Desta forma a superfície de

referência global é definida pelos valores de  $N$  oriundos do MGG combinado (MGGc) da forma:

$$N_{MGGc} = N_{GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5}^{n=300}_{n=0} + N_{EGM2008}^{n=2190}_{n=301} \quad (100)$$

Idealmente esta combinação deve ser efetivada com base no método dos Mínimos Quadrados.

Embora a combinação dos MGGs para a determinação da superfície de referência tenha sido definida, o desempenho na modelagem do campo da gravidade mediante diferentes combinações dos MGGs é avaliado mediante vários testes. Diferentes graus máximos ( $L$ ) do desenvolvimento em harmônicos esféricos para o modelo GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 foram utilizados (TABELA 9).

TABELA 9 - COMBINAÇÕES DOS MGGs

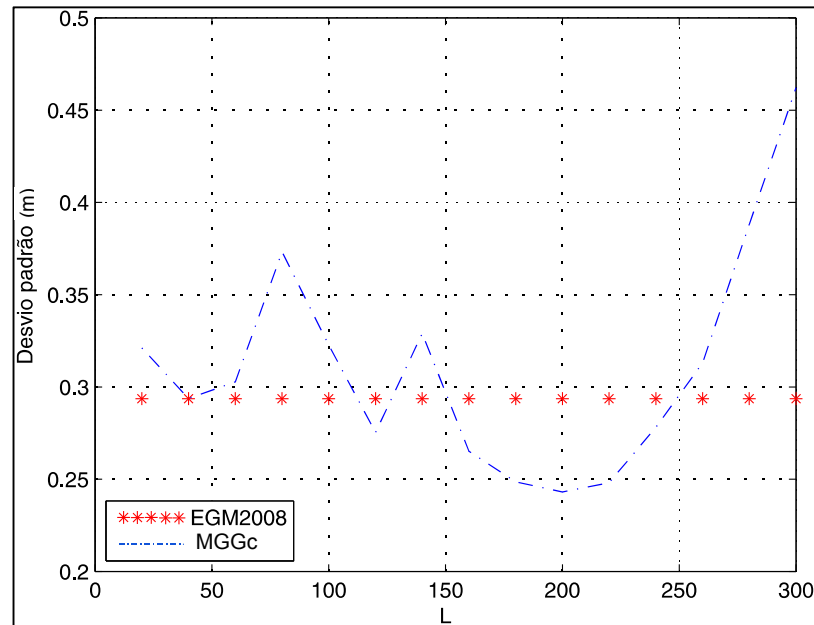
| $L$ | GO_CONS_GCF_2_DIR_R5: $n$ [min – max] | EGM2008: $n$ [min – max] |
|-----|---------------------------------------|--------------------------|
| 20  | 0 – 20                                | 21 - 2190                |
| 40  | 0 – 40                                | 41 - 2190                |
| 60  | 0 – 60                                | 61 - 2190                |
| 80  | 0 – 80                                | 81 - 2190                |
| 120 | 0 – 120                               | 121 - 2190               |
| 140 | 0 – 140                               | 141 - 2190               |
| 160 | 0 - 160                               | 161 - 2190               |
| 180 | 0 -180                                | 181 - 2190               |
| 200 | 0 - 200                               | 201 - 2190               |
| 220 | 0 - 220                               | 221 - 2190               |
| 240 | 0 - 240                               | 241 - 2190               |
| 260 | 0 - 260                               | 261 - 2190               |
| 280 | 0 - 280                               | 281 - 2190               |
| 300 | 0 - 300                               | 301 - 2190               |

O desempenho de cada um dos MGG combinados (MGGc) foi avaliado em função dos desvios padrões das diferenças  $N_{MGGc} - N_{GNSS/niv}$  (FIGURA 29).

O menor desvio padrão para  $N_{MGGc} - N_{GNSS/niv}$  (linha azul na FIGURA 29) corresponde ao valor de 0,24 m, e foi encontrado para o entorno de  $L = 200$ . Esta combinação dos MGGs apresenta uma melhoria quando comparado com o desvio padrão para  $N_{EGM2008} - N_{GNSS/niv}$  (0,29 m) (pontos vermelhos na FIGURA 29). Isto demonstra que uma adequada combinação de MGGs somente satélite com MGGs de alta resolução, melhora o desempenho dos MGGs na modelagem do campo da

gravidade terrestre. No entanto, na abordagem geodésica para a estimação das discrepâncias dos DVLs, o objetivo é minimizar os efeitos locais na determinação da superfície de referência global, por tanto o grau máximo do MGG somente satélite ( $L=300$ ) é utilizado.

FIGURA 29 - DESVIO PADRÃO COMBINAÇÃO MGGs



FONTE: O autor (2017)

Na solução por mínimos quadrados, um aspecto fundamental do processo é o cálculo das MVCs associadas às fontes de informações utilizadas. A MVC correspondente ao GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 (FIGURA 30) é calculada segundo a abordagem *m-block* (99). Já no caso da MVC para o EGM008 (

FIGURA 31), esta é obtida por propagação das variâncias dos erros dos coeficientes conforme o mapa geográfico de erros geoidais locais (GILARDONI et al., 2013).

Considerando que as altitudes niveladas, altitudes elipsoidais e altitudes geoidais (oriundas do MGG combinado) são determinadas independentemente, é possível assumir que os erros associados a estas grandezas não estão correlacionados.

Para o cálculo da MVC ( $C_v$ ), na (97), é necessário considerar, além dos erros de comissão dos MGGs, os erros estimados a priori para as altitudes niveladas  $\sigma_{Hn}$  e para as altitudes elipsoidais  $\sigma_h$ . Na (97)  $C_h$  e  $C_{Hn}$  são substituídas por  $C_{h-Hn} = C_{\zeta^*}$ ,

que corresponde à MVC das quantidades derivadas da diferença das altitudes elipsoidais e niveladas. Devido a que existe um alto grau de incerteza nos erros a priori associados a estas altitudes, são testadas várias soluções considerando diferentes valores para  $\sigma(h-Hn)$ .

FIGURA 30 - MVC GO-GONS-GCF-2-DIR\_R5

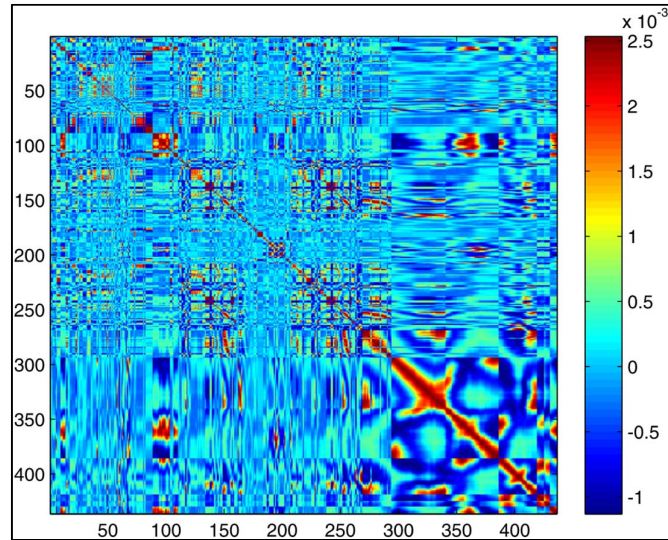
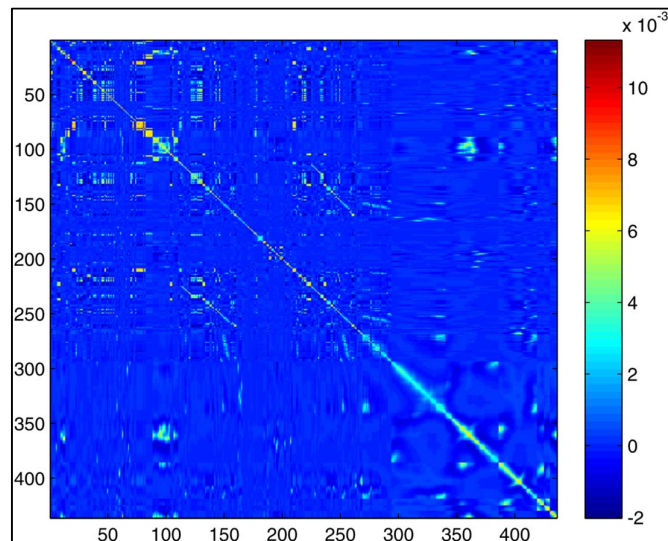


FIGURA 31 - MVC EGM2008



FONTE: O autor (2017)

Para cada uma das soluções propostas foi realizado o teste *chi* quadrado com um nível de significância de 5% para verificar a hipótese nula  $H_0: \sigma_0^2 = 1$ . Os *bias* para cada uma das soluções foram calculados segundo a solução por mínimos quadrados

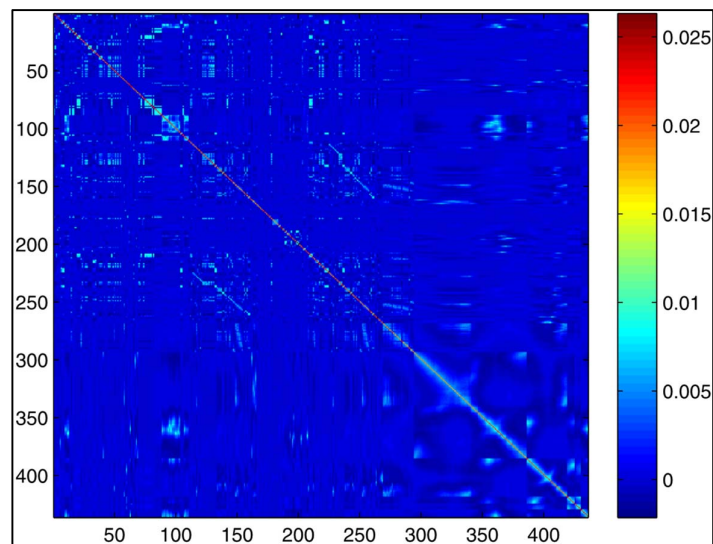
da equação ( 94 ). Os *bias* para todas as soluções, juntamente com os testes *chi* quadrado correspondentes são apresentados na TABELA 10.

TABELA 10 - *BIAS* DO DVE PELO MÉTODO GEODÉSICO MEDIANTE AJUSTAMENTO POR MÍNIMOS QUADRADOS

| Solução | $\sigma(h-Hn)$ (cm) | <i>bias</i> (cm) | $\sigma bias(cm)$ | $H_0$  | $\chi^2$ | $\chi^2_{0,025}$ | $\chi^2_{0,975}$ |
|---------|---------------------|------------------|-------------------|--------|----------|------------------|------------------|
| I       | 10                  | 7,69             | 1,74              | $\chi$ | 1659,37  | 379,11           | 494,68           |
| II      | 20                  | 7,88             | 1,79              | $\chi$ | 808,10   |                  |                  |
| III     | 30                  | 8,21             | 1,89              | $\chi$ | 507,87   |                  |                  |
| IV      | 31                  | 8,24             | 1,90              | ✓      | 487,95   |                  |                  |

Um *bias* de 8,24 cm foi calculado com a solução que considera  $\sigma(h-Hn) = 31$  cm (solução IV), e que verifica a hipótese nula (TABELA 10). A FIGURA 32 mostra a MVC utilizada para esta solução.

FIGURA 32 - MVC MGGs + MVC  $Hn$  + MVC  $h$



FONTE: O autor (2017)

As estatísticas dos residuais resultantes do ajustamento por mínimos quadrados para o cálculo do *bias* do DVE, segundo a solução IV, são apresentados na TABELA 11.

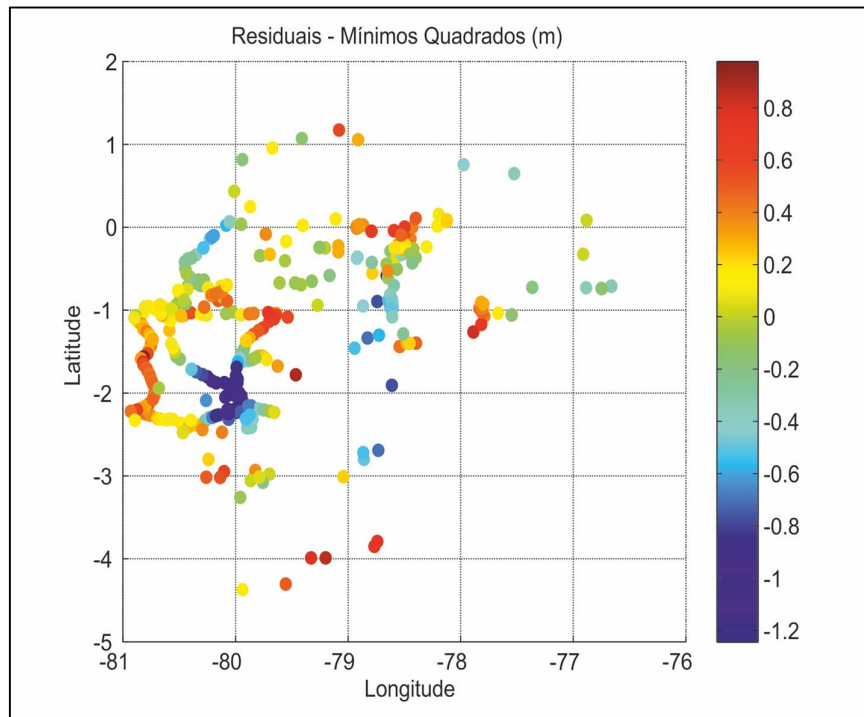
TABELA 11 - ESTATÍSTICAS DOS RESIDUAIS MMQ PARA O CÁLCULO DO *BIAS*

| Máximo (m) | Mínimo (m) | Média (m) | Desvio Padrão (m) |
|------------|------------|-----------|-------------------|
| 0,98       | -1,24      | -0,02     | 0,46              |



Os residuais do ajustamento por mínimos quadrados, correspondentes à solução IV, são apresentados na FIGURA 33.

FIGURA 33 - RESIDUAIS DO AJUSTAMENTO PARA O CÁLCULO DO *BIAS*



FONTE: O autor (2017)

Em função dos resultados obtidos mediante a solução por mínimos quadrados

#### 4.2.3 Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM)

Com o objetivo de explorar um método alternativo para a estimativa da discrepância do DVE em relação a uma superfície global, o efeito da TNMM no marégrafo *La Libertad*, é calculado. O cálculo baseia-se no modelo de NMM (*MSS – Mean Sea Surface*) *CNES/CLS011* (SCHAEFFER et al., 2012), associado com o MGG *GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5*. O modelo *MSS CNES CLS011* é disponibilizado em uma grade regular com espaçamento de 2' em latitude e longitude, sendo que os valores de *MSS* foram coletados de observações correspondentes ao período 1993-2009, dos satélites *Topex/Poseidon*, *ERS-2*, *ERS-1*, *GFO*, *Envisat* e *Jason-1*.

O valor da *MSS* oriundo do modelo *CNES/CLS011*, está originalmente referido ao denominado elipsoide *Topex/Poseidon* (KEYSERS et al., 2015). Para que este

valor seja compatível com o valor de  $\zeta$  oriundo do  $GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5$ , foi realizada uma transformação de elipsoide de referência. O valor de MSS foi referenciado ao WGS84 (*World Geodetic System* 1984) que corresponde, para efeitos práticos, ao GRS80 (*Geodetic Reference System* 1980). A conversão foi realizada em função da latitude do ponto (marégrafo) usando a “fórmula derivada empírica” a seguir (RENGANATHAN, 2010):

$$\delta_h = h_2 - h_1 = -((a_2 - a_1) * \cos(\varphi)^2 + (b_2 - b_1) * \sin(\varphi)^2) \quad (101)$$

Com a ( 101 ) é calculada a diferença ( $\delta_h$ ) entre as altitudes ( $h_1$  e  $h_2$ ) referidas aos dois elipsoides. Os parâmetros  $a_2$  e  $a_1$  são respectivamente o semieixo maior do elipsoide 2 e do elipsoide 1;  $b_2$  e  $b_1$  são respectivamente o semieixo menor do elipsoide 2 e do elipsoide 1.

A TNMM é calculada no local do DVE segundo a equação ( 102 ), usando o modelo de MSS  $CNESC_{LS011}$  associado com o MGG  $GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5$ .

$$TNMM = MSS_{CLS011} - \zeta_{TIM\_R5} \quad (102)$$

Para o cálculo da TNMM pode ser usada tanto a anomalia de altitude ( $\zeta_{TIM\_R5}$ ) quanto a altitude geoidal ( $N_{TIM\_R5}$ ), já que no oceano as duas grandezas tendem a ser iguais. A TNMM calculada contém o erro gerado pela diferença de épocas de referência de  $MSS_{CLS011}$  e de  $\zeta_{TIM\_R5}$ .

Os resultados do cálculo da TNMM em função da MSS e  $\zeta$  calculados no local do marégrafo *La Libertad*, constam na TABELA 12.

TABELA 12 - CÁLCULO DA TNMM NO DVE

| Estação            | Latitude         | Longitude         | MSS (m) | $\zeta$ (m) | TNMM (m) |
|--------------------|------------------|-------------------|---------|-------------|----------|
| <i>La Libertad</i> | 2° 13' 8,8911" S | 80°54' 18,5366" W | 11,6150 | 11,5416     | 0,0734   |

Os *bias* (TABELA 6) obtidos da equação (93) (seção 4.2, abordagem geométrica) são comparados com a TNMM dada pela ( 102 ) (TABELA 12), a fim de estabelecer o grau de consistência entre as duas abordagens (geodésico e oceanográfico) de forma que:

$$\delta = \bar{\delta}\zeta - TNMM \quad (103)$$

A comparação entre a TNMM e o  $\bar{\delta}\zeta$  (93), mostra que a TNMM tem em geral uma maior aderência com as discrepâncias calculadas para as altitudes geoidais ( $\bar{\delta}N$ ), com exceção da solução IV (TABELA 13).

As MQDs calculadas sobre os pontos GNSS/NIV (TABELA 6), não possibilitam concluir que o SVRE se adapta de melhor forma a um sistema de altitudes ortométricas, embora o valor de TNMM calculado a partir da abordagem oceanográfica recém descrita e os  $\bar{\delta}N$  da abordagem geodésica sejam próximos.

TABELA 13 - TNMM VS. *BIAS*

| Solução | $\delta = \bar{\delta}N - TNMM$ (m) | $\delta = \bar{\delta}\zeta - TNMM$ (m) |
|---------|-------------------------------------|---|
| I       | -0,12                               | -0,43                                   |
| II      | 0,00                                | -0,25                                   |
| III     | 0,00                                | -0,32                                   |
| IV      | 0,15                                | -0,12                                   |

O modelo de TNMM *MDT\_CNES-CLS13* contém valores estimados da TNMM para o período 1993-2012 em função da MSS referida ao elipsoide *Topex/Poseidon* e de altitudes geoidais provenientes do modelo de geopotencial *EGM-DIR-R4*. O valor de TNMM para o marégrafo *La Libertad* segundo este modelo é de 0,5641 m, porém não pode ser comparado com os valores obtidos da Equação (102) por estarem referidos a elipsoides diferentes e por serem calculados considerando diferentes MGGs. A TNMM calculada mostra ter, em geral, maior aderência com as discrepâncias calculadas para as altitudes geoidais do método geodésico ( $\bar{\delta}N$ ); as diferenças entre as duas abordagens chegam a ser nulas para o caso da solução II e III. No entanto para as anomalias de altitude a menor discrepância se registra para a solução IV com 12 cm (TABELA 13). Cabe ainda ser ressaltado que os MDT da família CNES tendem a perder precisão em áreas costeiras em vista de serem derivados de satélites altímetros.

## 5 MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL MEDIANTE A SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG

A estimativa do afastamento do DVE no espaço do geopotencial em relação a uma superfície de nível global foi realizada, em uma Etapa I, com base em uma solução livre considerando as altitudes niveladas como iguais às altitudes normais e desta forma possibilitando o cálculo de anomalias da gravidade de Molodensky da forma  $\Delta g_M = g_P - \gamma_\Sigma$ , sendo  $g_P$  a gravidade no ponto  $P$  na superfície física da Terra e  $\gamma_\Sigma$  a gravidade teórica no teluroide. Desta forma, existe uma forte influência geométrica das altitudes niveladas.

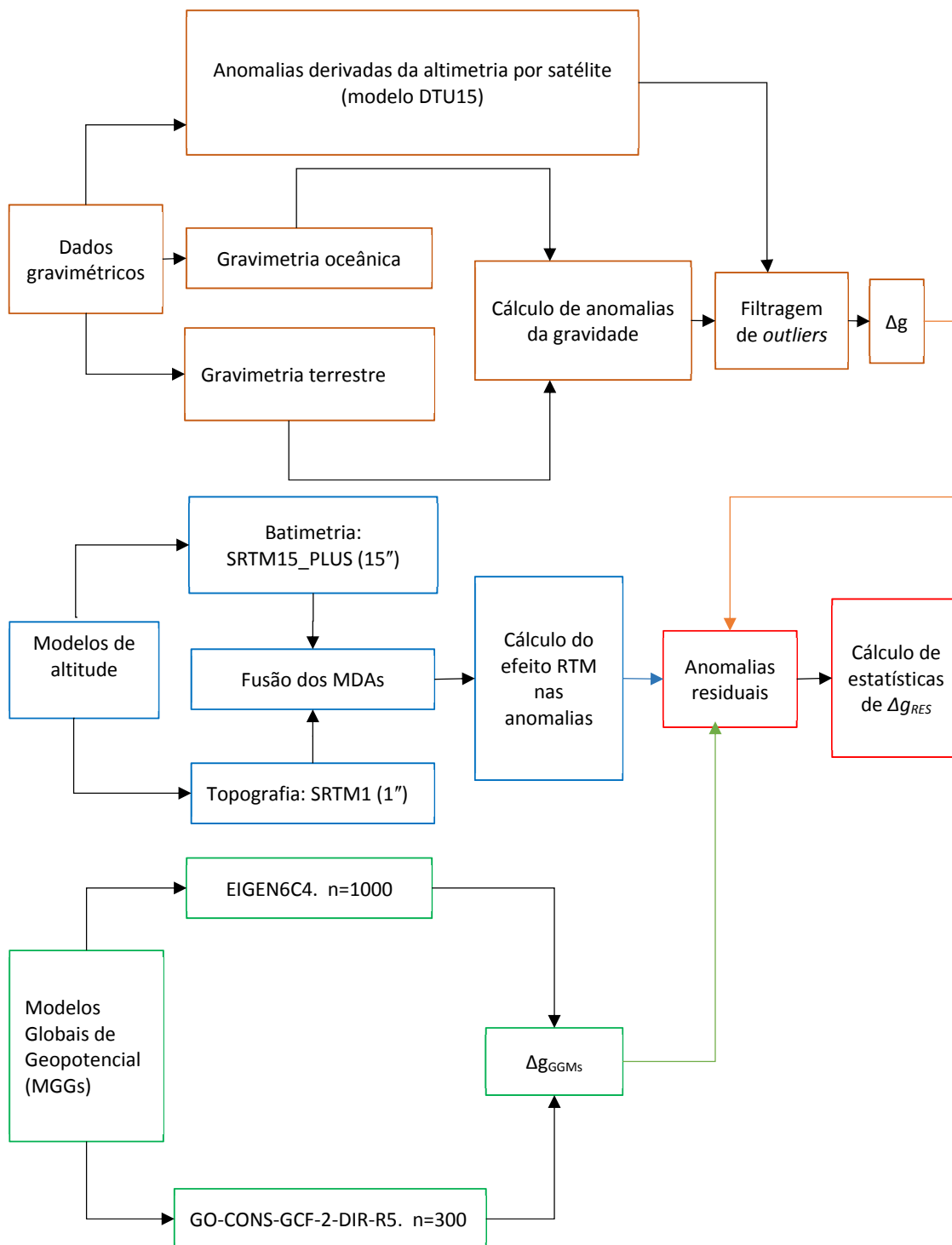
Já em uma Etapa II (Capítulo 6), com base em solução fixada tendo como superfície de referência a Superfície Física da Terra (SF), busca-se uma abordagem mais vinculada ao espaço do geopotencial pois os distúrbios da gravidade são utilizados e, portanto, sem o envolvimento de reduções com alguma hipótese simplificativa. Os detalhes dos métodos utilizados para as diferentes abordagens são apresentados nas seções subsequentes.

A modelagem do DVE é realizada conforme o método exposto na seção 2.13, para isto considera-se a decomposição do sinal gravimétrico (seção 2.18: relativa à decomposição espectral). O cálculo das anomalias residuais de Molodensky segue o fluxograma apresentado na FIGURA 34. O processo envolve o cálculo das anomalias da gravidade em função das informações gravimétricas terrestres e oceânicas. A discriminação de registros gravimétricos considerados *outliers*, os erros grosseiros do conjunto de dados são eliminados mediante a aplicação de um critério estatístico. Anomalias da gravidade oriundas do modelo DTU15 também foram consideradas na análise com o fim de preencher vazios de informação na região oceânica.

As anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{RES}$ ) são calculadas considerando anomalias de Molodensky oriundas de MGGs ( $\Delta g_{MGG}$ ), e o efeito da topografia residual nas anomalias ( $\Delta g_{RTM}$ ) estimado mediante a técnica RTM. Foram utilizados os MGGs EIGEN6C4 com grau máximo 1000 e o GOCONS-DIR-R5 com grau máximo 300.

O MDA utilizado na modelagem de  $\Delta g_{RTM}$  foi gerado mediante a fusão do SRTM15 PLUS com resolução espacial de 15 arc seg. e o SRTM1 com resolução espacial de 1 arc seg. A batimetria correspondente à parte oceânica é obtida do SRTM15 PLUS enquanto que o SRTM1 é utilizado para a parte continental.

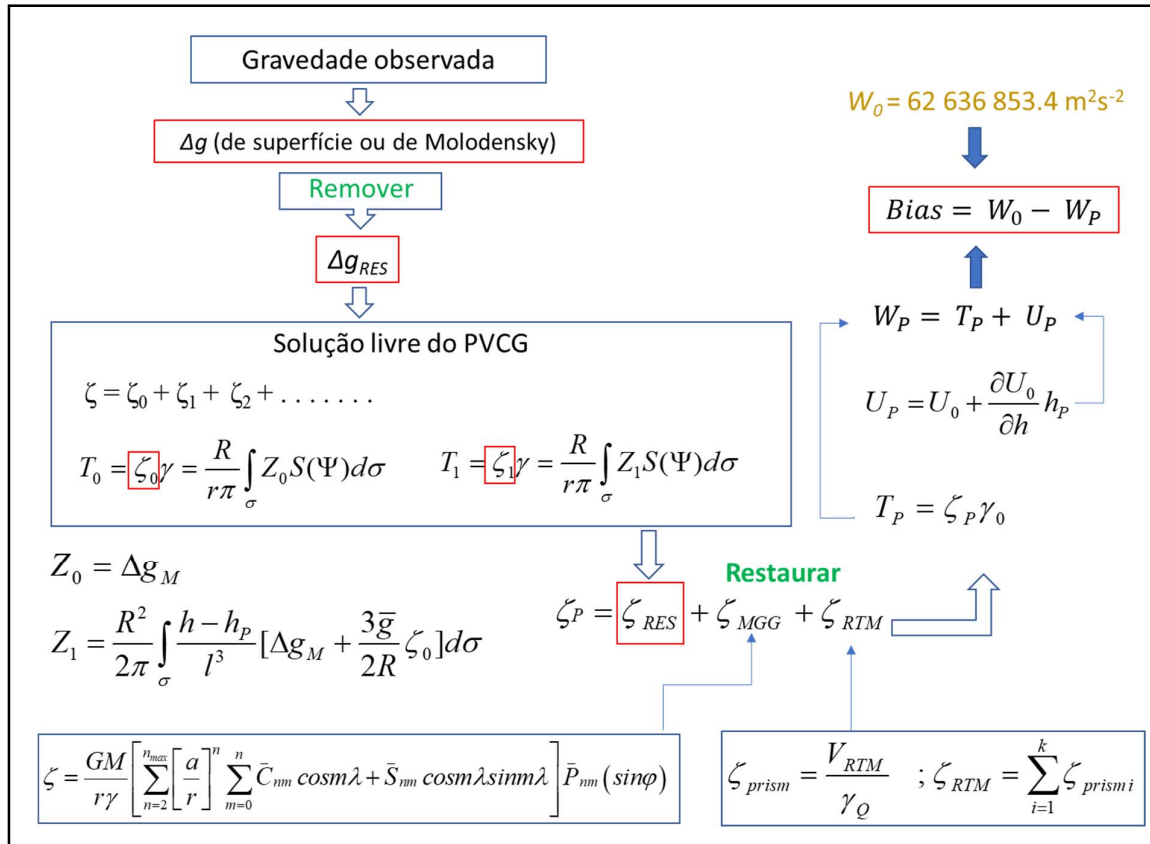
FIGURA 34 - CÁLCULO DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE RESIDUAIS



FONTE: O autor (2017)

Em síntese a abordagem do PVCG em sua forma livre de acordo com a teoria de Molodensky é apresentada na FIGURA 35.

FIGURA 35 - SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE



Nas próximas seções apresentam-se os detalhes dos cálculos e procedimentos seguidos para o estabelecimento do conjunto de anomalias da gravidade de Molodensky na região de estudo que são utilizadas para a modelagem do DVE.

### 5.1 ANOMALIAS DA GRAVIDADE OCEÂNICAS DO MODELO DTU15

As anomalias *free-air de superfície* (ou de Molodensky) do modelo DTU15 (Seção 3.2.5) (FIGURA 25) são usadas para preencher os vazios de informação gravimétrica na região oceânica (FIGURA 38). A grade do modelo disponibilizada originalmente com uma resolução espacial de 1' é reamostrada para uma resolução de 5' visando à redução do tempo de cálculo e aparentemente sem prejuízo à qualidade final da solução em vista da pequena variabilidade de tais anomalias no ambiente oceânico.

Após a reamostragem, 1392 registros oriundos do modelo DTU15 são considerados para preencher os vazios de informação gravimétrica na região oceânica.

## 5.2 ANOMALIAS DA GRAVIDADE OCEÂNICAS DO BGI

Devido a que as anomalias ( $\Delta g_{FA}$ ) disponibilizadas na base de dados gravimétricos do BGI (pontos pretos na FIGURA 23) (as principais características dos 21 levantamentos de gravimetria oceânica são explanadas na seção 3.2.3) pertencem a levantamentos realizados em diferentes épocas, mediante procedimentos heterogêneos e não documentados, devido ainda a que os registros disponibilizados não têm precisões associadas, é necessário realizar uma filtragem de registros com erros grosseiros. As informações estatísticas das  $\Delta g_{FA}$  do BGI antes de eliminar erros grosseiros são apresentados na TABELA 14:

TABELA 14 – ESTATÍSTICAS  $\Delta g_{FA}$  DA BASE DE DADOS DO BGI ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

|                             |         |
|-----------------------------|---------|
| <b>Max (mGal)</b>           | 79,64   |
| <b>Min (mGal)</b>           | -170,20 |
| <b>Média (mGal)</b>         | -54,35  |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 65,14   |
| <b>N°</b>                   | 8549    |

O elevado desvio padrão das anomalias da gravidade adverte da necessidade de realizar uma análise estatística que permita eliminar registros que contenham erros grosseiros. Os detalhes da eliminação de *outliers* são apresentados na sequência.

### 5.2.1 Filtragem de outliers das anomalias da gravidade oceânicas do BGI mediante comparação com anomalias do modelo DTU15

As anomalias da gravidade dos 21 levantamentos de gravimetria oceânica disponíveis na base de dados do BGI (seção 3.2.3), são submetidas a uma filtragem de registros com erros grosseiros. Devido à heterogeneidade na proveniência dos registros de gravimetria oceânica pertencentes à base de dados do BGI, por não estarem disponíveis informações relacionadas com os métodos de observação, equipamentos utilizados, e por serem dados que não possuem precisões de observação associadas, é necessário eliminar do conjunto de dados aqueles registros que são considerados *outliers* mediante uma análise estatística. Para a filtragem de *outliers*, as anomalias da gravidade do conjunto de dados de gravimetria oceânica, após compatibilização dos SGRs, são comparadas com anomalias da gravidade oriundas da altimetria por satélite do modelo DTU15 (ANDERSEN; KNUDSEN, 2016)

(FIGURA 37). O modelo de anomalias da gravidade DTU15 (FIGURA 25) tem uma resolução espacial de 1' de arco (aproximadamente 1,85 km) (detalhes do modelo podem ser vistos na seção 3.2.5). Para realizar a comparação as anomalias do modelo são interpoladas nos pontos de gravimetria oceânica (FIGURA 23) mediante interpolação bilinear. A interpolação é realizada com o programa GEOIP escrito em linguagem FORTRAN, implementado e disponibilizado pelo *National Space Institute* do DTU.

O sistema de maré permanente dos registros de gravimetria oceânica é o *mean tide*, portanto compatível com o sistema de maré das anomalias da gravidade do modelo DTU15 (comunicação pessoal com Ole Andersen, pesquisador da DTU, 2016).

As anomalias da gravidade da base de dados do BGI estão referidas ao elipsoide GRS67 (NGA, 2008), enquanto as anomalias do modelo DTU15 estão referidas ao elipsoide GRS80, portanto foi necessário transformar as anomalias do BGI para estarem referidas ao GRS80. A transformação baseia-se na diferença das gravidades normais correspondentes com ambos os elipsoides de referência envolvidos segundo a fórmula:

$$\Delta g_{GRS80} = \Delta g_{GRS67} + \gamma_{GRS67} - \gamma_{GRS80} \quad (104)$$

Sendo  $\gamma_{GRS67}$  a gravidade teórica referida ao elipsoide GRS67 e  $\gamma_{GRS80}$  a gravidade teórica referida ao elipsoide GRS80.

A gravidade normal é calculada segundo a fórmula de Somigliana (109). Os parâmetros elipsoidais para o GRS80 e GRS67 são:

TABELA 15 – PARÂMETROS ELIPSOIDAIIS: GRS67 E GRS80

| Parâmetro         | GRS67        | GRS80            |
|-------------------|--------------|------------------|
| $a$ (m)           | 6378160      | 6378137          |
| $b$ (m)           | 6356774,5161 | 6356752,3141     |
| $e^2$             | 0,0067       | 0,00669438002290 |
| $\gamma_e$ (mGal) | 978031,845   | 978032,67715     |
| $\gamma_p$ (mGal) | 983217,730   | 983218,63685     |

Na TABELA 15,  $a$  corresponde ao semieixo maior do elipsoide,  $b$  o semieixo menor,  $e^2$  a primeira excentricidade ao quadrado,  $\gamma_e$  a gravidade normal no equador e  $\gamma_p$  a gravidade normal nos polos.



Após realizada a transformação das anomalias do sistema geodésico de referência GRS67 para o GRS80, as anomalias da gravidade oceânicas são comparadas com as oriundas do modelo DTU15. A filtragem de *outliers* é realizada em função dos estatísticos das anomalias residuais  $\Delta g_{res} = \Delta g_{BGI} - \Delta g_{DTU15}$ . A regra dos dois *sigmas* (calculadas para  $\Delta g_{res}$ ) é usada para discriminar aqueles dados gravimétricos que não cumprem com uma distribuição normal.

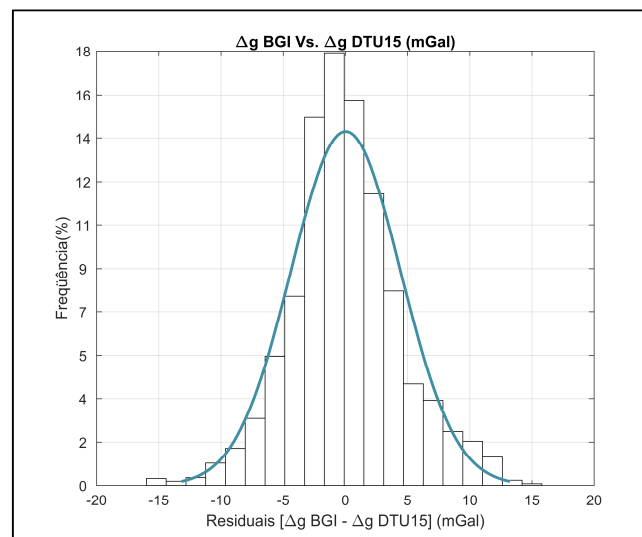
As estatísticas para  $\Delta g$  e  $\Delta g_{res}$  antes e depois da eliminação de outliers são apresentadas na TABELA 16.

TABELA 16 - ESTATÍSTICOS DE  $\Delta g_{res}$  DO BGI ANTES E DEPOIS DE ELIMINAR *OUTLIERS*

|                                   | $\Delta g$ antes | $\Delta g_{res}$ antes | $\Delta g$ depois | $\Delta g_{res}$ depois |
|-----------------------------------|------------------|------------------------|-------------------|-------------------------|
| <b>Max (mGal)</b>                 | 79,64            | 101,91                 | 79,64             | 15,74                   |
| <b>Min (mGal)</b>                 | -170,20          | -58,05                 | -153,90           | -15,62                  |
| <b>Média (mGal)</b>               | -54,35           | 0,26                   | -13,56            | 0,03                    |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b>       | 65,14            | 7,37                   | 49,12             | 4,40                    |
| <b>Coefficiente de correlação</b> | -----            | 0,9888                 | -----             | 0,9962                  |
| <b>N°</b>                         | 8549             |                        | 2829              |                         |
| <b>% eliminado</b>                | -----            |                        | 66,91             |                         |

A distribuição de frequências de  $\Delta g_{res}$  posterior à eliminação de outliers é observada na figura:

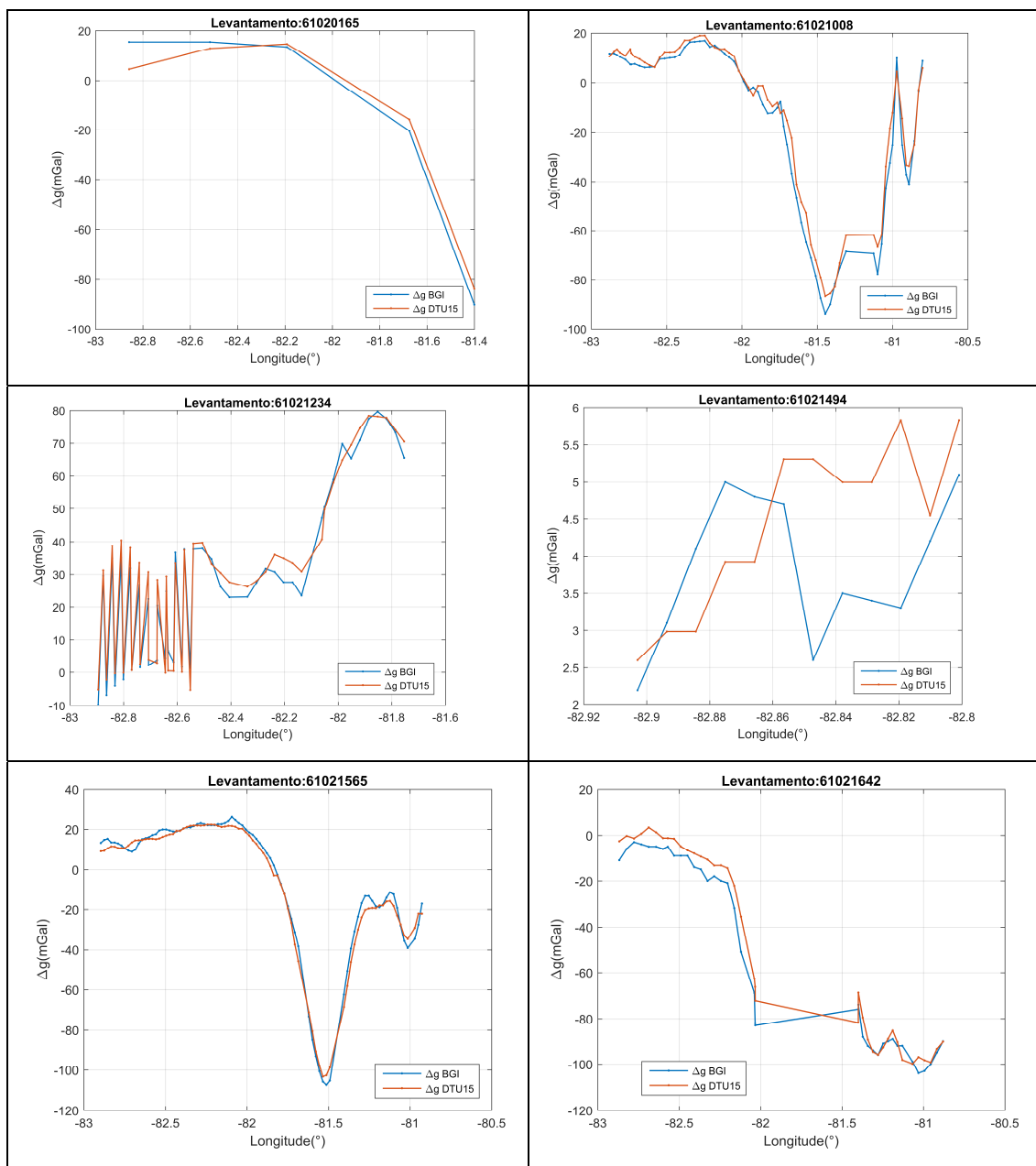
FIGURA 36 – HISTOGRAMA  $\Delta g_{res} [\Delta g_{BGI} - \Delta g_{DTU15}]$  APÓS ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS*

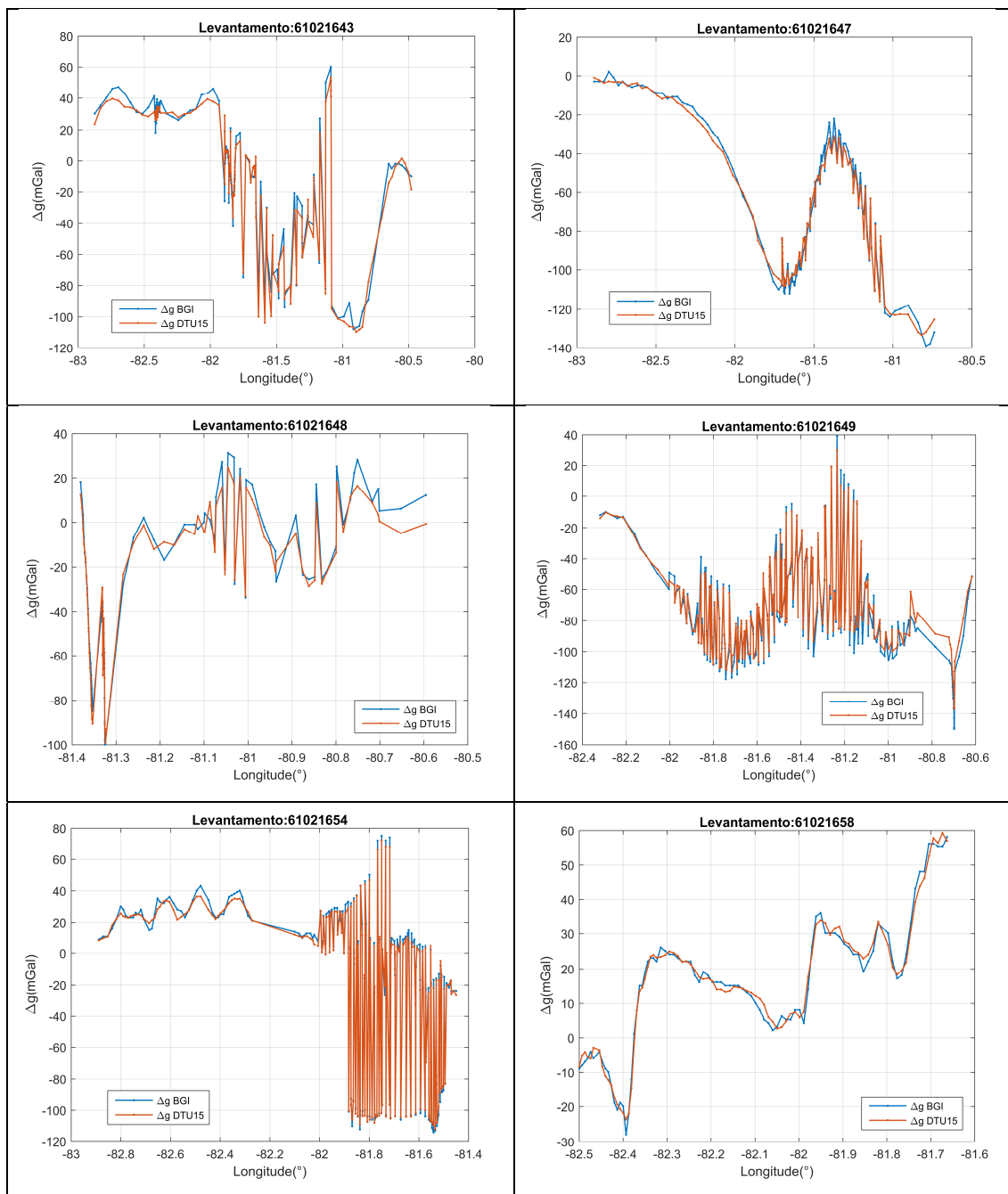


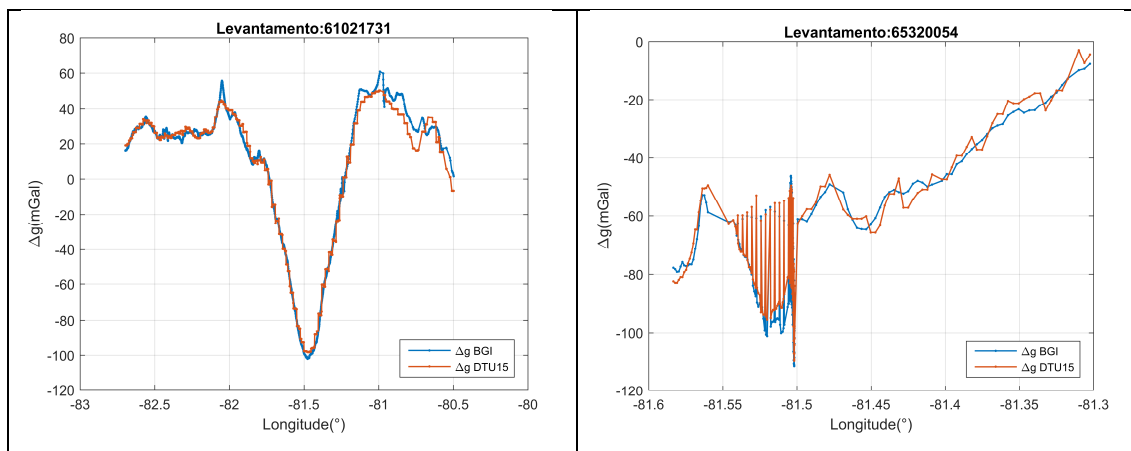
FONTE: O autor (2017)

Após a eliminação de *outliers*, os valores de  $\Delta g_{BGI}$  e  $\Delta g_{DTU15}$  foram plotados em função da longitude (FIGURA 37). A correlação entre as duas grandezas é próxima de 1 (TABELA 16).

FIGURA 37 –  $\Delta g_{BGI}$  E  $\Delta g_{DTU15}$  (Atenção às diferentes escalas envolvidas)



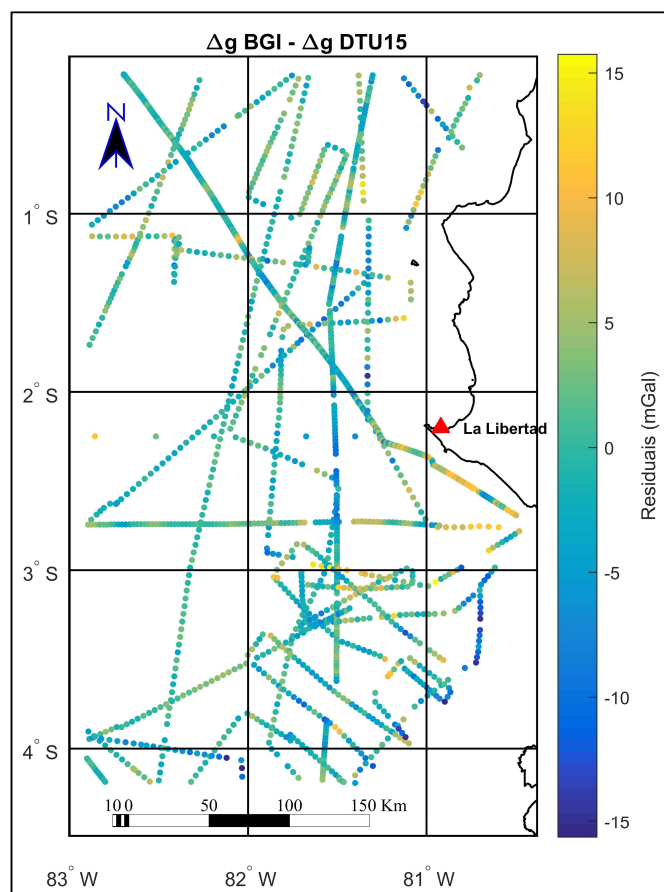




FONTE: O autor (2017)

As anomalias da gravidade residuais  $\Delta g_{res}$  para cada registro do BGI (após a eliminação de erros grosseiros), foram plotadas na FIGURA 38.

FIGURA 38 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE RESIDUAIS. GRAVIMETRIA OCEÂNICA Vs. DTU15. APÓS ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS*



FONTE: O autor (2017)

### 5.3 CÁLCULO DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE

O cálculo de anomalias da gravidade é realizado visando à obtenção de anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{RES}$ ) (seção 5.4.1) mediante o procedimento *remove-restore* (remover-restaurar). As anomalias da gravidade residuais serão usadas posteriormente na solução do PVCG da forma livre no DVE. Anomalias da gravidade são calculadas para todos os registros gravimétricos com exceção dos correspondentes ao modelo DTU15 para os quais já se dispõe do valor calculado.

Após o cálculo das anomalias da gravidade, registros com erros grosseiros são eliminados do conjunto de dados (registros com erros grosseiros já foram eliminados do conjunto de anomalias da gravidade da base de dados do BGI, Seção 5.2.1). A filtragem de anomalias da gravidade com erros grosseiros é realizada mediante a comparação com anomalias oriundas do MGG EGM2008 (seção 5.3.1).

No caso das anomalias calculadas para os registros de gravimetria oceânica, os valores de  $Hn$  são considerados sempre iguais a zero.

Existem registros gravimétricos terrestres para os quais não são conhecidas as altitudes niveladas (184 pontos, aproximadamente 9% do conjunto total). Estas altitudes, necessárias para o cálculo das anomalias da gravidade na solução do PVCG da forma livre, são aproximadas segundo a relação:

$$Hn^* \approx h - N \quad (105)$$

Com  $h$  oriundo de posicionamento GNSS e  $N$  proveniente do EGM2008, considerando seu grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos ( $n=2190$ ).

Devido a que o cálculo de anomalias da gravidade é realizado no sistema de maré permanente *mean-tide*, os valores de  $h$  e  $N$ , referidos ao sistema de maré permanente *tide-free*, são transformados para o *mean-tide* para serem compatíveis com os dados gravimétricos. A transformação de sistema de maré é realizada segundo a expressão (11).

As anomalias da gravidade *Free-Air* ( $\Delta g_{FA}$ ), também chamadas anomalias de Molodensky ou de superfície, são calculadas segundo a fórmula (HINZE et al., 2005):

$$\Delta g_{FA} = g + (-0,3086 * (0 - Hn)) - \gamma + \delta g_{atm} + \Delta g_H \quad (106)$$

Sendo  $\delta g_{atm}$  a correção atmosférica para os valores de gravidade observada,  $\gamma$  a gravidade normal calculada para o sistema geodésico de referência GRS80,  $-0,3086$  o gradiente da gravidade normal (expresso em mGal/m) e  $\Delta g_H$  a correção para o termo de Honkasalo dada por:

$$\Delta g_H = 0,0371(1 - 3\sin^2\varphi) \quad (107)$$

Sendo  $\varphi$  a latitude do ponto para o qual é calculada a anomalia da gravidade.

A constante gravitacional considerada no cálculo da gravidade teórica inclui a massa da atmosfera. Portanto, o cálculo das anomalias de ar livre ( $\Delta g_{Fa}$ ) deve incluir uma correção atmosférica ( $\delta g_{atm}$ ) aplicada à gravidade observada (NGA, 2008). O efeito da massa atmosférica na gravidade é aproximado com um modelo atmosférico mediante uma expressão analítica descrita por Ecker e Mittermayer (1969), ou de forma aproximada com a fórmula dada por Wenzel (1985) como:

$$\delta g_{atm} = 0,874 - 9,9 * 10^{-5}h + 3,56 * 10^{-5}h^2 \quad (108)$$

O efeito da atmosfera na gravidade ( $\delta g_{atm}$ ) é dado em mGal, sendo  $h$  a altitude da estação gravimétrica em metros. Esta correção é necessária em levantamentos gravimétricos que requerem um alto grau de acurácia e cujas estações gravimétricas abrangem uma ampla gama de altitudes (HINZE et al., 2005).

A gravidade normal ( $\gamma$ ) na (106) é calculada com a fórmula de Somigliana (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$\gamma_0 = \frac{a * \gamma_e * \cos^2\varphi + b * \gamma_p * \sin^2\varphi}{\sqrt{a^2 * \cos^2\varphi + b^2 * \sin^2\varphi}} \quad (109)$$

Sendo  $\gamma_e$  a gravidade normal no equador,  $\gamma_p$  a gravidade normal no polo,  $b$  o semieixo menor do elipsoide de referência,  $a$  o semieixo maior do elipsoide de referência e  $\varphi$  a latitude do ponto de cálculo.

As estatísticas das  $\Delta g_{FA}$ , antes da eliminação de outliers, são apresentadas em detalhes na TABELA 17:

TABELA 17 - ESTATÍSTICAS DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

| Registros              | Max (mGal) | Min (mGal) | Média (mGal) | $\sigma$ (mGal) | N°   |
|------------------------|------------|------------|--------------|-----------------|------|
| Terrestres e oceânicos | 703,65     | -149,86    | 1,26         | 62,43           | 6207 |
| Terrestres             | 703,65     | -123,48    | 33,22        | 74,97           | 1986 |
| Oceânicos              | 170,72     | -149,86    | -13,77       | 48,78           | 4221 |

As estatísticas para as anomalias da gravidade dos registros oceânicos, apresentadas na TABELA 17, correspondem às  $\Delta g_{FA}$  que já foram submetidas a uma eliminação de *outliers* preliminar mediante a comparação com anomalias do modelo DTU15 (seção 5.2.1).

### 5.3.1 Filtragem de erros grosseiros das anomalias da gravidade mediante a comparação com anomalias da gravidade do EGM2008

As anomalias da gravidade do EGM2008, calculadas para seu grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos, são utilizadas para filtrar *outliers* mediante a comparação com as  $\Delta g_{FA}$  do conjunto de registros gravimétricos da região de estudo. A eliminação de erros grosseiros é realizada em função de uma análise estatística das diferenças  $\Delta g_{res} = \Delta g - \Delta g_{EGM2008}$ . Os efeitos da topografia residual sobre as anomalias da gravidade ( $\Delta g_{RTM}$ ) não foram considerados neste cálculo. Os valores estatísticos calculados para as diferenças são apresentados na TABELA 18.

TABELA 18 - ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS RESIDUAIS  $\Delta g_{res} [\Delta g - \Delta g_{EGM2008}]$  ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

| Registros              | Max (mGal) | Min (mGal) | Média (mGal) | $\sigma$ (mGal) | N°   | Coefficiente Correlação |
|------------------------|------------|------------|--------------|-----------------|------|-------------------------|
| Terrestres e oceânicos | 771,99     | -97,20     | -1,28        | 16,74           | 6207 | 0,9640                  |
| Terrestres             | 771,99     | -97,20     | -4,45        | 28,79           | 1986 | 0,9247                  |
| Oceânicos              | 18,17      | -20,06     | 0,22         | 3,87            | 4221 | 0,9969                  |

Para a eliminação de erros grosseiros se utiliza o critério dos dois *sigmas*, o cálculo baseia-se nas estatísticas da TABELA 18. A TABELA 19 contém as estatísticas de  $\Delta g_{FA}$  após a eliminação de *outliers*.

TABELA 19 - ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS DEPOIS DE ELIMINAR *OUTLIERS*

| Registros              | Max (mGal) | Min (mGal) | Média (mGal) | $\sigma$ (mGal) | Nº   | % eliminado |
|------------------------|------------|------------|--------------|-----------------|------|-------------|
| Terrestres e oceânicos | 277,38     | -141,14    | 1,08         | 61,38           | 5926 | 4,53        |
| Terrestres             | 277,38     | -123,48    | 33,38        | 72,80           | 1933 | 2,67        |
| Oceânicos              | 170,72     | -141,14    | -14,06       | 48,19           | 3993 | 4,40        |

Eliminando os erros grosseiros do conjunto de registros gravimétricos, as estatísticas das anomalias da gravidade residuais  $\Delta g - \Delta g_{EGM2008}$  são os apresentados na seguinte tabela:

TABELA 20 - ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS RESIDUAIS ( $\Delta g - \Delta g_{EGM2008}$ ) DEPOIS DE ELIMINAR *OUTLIERS*

| Registros              | Max (mGal) | Min (mGal) | Média (mGal) | $\sigma$ (mGal) | Nº   | % eliminado | Coefficiente Correlação |
|------------------------|------------|------------|--------------|-----------------|------|-------------|-------------------------|
| Terrestres e oceânicos | 52,72      | -62,00     | -1,28        | 11,71           | 5926 | 4,53        | 0,9820                  |
| Terrestres             | 52,72      | -62,00     | -3,80        | 19,82           | 1933 | 2,67        | 0,9630                  |
| Oceânicos              | 7,92       | -7,52      | -0,07        | 2,94            | 3993 | 4,40        | 0,9981                  |

A FIGURA 39, FIGURA 40 e FIGURA 41 mostram a distribuição de frequências dos residuais  $\Delta g - \Delta g_{EGM2008}$  para os registros de gravimetria terrestre, gravimetria oceânica e para o conjunto total de dados após a eliminação de *outliers*.

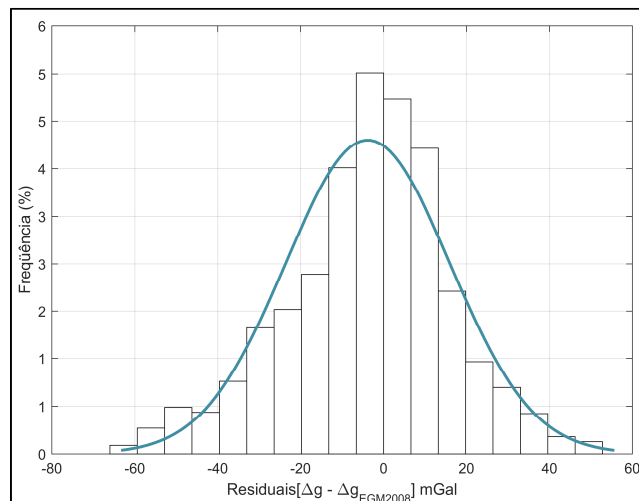
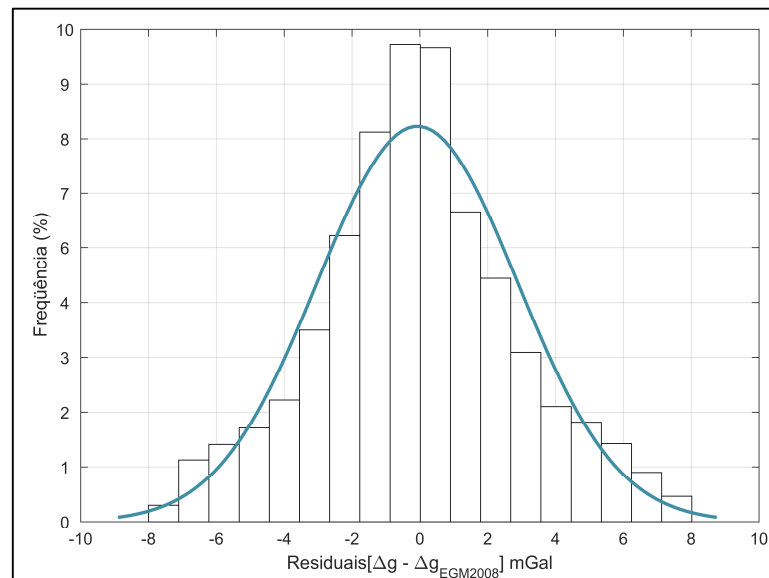
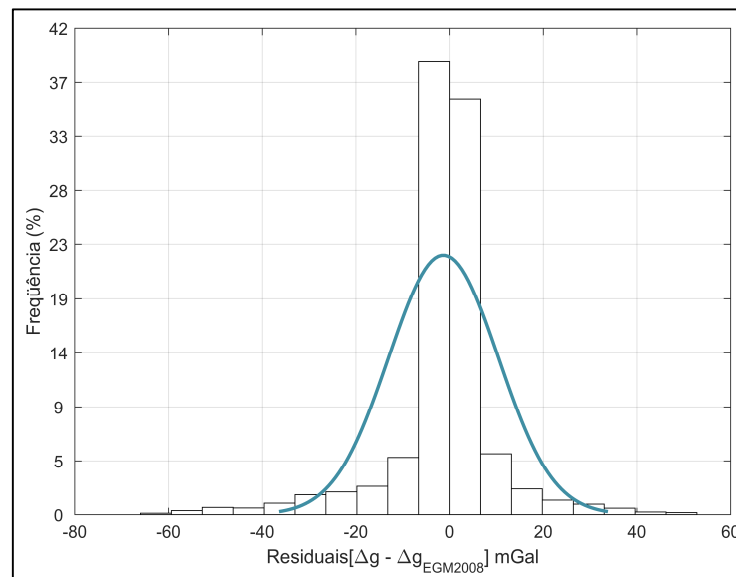
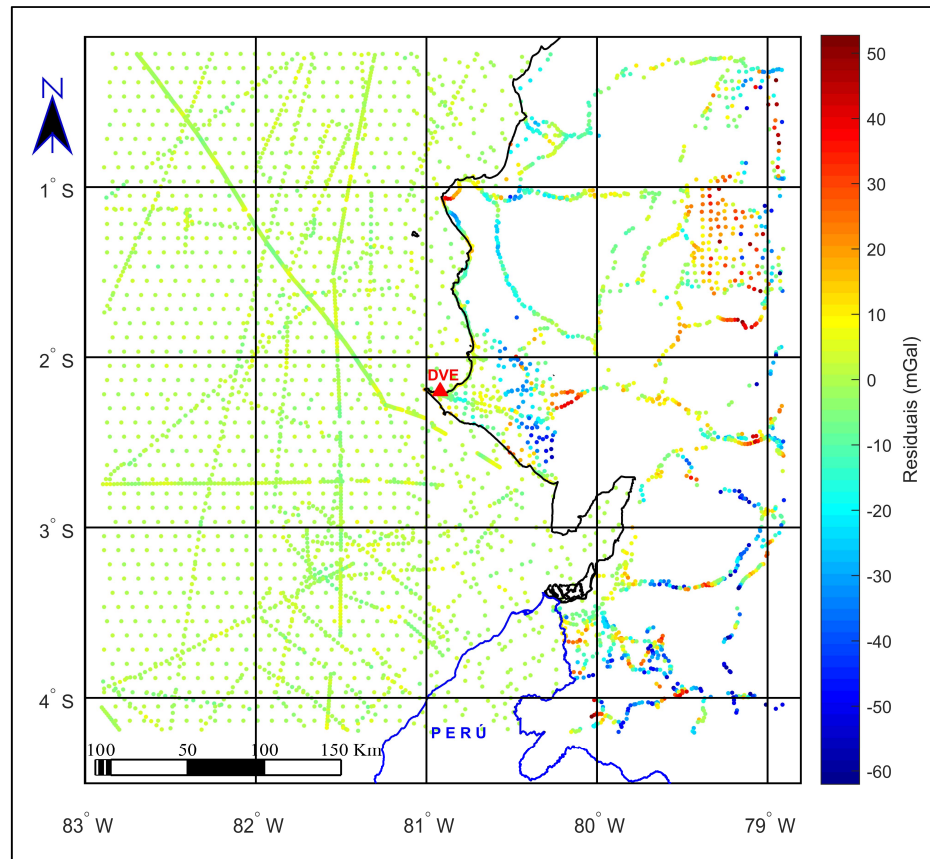
FIGURA 39 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\Delta g_{res}$ : GRAVIMETRIA TERRESTRE



FIGURA 40 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\Delta g_{res}$ : GRAVIMETRIA OCEÂNICAFIGURA 41 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\Delta g_{res}$ : GRAVIMETRIA TERRESTRE E OCEÂNICA

FONTE: O autor (2017)

Os valores de  $\Delta g_{res}$  correspondente ao conjunto de registros gravimétricos resultante após a filtragem de erros grosseiros podem ser visualizados na FIGURA 42.

FIGURA 42 – RESIDUAIS  $\Delta g - \Delta g_{\text{EGM2008}}$ 

FONTE: O autor (2017)

#### 5.4 SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE

Com o procedimento descrito anteriormente (seção 5.3), define-se o conjunto de dados que é utilizado para o cálculo de anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{\text{RES}}$ ) segundo se detalha na próxima seção. Dois MGGs foram usados para a representação dos longos comprimentos de onda do campo da gravidade: o MGG combinado somente satélite GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e o MGG EIGEN6C4. Os MGGs são utilizados considerando diferentes graus de desenvolvimento em harmônicos esféricos. As anomalias provenientes dos dois MGGs permitem gerar soluções independentes para a modelagem do DVE em termos do geopotencial. O programa *MODOSUP* (RAPP, 1982), permite calcular as anomalias em função dos coeficientes em harmônicos esféricos correspondentes aos MGGs utilizados.

#### 5.4.1 Anomalias da gravidade residuais

O cálculo de anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{RES}$ ) pressupõe o conhecimento de anomalias oriundas de MGGs e do efeito da topografia residual ( $\Delta g_{RTM}$ ) modelado mediante a técnica RTM. Dois MGGs foram empregados neste trabalho para o cálculo de  $\Delta g_{RES}$ , na remoção das baixas frequências do campo da gravidade, e posteriormente na restauração destas frequências para o cálculo de anomalias de altitude.

O MGG somente satélite GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5, produzido pela GFZ (*German Research Centre of Geosciences*) e produto da combinação de GOCE-SGG (*satellite gravity gradient*), GRACE e LAGEOS. O grau e ordem máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos do modelo é 300. Detalhes do MGG encontram-se em Bruinsma, et al. (2013).

O MGG EIGEN6C4 é um modelo combinado (LAGEOS, GRACE, GOCE, EGM2008, DTU e informação gravimétrica *in situ*), com grau e ordem do desenvolvimento em harmônicos esféricos igual a 2190. O modelo foi desenvolvido por cooperação da GFZ Potsdam e GRGS/CNES Toulouse. Detalhes do modelo são encontrados em Förste, et al. (2014).

No caso dos cálculos realizados com o GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5, as anomalias da gravidade foram calculadas com o grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos  $n=300$  e  $n=200$ . Já no caso das anomalias da gravidade oriundas do EIGEN6C4 foram calculadas considerando como grau máximo  $n=1000$  e  $n=200$ .

As anomalias da gravidade oriundas dos MGGs, foram calculadas em todos os casos considerando o termo de grau zero segundo a abordagem adotada pelo ICGEM. O termo de grau zero nas anomalias da gravidade ( $\Delta g_0$ ) segundo a abordagem adotada pelo ICGEM, e quando considerado o elipsoide de referência GRS80 é de aproximadamente 0,144 mGal.

A determinação do efeito RTM nas anomalias da gravidade (cf. Seção 2.19) é realizada utilizando o MDA resultante da fusão do SRTM1 com resolução espacial de 1" de arco (aproximadamente 30 m) e do SRTM15 PLUS com resolução espacial de 15" de arco (aproximadamente 450 m). O cálculo referente aos efeitos da topografia residual foi realizado com o programa TC do pacote GRAVSOF (FORSBERG;

TSCHERNING, 2003), configurando um raio de integração de 220 km e considerando uma densidade média das massas topográficas de 2,67 gr/cm<sup>3</sup>.

A modelagem do efeito da topografia residual, requer adicionalmente o uso de um MDA com resolução equivalente à resolução do MGG empregado na representação das baixas frequências do campo de gravidade terrestre. Neste trabalho, este MDA de menor resolução foi gerado aplicando um filtro passa baixa (*low-pass filtering*) ao SRTM1. A filtragem passa baixa é realizada mediante o cálculo da média móvel com uma janela de tamanho definido em função da análise estatística dos residuais obtidos para diferentes versões do MDA suavizado (TZIAVOS et al., 2009); (CARRION et al., 2015).

Várias superfícies (MDA suavizado) são geradas considerando diferentes tamanhos da janela no cálculo da média móvel. Segundo o raio de integração usado, diferentes MDAs suavizados são gerados e distintas soluções RTM testadas. Desta forma, por exemplo, a solução RTM1 é gerada com um raio de 1' (janela de 2') para o cálculo da média móvel, a solução RTM2 é gerada com um raio de 2' (janela de 4') para o cálculo da média móvel, etc.

Os raios testados para a modelagem da topografia residual dos registros de gravimetria oceânica variam de 1' até 30' (valores arbitrados). O efeito da topografia residual sobre as anomalias da gravidade ( $\Delta g_{RTM}$ ) é calculado para as 30 soluções.

Adicionalmente, devido a que o programa TC do pacote GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2003), utilizado para a modelagem da topografia residual (RTM), realiza o cálculo em áreas de tamanho máximo 2°, é necessário que o cálculo seja realizado por regiões. O processo iterativo (modificando o raios testados para a geração do MDA suavizado) para o cálculo dos efeitos da topografia residual sobre as anomalias da gravidade foi realizado por sub-regiões com o programa "find\_dtm\_ave.bat" (POLIMI, 2004).

Os valores de  $\Delta g_{RTM}$  calculados são empregados para o cálculo das anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{RES}$ ) da forma:

$$\Delta g_{RES} = \Delta g_{obs} - \Delta g_{GGM} - \Delta g_{RTM} \quad (110)$$

Sendo  $\Delta g_{obs}$  as anomalias dos registros gravimétricos na região de estudo e  $\Delta g_{GGM}$  as anomalias oriundas dos MGGs (GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e EIGEN6C4). O desempenho das  $\Delta g_{RTM}$  na representação dos curtíssimos comprimentos de onda do

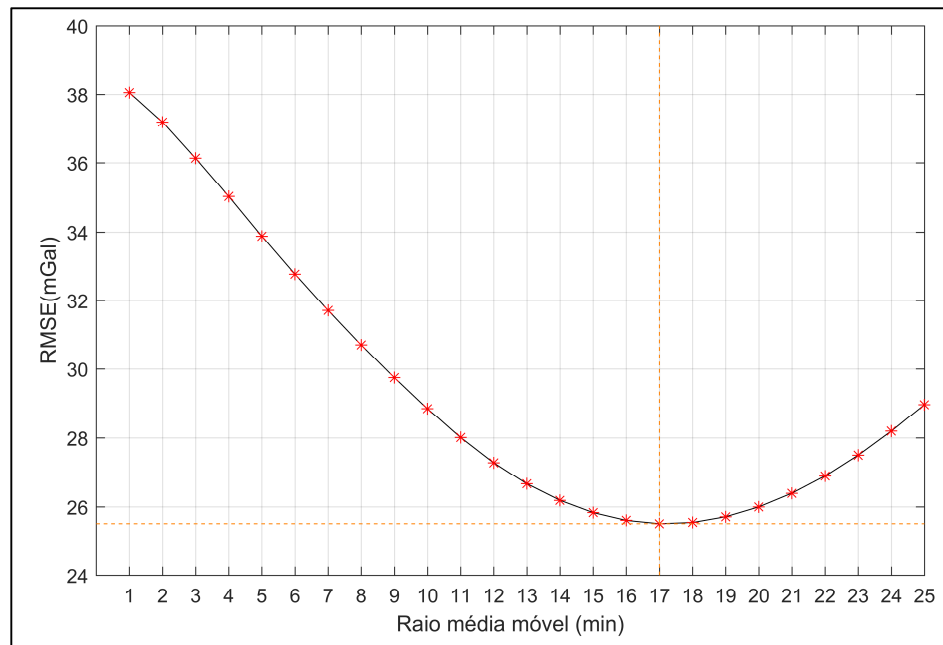
espectro geopotencial é avaliado segundo o RMS (*Root Mean Square*) dos residuais ( 110 ). O RMS é calculado para cada uma das soluções segundo a expressão:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta g_{RES}^i)^2} \quad (111)$$

Sendo  $n$  o total de registros gravimétricos usados no cálculo.

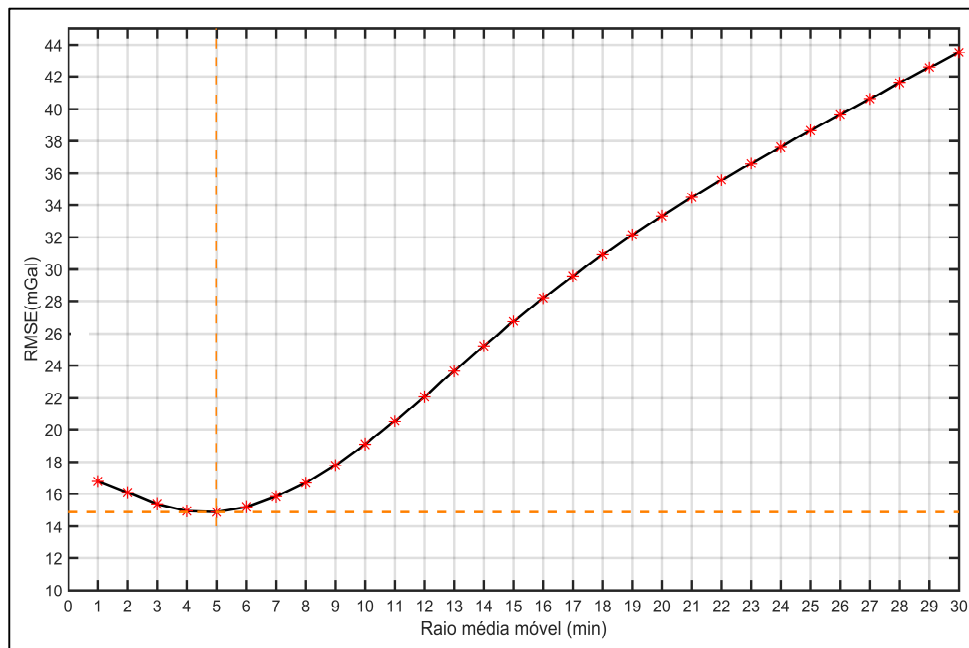
No caso das  $\Delta g_{RES}$  calculadas para o GOCO\_DIR\_R5 com grau máximo ( $n_{max}$ )  $n_{max}=300$ , o valor mínimo para o RMS corresponde à solução RTM17 (raio de 17 minutos) (FIGURA 43).

FIGURA 43 - GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 ( $n_{max}=300$ ): RMS Vs. RAO DA MÉDIA MÓVEL



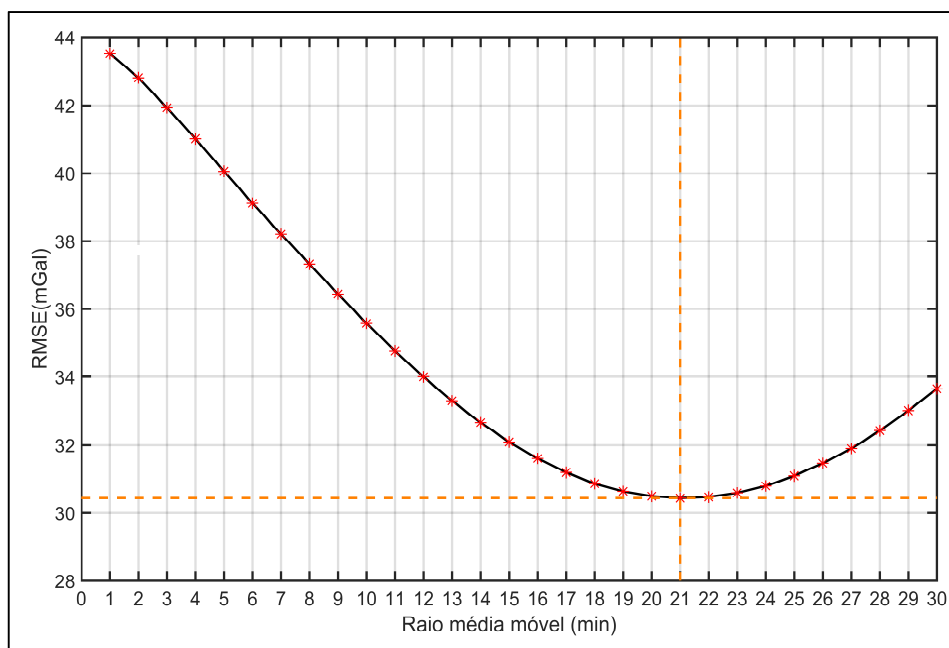
FONTE: O autor (2017)

Para as  $\Delta g_{RES}$  calculadas para o EIGEN6C4 com  $n_{max}=1000$ , o valor mínimo para o RMS corresponde à solução RTM5 (raio de 5 minutos) (FIGURA 44).

FIGURA 44 – EIGEN6C4 ( $n_{max}=1000$ ): RMS Vs. RAO PARA MÉDIA MÓVEL

FONTE: O autor (2017)

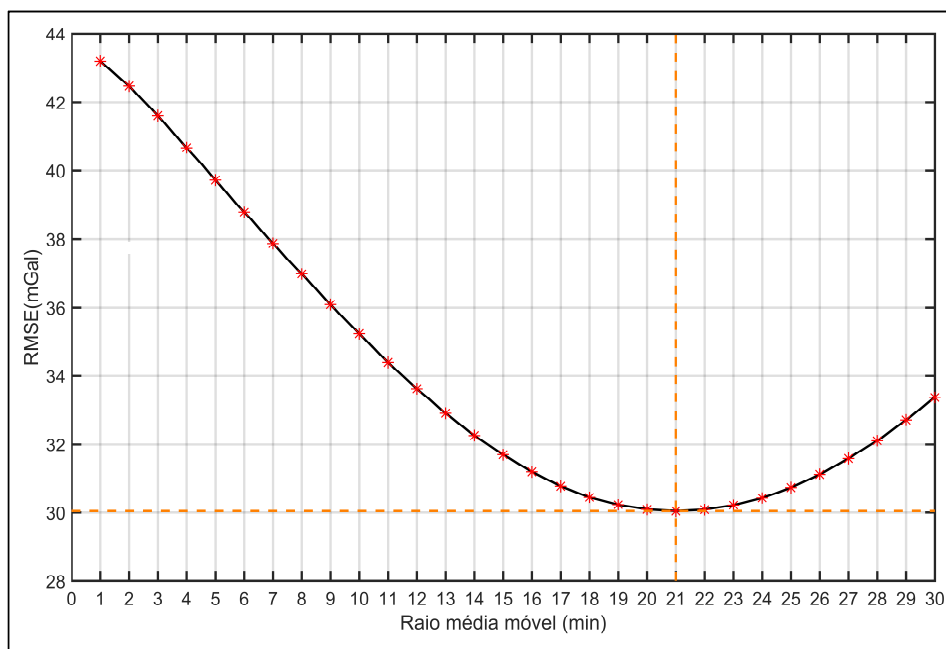
Para as  $\Delta g_{RES}$  calculadas com o GOCO\_DIR\_R5 com  $n_{max}=200$ , o valor mínimo para o RMS corresponde à solução RTM21 (raio de 21 minutos) (FIGURA 45).

FIGURA 45 – GO\_DIR\_R5( $n_{max}=200$ ): RMS Vs. RAO PARA MÉDIA MÓVEL

FONTE: O autor (2017)

Para as  $\Delta g_{RES}$  calculadas com o EIGEN6C4 com  $n_{max}=200$ , o valor mínimo para o RMS corresponde à solução RTM21 (raio de 21 minutos) (FIGURA 46).

FIGURA 46 – EIGEN6C4( $n_{max}=200$ ): RMS Vs. RAO PARA MÉDIA MÓVEL



FONTE: O autor (2017)

A TABELA 21 contém os RMSs calculados para as diferentes soluções RTM.

TABELA 21 - RAIOS PARA MÉDIA MÓVEL E RMS. SOLUÇÃO RTM

| Soluçã<br>o RTM | Raio média<br>móvel (min) | RMS (mGal)<br>GOCO_DIR_R5<br>$n_{max}=300$ | RMS (mGal)<br>EIGEN6C4<br>$n_{max}=1000$ | RMS (mGal)<br>GOCO_DIR_R5<br>$n_{max}=200$ | RMS (mGal)<br>EIGEN6C4<br>$n_{max}=200$ |
|-----------------|---------------------------|--|--|--|---|
| RTM1            | 1                         | 38,41                                      | 16,78                                    | 43,52                                      | 43,19                                   |
| RTM2            | 2                         | 37,57                                      | 16,07                                    | 42,81                                      | 42,49                                   |
| RTM3            | 3                         | 36,53                                      | 15,38                                    | 41,93                                      | 41,61                                   |
| RTM4            | 4                         | 35,44                                      | 14,97                                    | 41,01                                      | 40,68                                   |
| RTM5            | 5                         | 34,30                                      | <b>14,91</b>                             | 40,06                                      | 39,73                                   |
| RTM6            | 6                         | 33,18                                      | 15,21                                    | 39,12                                      | 38,79                                   |
| RTM7            | 7                         | 32,12                                      | 15,83                                    | 38,21                                      | 37,87                                   |
| RTM8            | 8                         | 31,10                                      | 16,69                                    | 37,32                                      | 36,97                                   |
| RTM9            | 9                         | 30,14                                      | 17,79                                    | 36,44                                      | 36,09                                   |
| RTM10           | 10                        | 29,22                                      | 19,09                                    | 35,59                                      | 35,22                                   |
| RTM11           | 11                        | 28,39                                      | 20,53                                    | 34,77                                      | 34,39                                   |
| RTM12           | 12                        | 27,65                                      | 22,08                                    | 34,00                                      | 33,62                                   |

|       |    |              |       |              |              |
|-------|----|--------------|-------|--------------|--------------|
| RTM13 | 13 | 27,03        | 23,66 | 33,29        | 32,91        |
| RTM14 | 14 | 26,54        | 25,23 | 32,66        | 32,26        |
| RTM15 | 15 | 26,18        | 26,74 | 32,09        | 31,69        |
| RTM16 | 16 | 25,95        | 28,20 | 31,60        | 31,19        |
| RTM17 | 17 | <b>25,85</b> | 29,58 | 31,18        | 30,78        |
| RTM18 | 18 | 25,88        | 30,90 | 30,86        | 30,45        |
| RTM19 | 19 | 26,04        | 32,15 | 30,62        | 30,23        |
| RTM20 | 20 | 26,33        | 33,34 | 30,48        | 30,09        |
| RTM21 | 21 | 26,73        | 34,47 | <b>30,43</b> | <b>30,04</b> |
| RTM22 | 22 | 27,23        | 35,56 | 30,46        | 30,08        |
| RTM23 | 23 | 27,83        | 36,62 | 30,58        | 30,21        |
| RTM24 | 24 | 28,52        | 37,65 | 30,79        | 30,43        |
| RTM25 | 25 | 29,29        | 38,65 | 31,08        | 30,74        |
| RTM26 | 26 |              | 39,65 | 31,45        | 31,12        |
| RTM27 | 27 |              | 40,63 | 31,90        | 31,58        |
| RTM28 | 28 |              | 41,60 | 32,42        | 32,11        |
| RTM39 | 29 |              | 42,57 | 33,01        | 32,71        |
| RTM30 | 30 |              | 43,53 | 33,65        | 33,36        |

O método descrito anteriormente para a determinação do MDA suavizado ótimo, baseia-se nos RMS ( 111 ) dos valores de  $\Delta g_{RES}$  ( 110 ). Os raios para a filtragem do MDA com resolução máxima mediante uma janela móvel, são encontrados de forma experimental (TABELA 22). Segundo Torge e Müller (2012), a resolução dos MGGs ( $res_{MGG}$ ) está relacionada com seu máximo grau/ordem de expansão, e pode ser calculada segundo a expressão:

$$res_{MGG} = \frac{180^\circ}{n_{max}} [^\circ] \quad \text{ou} \quad res_{MGG} = \frac{20000 \text{ km}}{n_{max}} [km] \quad (112)$$

Obedecendo este princípio, também é possível determinar a resolução do MDA equivalente ao MGG utilizado para o cálculo das anomalias da gravidade residuais (TABELA 22).

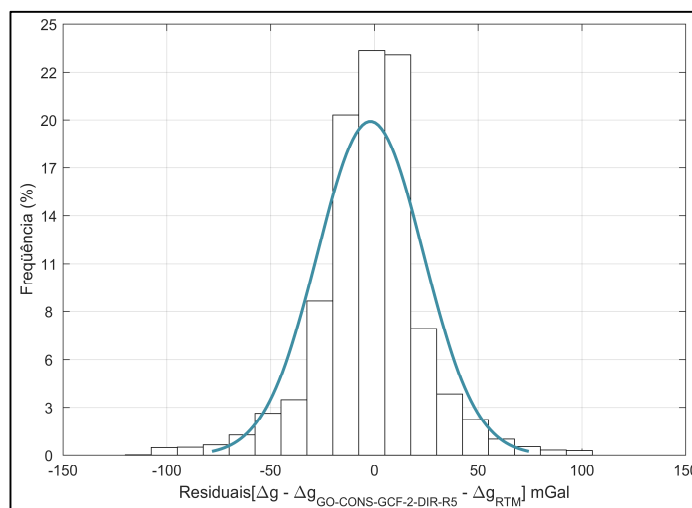
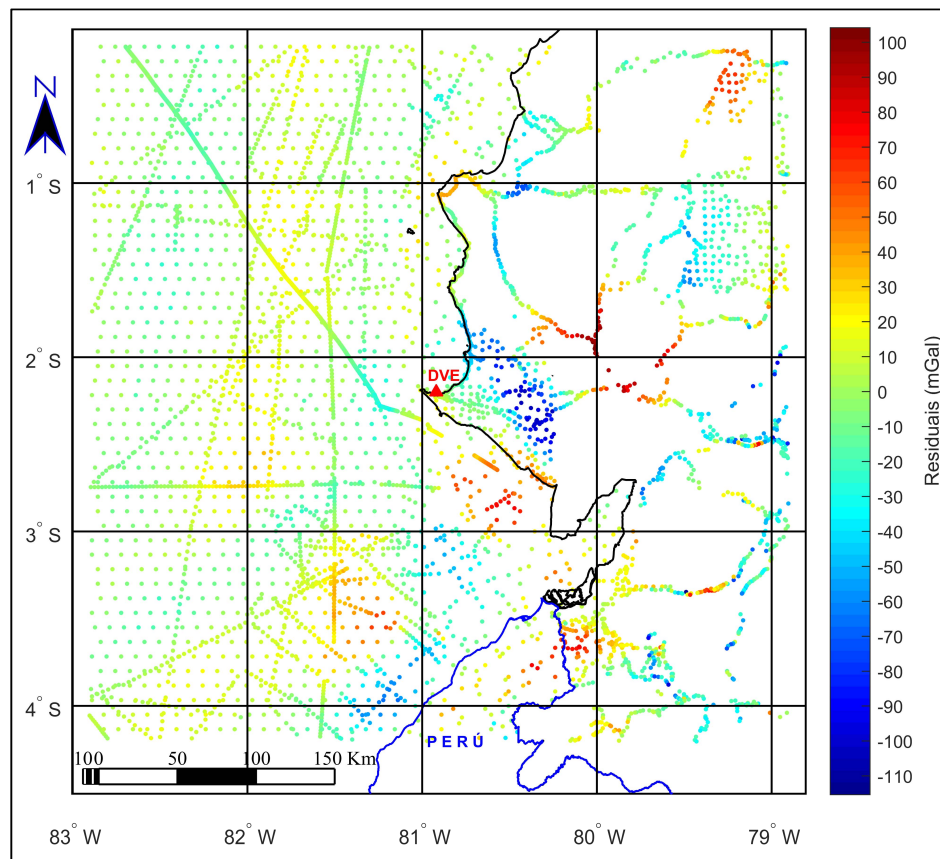
TABELA 22 - RAO MÉDIA MÓVEL SOLUÇÃO RTM

| MGG         | nmax | Raio média móvel<br>(min) | Tamanho janela<br>(min) | Resolução MGG<br>(min) |
|-------------|------|---------------------------|-------------------------|------------------------|
| GOCO_DIR_R5 | 300  | 17                        | 34                      | 36,04                  |
| EIGEN6C4    | 1000 | 5                         | 10                      | 10,81                  |
| GOCO_DIR_R5 | 200  | 21                        | 42                      | 54,05                  |
| EIGEN6C4    | 200  | 21                        | 42                      | 54,05                  |



A solução RTM ótima (raio = 17'), junto com as anomalias oriundas do MGG GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 ( $n_{max}=300$ ) são usadas para o cálculo de  $\Delta g_{RES}$ . Estes valores e sua distribuição de frequências são apresentados na FIGURA 47.

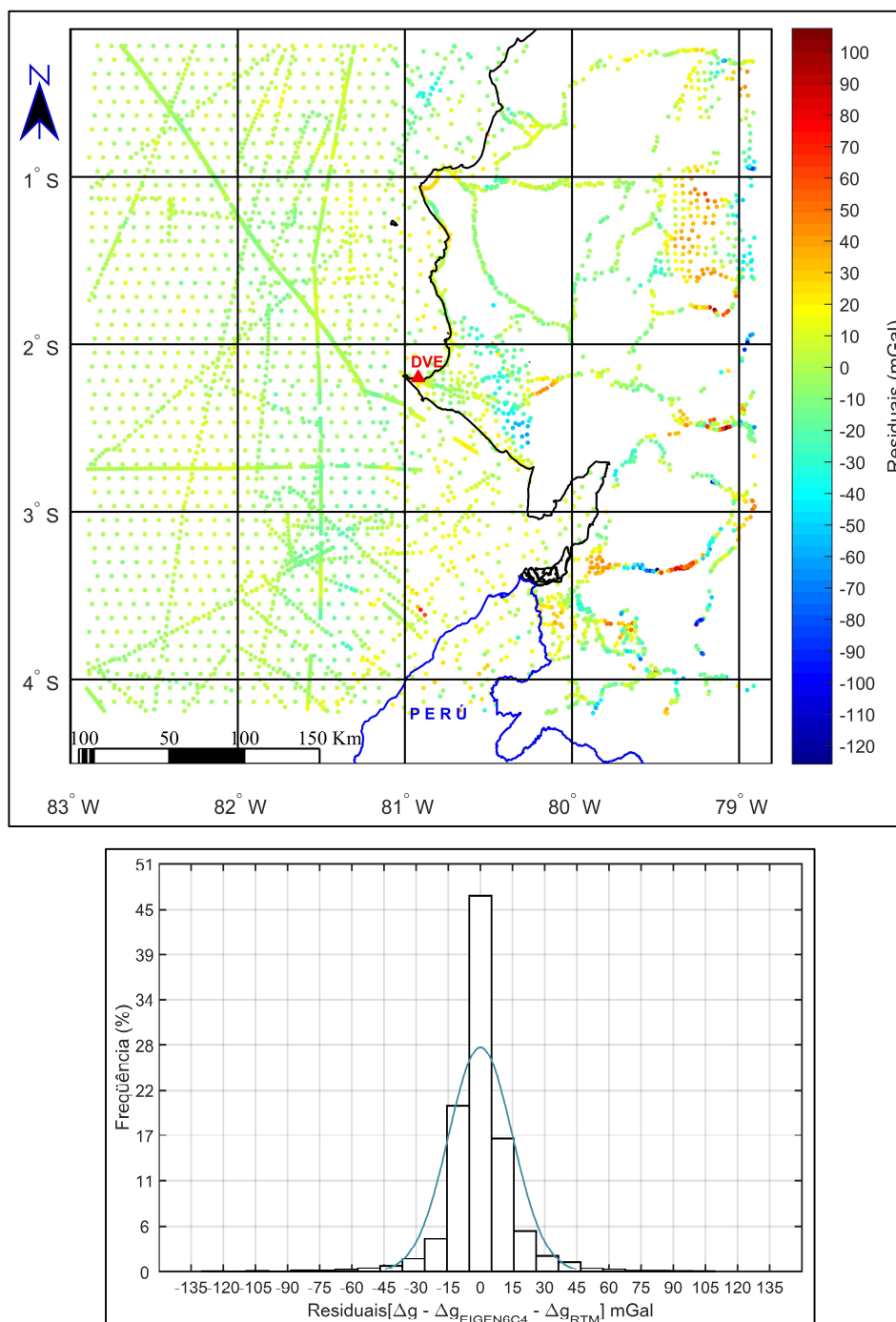
FIGURA 47 – RESIDUAIS  $\Delta g - \Delta g_{GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5(n_{max}=300)} - \Delta g_{RTM}$



FONTE: O autor (2017)

A solução RTM ótima (raio = 5'), junto com as anomalias oriundas do EIGEN6C4 ( $n_{max}=1000$ ) são usadas para o cálculo de  $\Delta g_{RES}$ . Os valores de  $\Delta g_{RES}$  e a sua distribuição de frequências são mostrados na FIGURA 48.

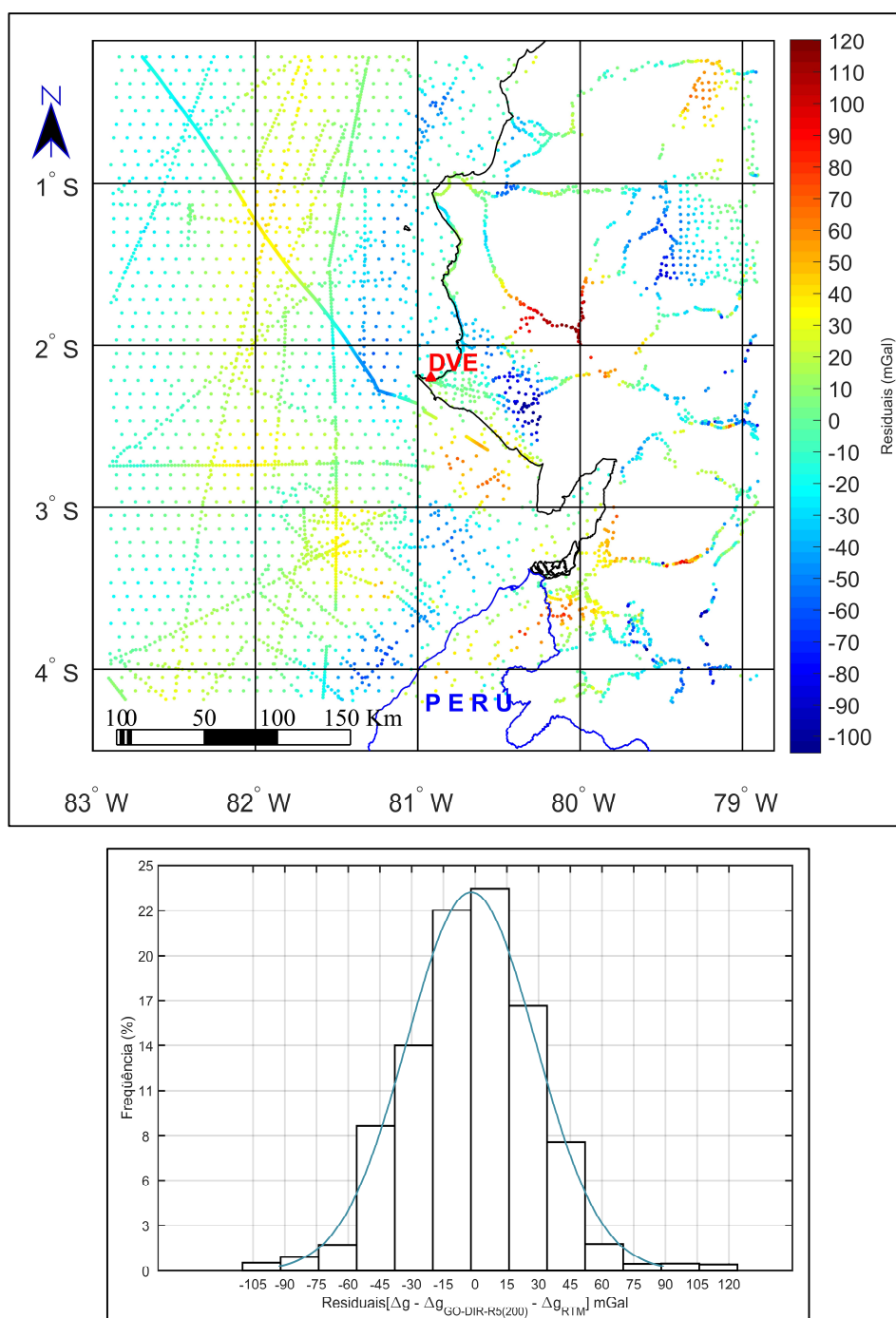
FIGURA 48 - RESIDUAIS  $\Delta g - \Delta g_{EIGEN6C4(n_{max}=1000)} - \Delta g_{RTM}$



FONTE: O autor (2017)

A solução RTM ótima (raio = 21'), junto com as anomalias da gravidade oriundas do GOCO\_DIR\_R5 ( $n_{max}=200$ ) são usadas para o cálculo de  $\Delta g_{RES}$ . Os valores de  $\Delta g_{RES}$  e a sua distribuição de frequências são mostrados na FIGURA 49.

FIGURA 49 - RESIDUAIS  $\Delta g - \Delta g_{GO\_DIR\_R5(n_{max}=200)} - \Delta g_{RTM}$

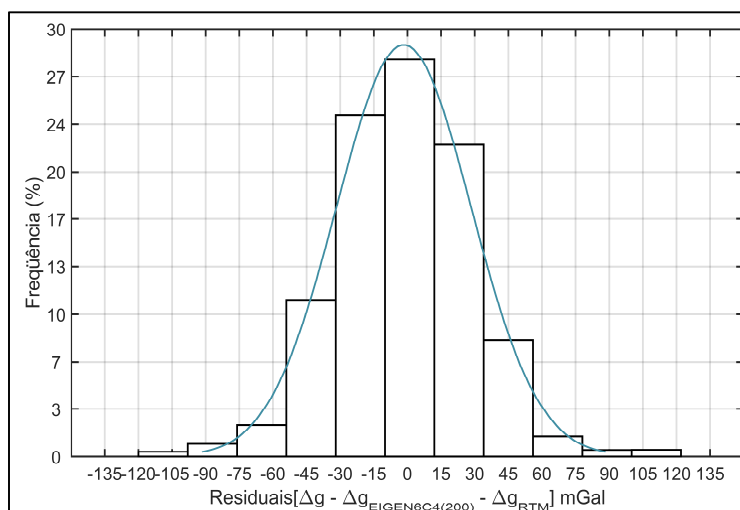
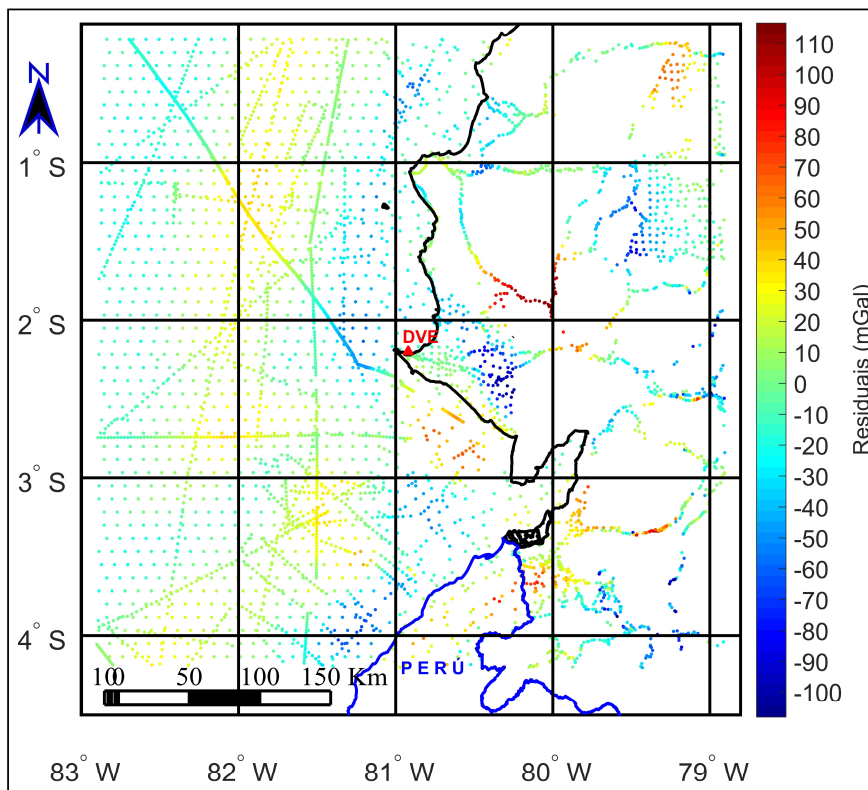


FONTE: O autor (2017)

A solução RTM ótima (raio = 21'), junto com as anomalias da gravidade oriundas do EIGEN6C4 ( $n_{max}=200$ ) são usadas para o cálculo de  $\Delta g_{RES}$ .

Os valores de  $\Delta g_{RES}$  e a sua distribuição de frequências são mostrados na FIGURA 50.

FIGURA 50 - RESIDUAIS  $\Delta g - \Delta g_{EIGEN6C4(n_{max}=200)} - \Delta g_{RTM}$



FONTE: O autor (2017)

Na TABELA 23 são mostradas as estatísticas para  $\Delta g_{RES}$  para as diferentes soluções e considerando a solução RTM ótima em todos os casos.

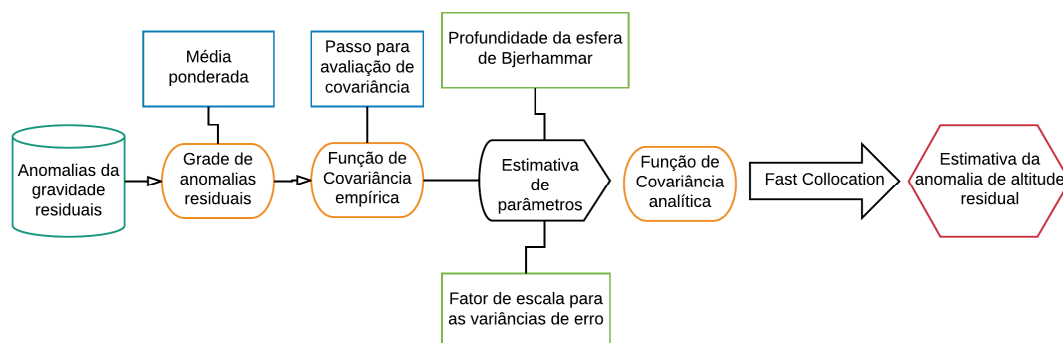
TABELA 23 – ESTATÍSTICAS DE ANOMALIAS RESIDUAIS ( $\Delta g - \Delta g_{MGG} - \Delta g_{RTM}$ )

| MGG                                 | GOCO_DIR_R5<br><i>nmax</i> =300 | EIGEN6C4<br><i>nmax</i> =1000 | GOCO_DIR_R5<br><i>nmax</i> =200 | EIGEN6C4<br><i>nmax</i> =200 |
|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| Mínimo (mGal)                       | -115,35                         | -126,12                       | -105,12                         | -107,99                      |
| Máximo (mGal)                       | 104,16                          | 107,55                        | 120,19                          | 116,69                       |
| Média (mGal)                        | -1,87                           | 0,07                          | -1,84                           | -1,64                        |
| Desvio padrão (mGal)                | 25,45                           | 14,91                         | 30,37                           | 30,00                        |
| RMS (mGal)                          | 25,51                           | 14,91                         | 30,43                           | 30,04                        |
| Raio ótimo média móvel<br>(minutos) | 17                              | 5                             | 21                              | 21                           |

#### 5.4.2 Modelagem do campo da gravidade residual mediante Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ)

A anomalia de altitude residual ( $\zeta_{RES}$ ) no ponto de cálculo (DVE) é estimada mediante o método de CMQ (LSC – *Least Square Collocation*, em inglês) em função das anomalias da gravidade residuais calculadas para a região de estudo. O procedimento seguido para este cálculo é observado na FIGURA 51.

FIGURA 51 - ESTIMATIVA DA ANOMALIA DE ALTITUDE RESIDUAL MEDIANTE A SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE

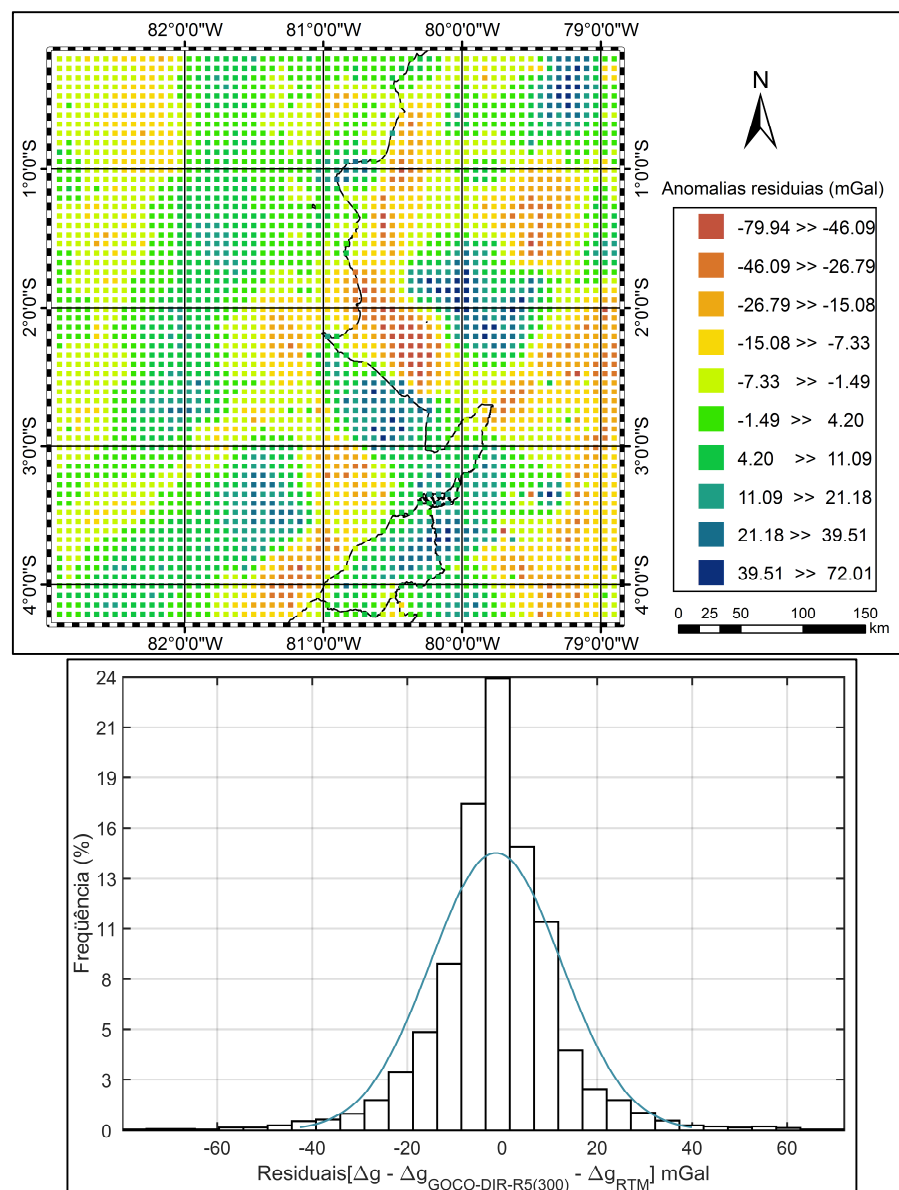


FONTE: O autor (2017)

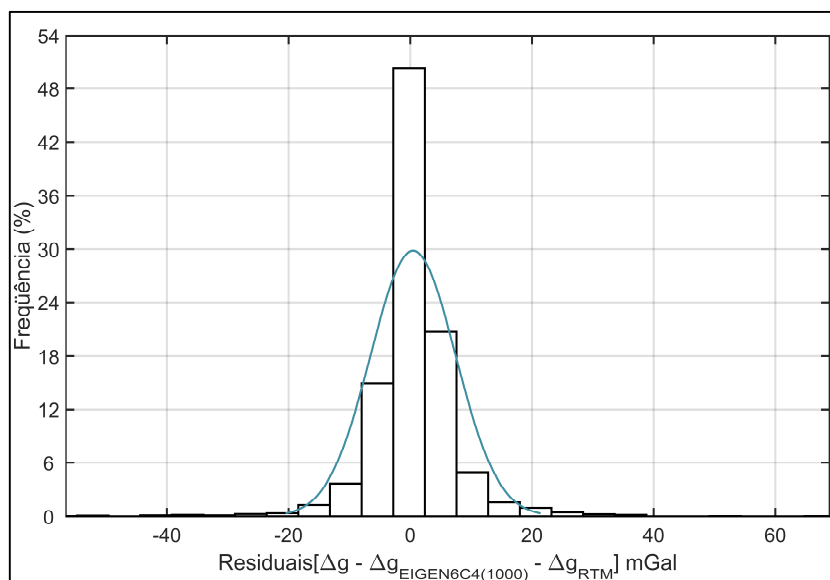
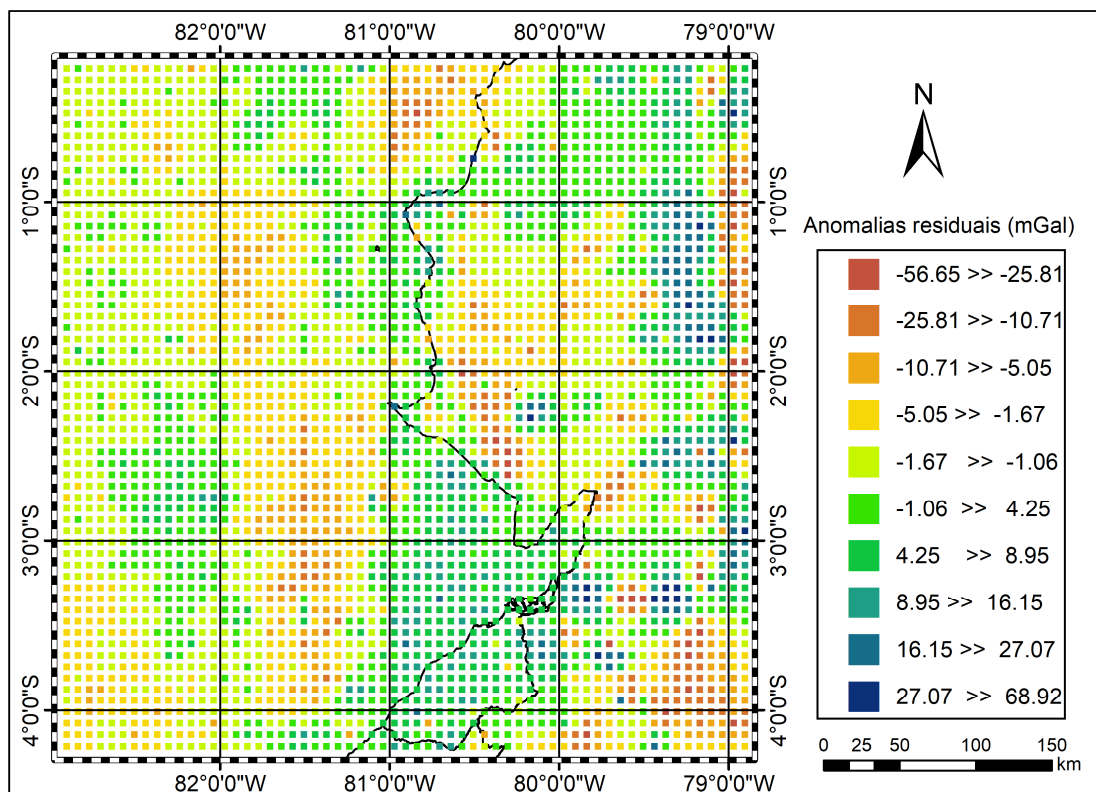
A estimativa de  $\zeta_{RES}$  é realizada mediante o método de *Fast Collocation* (BOTTONI; BARZAGHI, 1993) (Seção 2.21.3). Para isto é necessário que a

informação gravimétrica disponível na região de estudo esteja em formato de uma grade regular. As grades, com espaçamento de 4' de arco, correspondentes a cada uma das soluções propostas, são geradas mediante o método de interpolação da média ponderada utilizando o programa *GEOGRID* do pacote GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2003). Na FIGURA 52, FIGURA 53, FIGURA 54 e FIGURA 55 observa-se as grades de anomalias da gravidade residuais (para cada uma das soluções) com espaçamento de 4' de arco e também a sua distribuição de frequências.

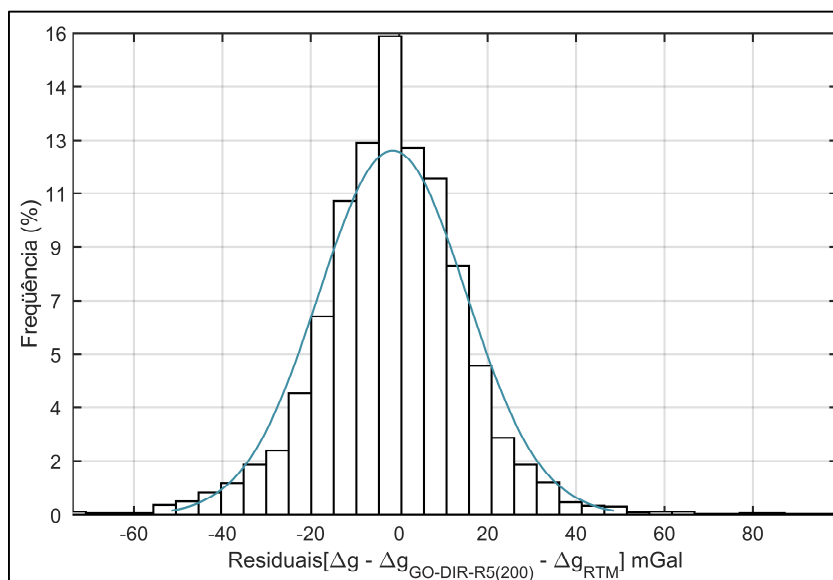
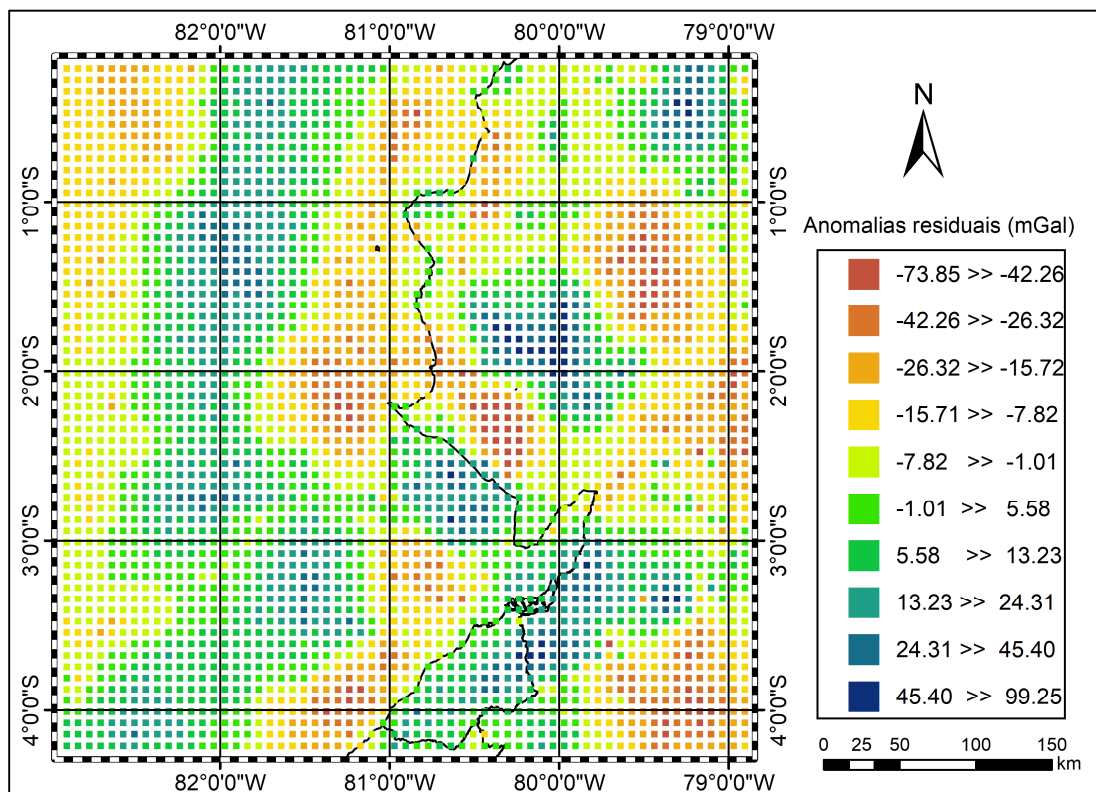
FIGURA 52 – GRADE 4' x 4'  $\Delta g_{RES}$  PARA GOCO\_DIR\_R5 ( $n_{max}=300$ )



FONTE: O autor (2017)

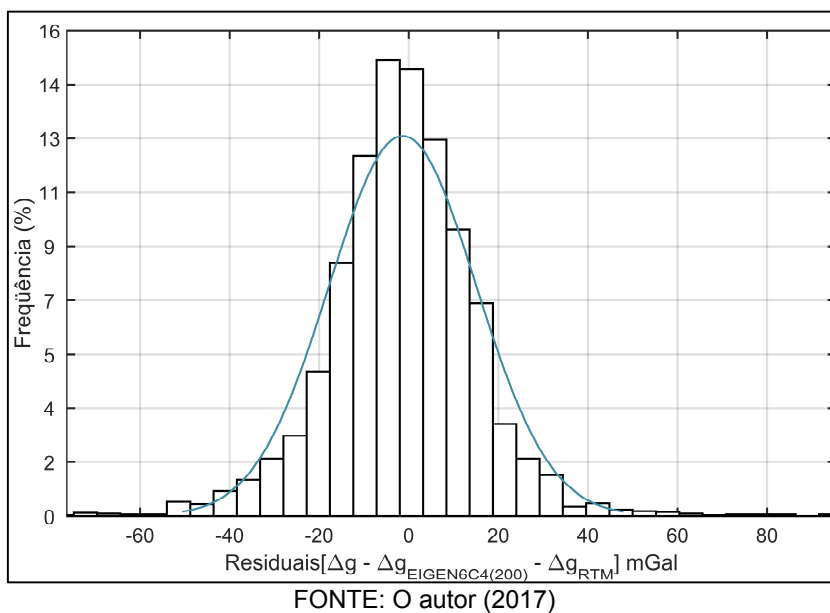
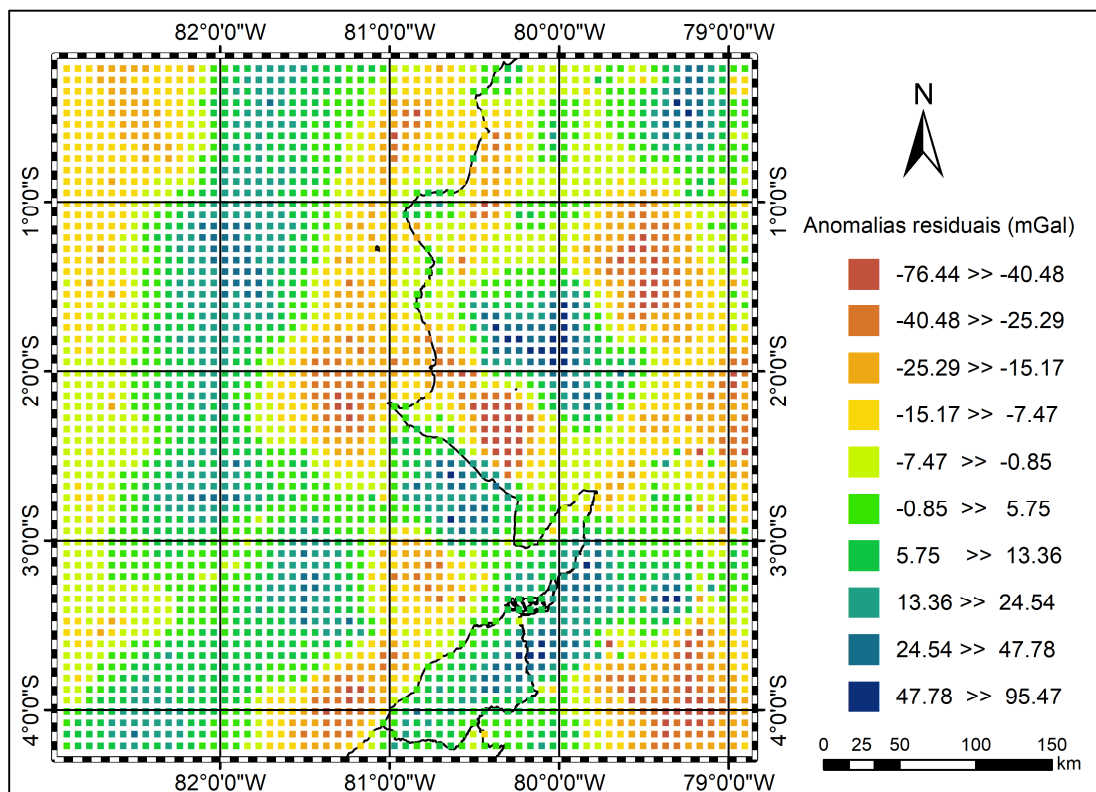
FIGURA 53 - GRADE 4' x 4'  $\Delta g_{RES}$  PARA EIGEN6C4 ( $n_{max}=1000$ )

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 54 - GRADE 4' x 4'  $\Delta g_{RES}$  PARA GO\_DIR\_R5 ( $n_{max}=200$ )

FONTE: O autor (2017)



FIGURA 55 - GRADE 4' x 4'  $\Delta g_{RES}$  PARA EIGEN6C4 ( $n_{max}=200$ )

A TABELA 24 contém as estatísticas das anomalias residuais das grades com espaçamento de 4' de arco.

TABELA 24 – ESTATÍSTICAS  $\Delta g_{RES}$  DAS GRADES COM ESPAÇAMENTO 4' x 4'

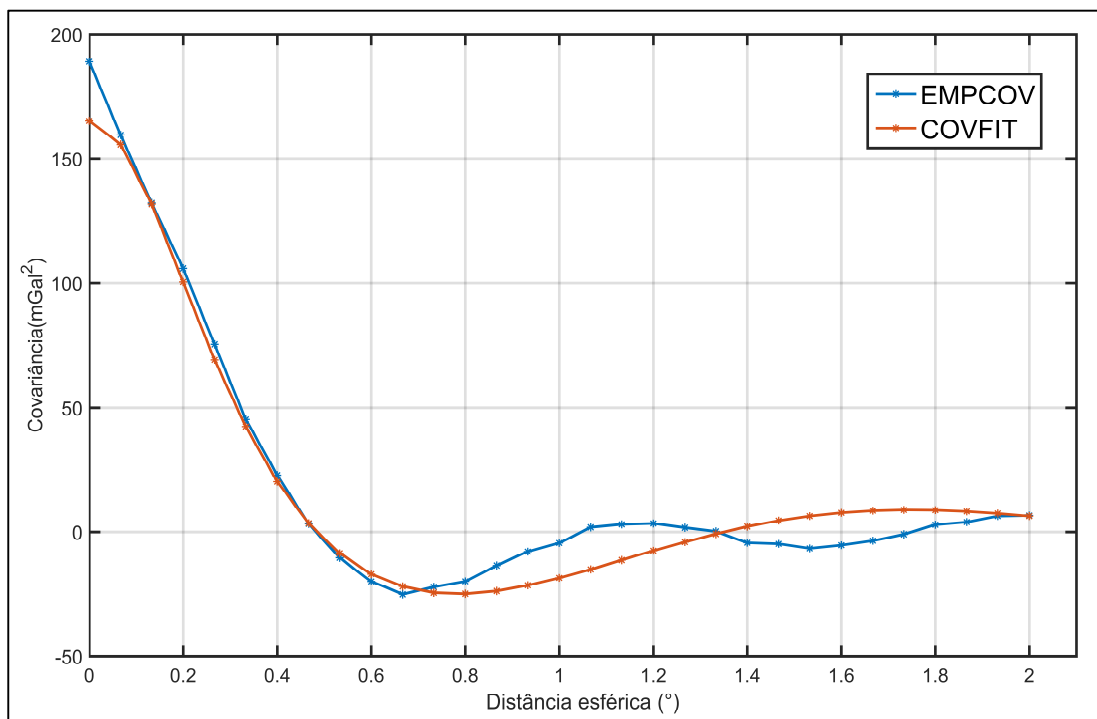
| <b>MGG</b>                  | GOCO_DIR_R5<br><i>nmax=300</i> | EIGEN6C4<br><i>nmax=1000</i> | GOCO_DIR_R5<br><i>nmax=200</i> | EIGEN6C4<br><i>nmax=200</i> |
|-----------------------------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 72,01                          | 68,92                        | 99,25                          | 95,45                       |
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -79,94                         | -56,65                       | -73,85                         | -76,44                      |
| <b>Média (mGal)</b>         | -1,31                          | 0,46                         | -1,48                          | -1,35                       |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 13,75                          | 6,98                         | 16,68                          | 16,43                       |
| <b>Nº</b>                   | 3721                           |                              |                                |                             |

A função de covariância empírica é gerada em função das anomalias da gravidade residuais utilizando o programa EMPCOV (C.C.TSCHERNING, 2009) do pacote computacional GRAVSOFT. Os parâmetros desta função são mostrados na TABELA 25.

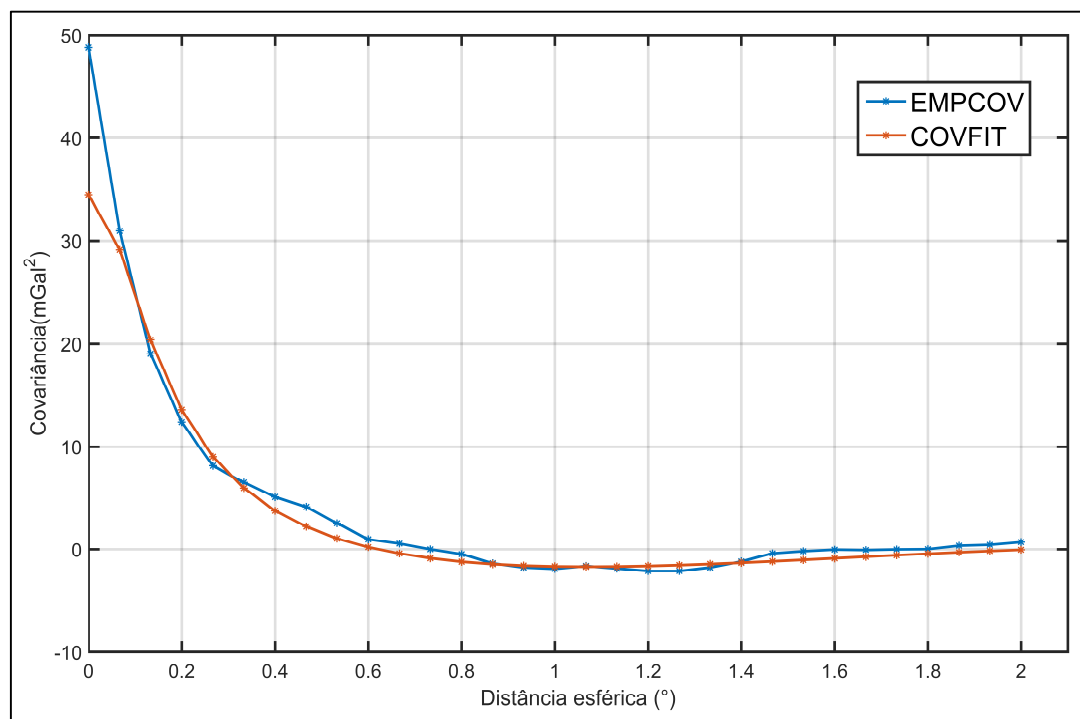
TABELA 25 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA: SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG

| <b>MGG</b>                           | GOCO_DIR_R5<br><i>nmax=300</i> | EIGEN6C4<br><i>nmax=1000</i> | GOCO_DIR_R5<br><i>nmax=200</i> | EIGEN6C4<br><i>nmax=200</i> |
|--------------------------------------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| <b>Raio ótimo (°)</b>                | 0,067 $\approx$ 4'             | 0,067 $\approx$ 4'           | 0,067 $\approx$ 4'             | 0,067                       |
| <b>Desvio padrão do sinal (mGal)</b> | 12,786                         | 5,841                        | 15,797                         | 15,542                      |
| <b>Desvio padrão do ruído (mGal)</b> | 5,063                          | 3,830                        | 5,363                          | 5,328                       |

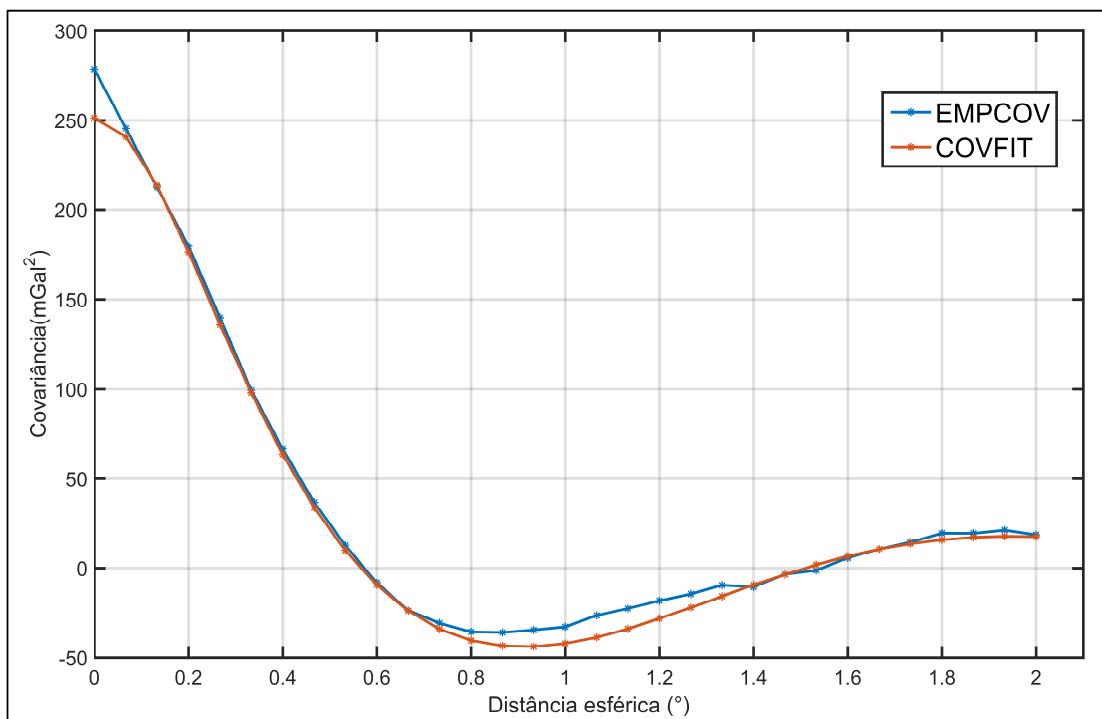
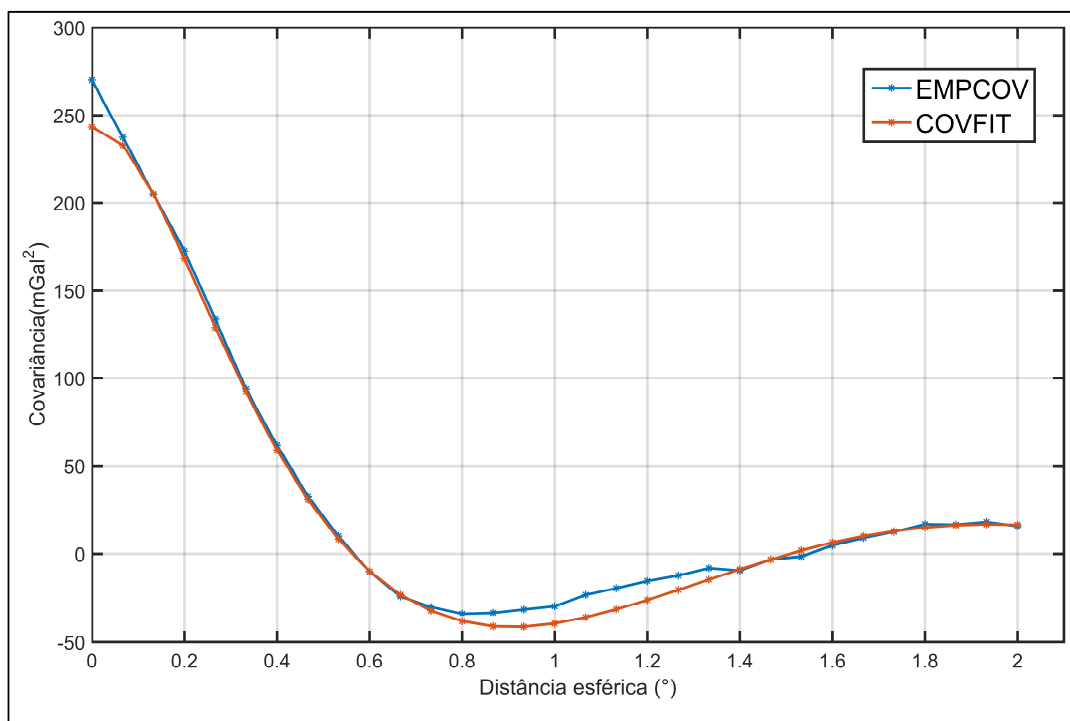
A TABELA 26 contém os parâmetros das funções de covariância analítica que obedecem ao modelo de Tscherning e Rapp (1974), e foram geradas utilizando o programa COVFIT (C.C.TSCHERNING; P.KNUDSEN, 2009) do pacote computacional GRAVSOFT. As funções de covariância empírica e analítica, para todas as soluções, são mostradas na FIGURA 56, FIGURA 57, FIGURA 58 e FIGURA 59.

FIGURA 56 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA GOCO\_DIR\_R5 ( $n_{max}=300$ )

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 57 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA EIGEN6C4 ( $n_{max}=1000$ )

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 58 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA GO\_DIR\_R5 ( $n_{max}=200$ )FIGURA 59 - FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E MODELADA EIGEN6C4 ( $n_{max}=200$ )

FONTE: O autor (2017)

A TABELA 26 contém os parâmetros associados à função de covariância analítica para todos os casos.

TABELA 26 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA ANALÍTICA (CMQ): SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG

| MGG   | GOCO_DIR_R5<br>nmax=300 | EIGEN6C4<br>nmax=1000 | GOCO_DIR_R5<br>nmax=200 | EIGEN6C4<br>nmax=200 |
|---|-------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|
| RMS do ajuste da função covariância analítica | 1,0516                  | 0,7193                | 0,4826                  | 0,5370               |
| Profundidade da esfera de Bjerhammar (m)      | -16684,81               | -6849,49              | -13590,20               | -12924,42            |
| Fator de escala (AA)                          | 0,2559                  | 0,3127                | 0,2107                  | 0,3159               |

- **Estimativa da anomalia de altitude residual no DVE em função das anomalias da gravidade residuais**

A estimativa da  $\zeta_{RES}$  com o método de *Fast Collocation* ( $\zeta_{CMQ}$ ) (TABELA 27), é realizada mediante a função de covariância analítica. O cálculo de *Fast Collocation* é realizado com o programa FASTCOLC do pacote GRAVSOFT (TSCHERNING; BARZAGHI, 1991).

A restauração dos longos e curtos comprimentos de onda do campo da gravidade, é realizada mediante a contribuição das anomalias de altitude oriundas da técnica RTM ( $\zeta_{RTM}$ ) e das anomalias de altitude provenientes dos MGGs ( $\zeta_{MGG}$ ), segundo a ( 113 ). Com esta restauração é encontrada a anomalia de altitude no ponto de cálculo ( $\zeta_P$ ).

$$\zeta_P = \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \quad ( 113 )$$

Segundo já explicado na seção 4.1.2, devido a que o potencial anômalo no ponto *datum*, é calculado em função de  $\zeta_P$ , é fundamental o fato de considerar o termo de grau zero para o cálculo das anomalias de altitude ( $\zeta_0$ ). A inclusão do termo de grau zero, conforme já foi detalhado na seção 4.1.2, faz com que a anomalia de altitude, e portanto o potencial anômalo, estejam referidos ao SGR requerido (neste trabalho, o GRS80). O termo de grau zero resulta em aproximadamente -0,93 m quando realizado o cálculo conforme a abordagem do ICGEM e de -0,27 m realizando o cálculo segundo preconizado pela NGA (considerando a diferença do geopotencial e o esferopotencial).

As anomalias de altitude dos MGGs ( $\zeta_{MGG}$ ) (TABELA 27), foram calculadas desconsiderando e considerando o termo de grau zero. Quando considerado o termo de grau zero ( $\zeta_0$ ), o cálculo foi realizado conforme a abordagem do ICGEM ( 114 ) e também obedecendo a abordagem adotada pela NGA ( 115 ) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$\zeta_0 = \frac{GM_{MGG} - GM_{SGR}}{r\gamma} \quad (114)$$

$$\zeta_0 = \frac{GM_{MGG} - GM_{SGR}}{r\gamma} - \frac{(W_0 - U_0)}{\gamma} \quad (115)$$

TABELA 27 - CÁLCULO DE ANOMALIA DE ALTITUDE NO DVE: SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG

|                        |                      |                      | Com termo de grau zero |                              |                      |                              | Sem termo de grau zero |                              |
|------------------------|----------------------|----------------------|------------------------|------------------------------|----------------------|------------------------------|------------------------|------------------------------|
|                        |                      |                      | ICGEM                  |                              | NGA                  |                              |                        |                              |
| MGG                    | $\zeta_{CMQ}$<br>(m) | $\zeta_{RTM}$<br>(m) | $\zeta_{MGG}$<br>(m)   | $\zeta_{MGG+RTC+CMQ}$<br>(m) | $\zeta_{MGG}$<br>(m) | $\zeta_{MGG+RTC+CMQ}$<br>(m) | $\zeta_{GGM}$<br>(m)   | $\zeta_{MGG+RTC+CMQ}$<br>(m) |
| GOCO_DIR_R5<br>$n=300$ | -0,2170              | 0,3738               | 10,7305                | 10,8873                      | 11,4029              | 11,5597                      | 11,6683                | 11,8251                      |
| EIGEN6C4<br>$n=1000$   | 0,0270               | 0,0315               | 10,6858                | 10,7443                      | 11,3582              | 11,4167                      | 11,6236                | 11,6821                      |
| GOCO_DIR_R5<br>$n=200$ | -0,3600              | 0,5804               | 10,7131                | 10,9335                      | 11,3855              | 11,6059                      | 11,6509                | 11,8713                      |
| EIGEN6C4<br>$n=200$    | -0,3600              | 0,5804               | 10,7156                | 10,9360                      | 11,3880              | 11,6084                      | 11,6533                | 11,8737                      |

- **Cálculo do potencial perturbador no DVE mediante a solução do PVCG da forma livre**

O geopotencial no DVE ( $W_0^j$ ) é calculado para obter-se a discrepância do DVL em relação ao DVG do IHRs ( $W_0$ ). O potencial perturbador ( $T_P$ ) é calculado com a

fórmula de Bruns ( 116 ) e como função da anomalia de altitude ( $\zeta_P$ ) estimada mediante a solução do PVCG da forma livre.

$$\zeta_P = \frac{T_P}{\gamma_0} \quad (116)$$

Sendo  $\gamma_0$  a gravidade normal no elipsoide referida ao sistema de maré *mean tide*.

O geopotencial é calculado então com  $T_P$  e o potencial normal ( $U_P$ ) para o mesmo ponto segundo a ( 123 ).

O potencial normal no ponto de cálculo ( $U_P$ ) é dado por (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$U(\mu, \beta) = \frac{GM}{E} \tan^{-1} \frac{E}{\mu} + \frac{1}{2} \omega^2 a^2 \frac{q}{q_0} \left( \sin^2 \beta - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 (u^2 + E^2) \cos^2 \beta \quad (117)$$

Sendo:

$\mu$  e  $\beta$  as coordenadas harmônicas elipsoidais, e são calculadas segundo as equações ( 118 ) e ( 119 ).

$$\mu^2 = (X^2 + Y^2 + Z^2 - E^2) \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4E^2 Z^2}{(X^2 + Y^2 + Z^2 - E^2)^2}} \right] \quad (118)$$

$$\beta = \operatorname{atan} \left( \frac{Z \sqrt{\mu^2 + E^2}}{\mu \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \quad (119)$$

$\omega$  = velocidade angular de rotação da Terra

A excentricidade linear ( $E$ ) é calculada como:

$$E = \sqrt{a^2 - b^2} \quad (120)$$

Sendo  $a$  e  $b$  os semieixos maior e menor do elipsóide de referência respectivamente.

E expressando  $q$  e  $q_0$  como:

$$q = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + 3 \frac{\mu^2}{E^2} \right) \tan^{-1} \frac{E}{\mu} - 3 \frac{\mu}{E} \right] \quad (121)$$

$$q_0 = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + 3 \frac{b^2}{E^2} \right) \tan^{-1} \frac{E}{b} - 3 \frac{b}{E} \right] \quad (122)$$

Conhecendo o potencial anômalo e o potencial normal no ponto de cálculo (P), o valor do geopotencial em P é calculado como:

$$W_P = T_P + U_P \quad (123)$$

Devido a que  $W_P$  ( 123 ) deve ser calculado referido ao sistema de maré permanente *mean tide* (obedecendo as recomendações da IAG para o estabelecimento do IHRF), as duas grandezas do lado direito da ( 123 ) devem estar referidas ao dito sistema. O  $T_P$  ( 116 ) foi calculado em sistema *mean tide*, o potencial normal (117 ), deve estar também referido ao mesmo sistema.

O potencial normal  $U_P$  é calculado considerando as coordenadas do ponto de cálculo e os parâmetros elipsoidais (GRS80) referidos a um sistema *zero tide*. Segundo Ihde (2008), o efeito da maré permanente no potencial ( $W_2$ ) pode ser calculado como:

$$W_2(\varphi) = 0,9722 - 2,8841 \sin^2 \varphi - 0,0195 \sin^4 \varphi [m^2 s^{-2}] \quad (124)$$

Sendo  $\varphi$  a latitude do ponto de cálculo.

Considerando o  $W_2$ , o potencial normal no ponto de cálculo ( $U_P$ ) pode ser expresso no sistema *mean tide*, e desta forma o potencial da ( 123 ) ser calculado para um sistema de maré médio.

- **Cálculo da discrepância do DVE em relação ao IHRF em termos do geopotencial.**

Após o cálculo do valor estimado de  $W_P$  mediante a ( 123 ), este é comparado com o *datum* vertical global expresso em termos de geopotencial ( $W_0$ ) com o fim de calcular o *bias* ( $\beta H_0$ ) do DVE, o qual corresponde com a expressão:



$$\beta H_0 = \frac{W_P - W_0}{\gamma_0} \quad (125)$$

A TABELA 28 apresenta os valores envolvidos no cálculo da discrepância ou *bias* ( $\beta H_0$ ) do DVE em relação ao  $W_0$ . Para o cálculo se considera o potencial normal correspondente ao GRS80. O sistema de maré permanente para o cálculo de  $\beta_0$  no DVE foi o *mean tide*. Os cálculos são realizados utilizando as anomalias de altitude considerando o termo de grau zero segundo a abordagem do ICGEM e do NGA. Adicionalmente são apresentados os resultados obtidos quando desconsiderado o termo de grau zero. O cálculo do potencial anômalo no ponto *datum* foi realizado em função das anomalias de altitude advindas da recomposição dos médios e longos comprimentos de onda do campo da gravidade.

As anomalias de altitude oriundas dos MGG foram calculadas, como já foi dito anteriormente, sem considerar e considerando o termo de grau zero no desenvolvimento em harmônicos esféricos. Quando considerado o termo de grau zero, este foi calculado conforme a abordagem do ICGEM e da NGA. O fato de utilizar distintas abordagens para a obtenção da anomalia de altitude no ponto de cálculo, faz com que sejam obtidas diferentes soluções para o potencial anômalo, e por tanto para a estimativa do *bias* vertical. A eleição de uma das soluções deverá obedecer aos preceitos e recomendações estabelecidos pela IAG para a unificação dos SVRs.

Os resultados obtidos para a discrepância do DVE, segundo a solução livre do PVCG, serão analisados no capítulo 7, juntamente com os resultados advindos das outras abordagens

TABELA 28 - BIAS NO DVE: SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG

|                  |       | MGG   | GOCO_DIR_R5<br><i>n</i> =300 | EIGEN6C4<br><i>n</i> =1000 | GOCO_DIR_R5<br><i>n</i> =200 | EIGEN6C4<br><i>n</i> =200 |
|------------------|-------|---|------------------------------|----------------------------|------------------------------|---------------------------|
|                  |       | $W_0$ (IAG) (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )   | 62636853,4000                |                            |                              |                           |
|                  |       | $U_0$ (GRS80) (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ) | 62636860,8500                |                            |                              |                           |
|                  |       | $U_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 62636744,3516                |                            |                              |                           |
| Com<br>$\zeta_0$ | ICGEM | $T_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 106,1527                     | 104,7584                   | 106,6032                     | 106,6275                  |
|                  |       | $W_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 62636850,5043                | 62636849,1101              | 62636850,9548                | 62636850,9792             |
|                  |       | $\beta H_0$ (m)                                 | 0,2873                       | 0,4303                     | 0,2411                       | 0,2386                    |
|                  |       | $dW$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )          | 2,8014                       | 4,1956                     | 2,3509                       | 2,3265                    |

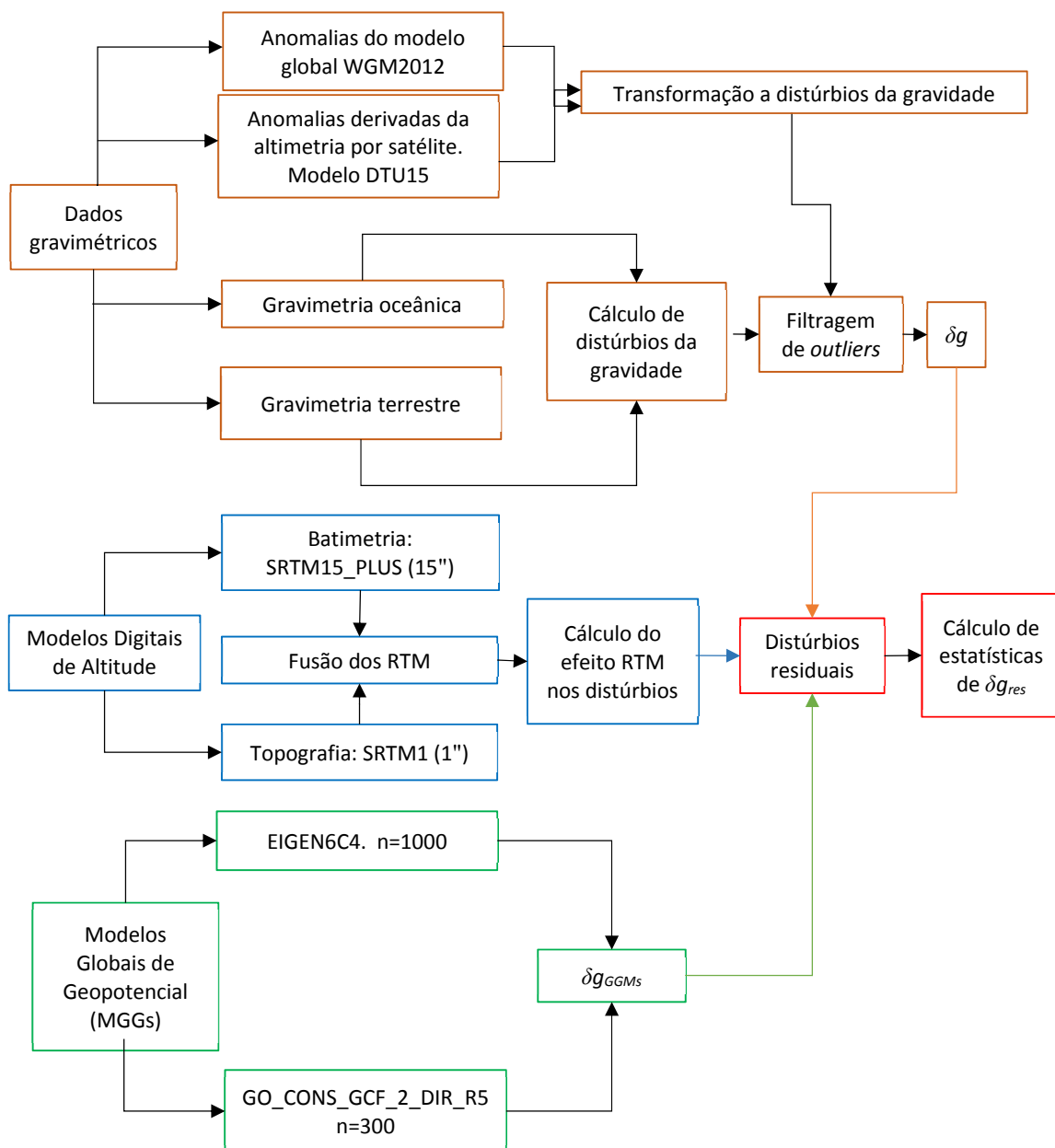
|                         |            |                |               |               |               |               |
|-------------------------|------------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|                         | <b>NGA</b> | $T_P(m^2/s^2)$ | 112,7088      | 111,3145      | 113,1592      | 113,1836      |
|                         |            | $W_P(m^2/s^2)$ | 62636857,0604 | 62636855,6661 | 62636857,5109 | 62636857,5352 |
|                         |            | $\beta H_0(m)$ | -0,3851       | -0,2421       | -0,4313       | -0,4338       |
|                         |            | $dW(m^2/s^2)$  | -3,7547       | -2,3604       | -4,2052       | -4,2295       |
| <b>Sem</b><br>$\zeta_0$ |            | $T_P(m^2/s^2)$ | 115,2964      | 113,9021      | 115,7468      | 115,7702      |
|                         |            | $W_P(m^2/s^2)$ | 62636859,6480 | 62636858,2538 | 62636860,0985 | 62636860,1219 |
|                         |            | $\beta H_0(m)$ | -0,6505       | -0,5075       | -0,6967       | -0,6991       |
|                         |            | $dW(m^2/s^2)$  | -6,3423       | -4,9481       | -6,7928       | -6,8161       |

Os resultados obtidos para a estimativa do *bias* no DVE mediante a solução do PVCG da forma livre, serão discutidos e comparados com os resultados provenientes das outras abordagens no Capítulo 7.

## 6 MODELAGEM DO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL MEDIANTE A SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG

A modelagem do DVE mediante a solução fixada do PVCG, é realizada segundo a metodologia apresentada na seção 2.13. O método implica na decomposição do sinal gravimétrico em termos de distúrbios da gravidade ( $\delta g$ ). O processo seguido para o cálculo das grandezas residuais ( $\delta g_{res}$ ) é apresentado no fluxograma da FIGURA 60.

FIGURA 60 - CÁLCULO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE RESIDUAIS

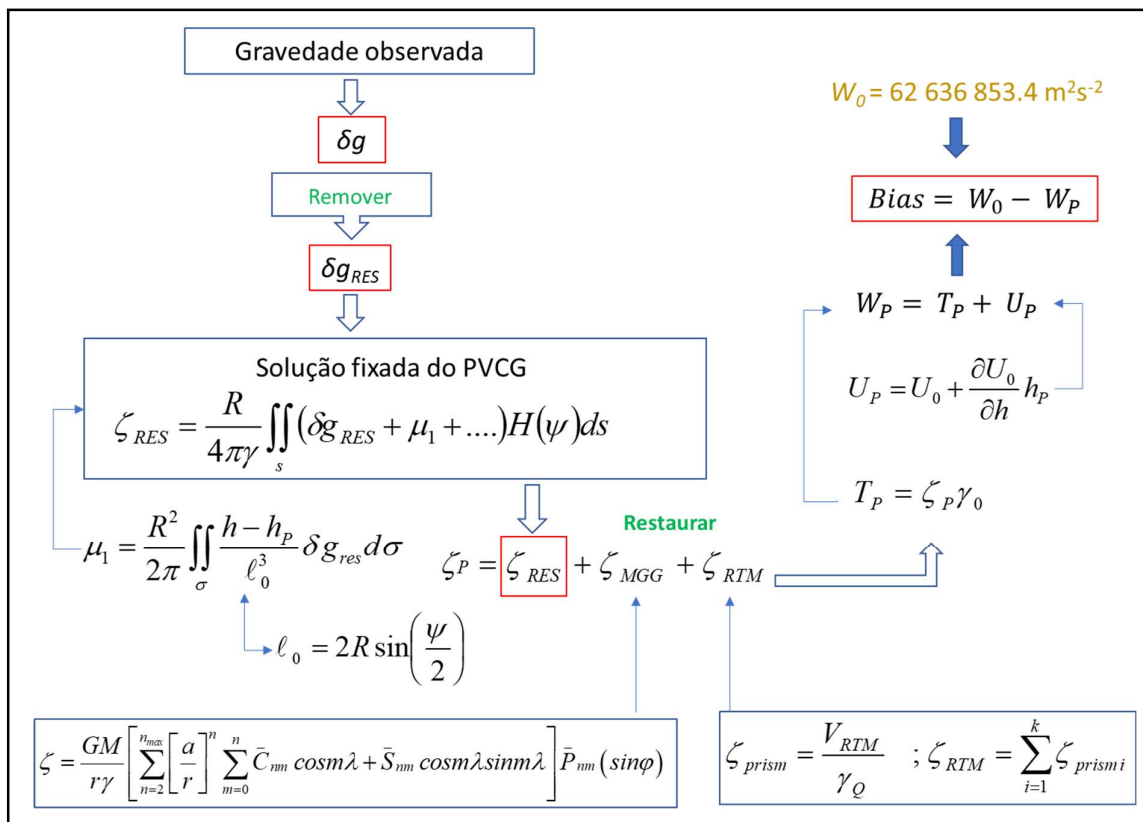


FONTE: O autor (2017)

Os  $\delta g_{res}$  são calculados considerando os distúrbios da gravidade oriundos dos MGGs ( $\delta g_{MGG}$ ), e o efeito da topografia residual nos distúrbios ( $\delta g_{RTM}$ ) estimado mediante a técnica RTM. Para o estabelecimento do conjunto de  $\delta g$ , é necessário levar em conta a compatibilização de sistemas geodésicos e gravimétricos de referência. Também, registros com erros grosseiros devem ser eliminados do conjunto de dados. Os detalhes destes procedimentos são apresentados nas próximas seções.

Em síntese a abordagem do PVCG em sua forma fixada de acordo com a teoria de Molodensky é apresentada na FIGURA 61.

FIGURA 61 - SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA



## 6.1 DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE DERIVADOS DAS ANOMALIAS DO MODELO DTU15

Conforme apresentado na seção 5.1, a informação gravimétrica oriunda da altimetria por satélite (grade com resolução espacial de 5' reamostrada do modelo DTU15) é utilizada para preencher vazios na região oceânica da área de estudo. As

anomalias da gravidade do modelo DTU15 (Seção 3.2.5) são transformadas a distúrbios segundo a expressão:

$$\delta g = \Delta g_{DTU15} - \delta g_h \quad (126)$$

Sendo  $\Delta g_{DTU15}$  a anomalia da gravidade oriunda do modelo DTU15,  $\delta g_h$  a correção por altitude aplicada às anomalias para serem transformadas em distúrbios. Segundo Heiskanen e Moritz (1985), a correção por altitude é utilizada para reduzir a gravidade teórica segundo uma altitude  $h$ , e pode ser aproximada por  $[0,3086 \cdot h]$  mGal ou de forma rigorosa pela aproximação de segunda ordem dada pela fórmula:

$$\delta g_h = -\frac{2\gamma_e}{a} \left[ 1 + f + m + \left( -3f + \frac{5}{2}m \right) \sin^2 \varphi \right] h + \frac{3\gamma_e h^2}{a^2} \quad (127)$$

Sendo  $a$  o semieixo maior do elipsoide de referência,  $f$  o seu achatamento,  $\gamma_e$  a gravidade normal no equador, e  $m$  dado pela relação:

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b^2}{GM} \quad (128)$$

Com  $\omega$  sendo a velocidade angular de rotação terrestre,  $b$  o semieixo menor do elipsoide de referência e  $GM$  a constante gravitacional geocêntrica. Para o cálculo de  $\delta g_h$  no presente trabalho foi usada a aproximação de segunda ordem (127) e considerando os parâmetros relativos ao elipsoide GRS80 resultando na expressão (HINZE et al., 2005):

$$\delta g_h = -(0,3087691 - 0,0004398 \sin^2 \varphi) h + 7,2125 \cdot 10^{-8} h^2 \quad (129)$$

Com  $h$  em metros e  $\delta g_h$  em mGal.

Segundo Li e Götze (2001), a diferença entre a correção de primeira ordem e a de segunda ordem pode ser de alguns mGal para altitudes inferiores a mil metros.

As anomalias da gravidade do modelo DTU15 são transformadas em distúrbios segundo a (126) e substituindo na (129)  $h$  por  $\zeta$ . Desta forma considera-se a diferença entre a gravidade normal no teluroide e na superfície física (SF). Os valores

aproximados de  $\zeta$  são obtidos do MGG EIGEN6C4 considerando seu grau máximo de expansão em harmônicos esféricos ( $n=2190$ ). Os valores de  $\zeta_{EIGEN6C4}$  foram calculados para o sistema de maré *mean tide* e as anomalias  $\Delta g_{DTU15}$  estão referidas ao sistema de maré *mean tide* (comunicação pessoal com Ole Andersen, pesquisador da DTU); portanto, os distúrbios ( $\delta g_{DTU15}$ ) resultantes da ( 126 ) também correspondem a um sistema de maré médio. Os distúrbios da gravidade ( $\delta g_{DTU15}$ ) referidos ao sistema *mean tide*, obedecem às recomendações dadas pela IAG no contexto do estabelecimento do IHRF (IHDE et al., 2017).

Aspectos relacionados com a eliminação de *outliers* do conjunto de dados gravimétricos do modelo DTU15 serão considerados na seção 6.4.1.

## 6.2 DISTÚRBIOS GRAVIMÉTRICOS DERIVADOS DAS ANOMALIAS DO MODELO WGM2012

O cálculo de distúrbios da gravidade em função das anomalias da gravidade de superfície (ou de Molodensky) oriundas do modelo WGM2012 (Seção 3.2.6), é realizado conforme o procedimento seguido para o cálculo dos distúrbios em função das anomalias de superfície oriundas do modelo derivado da altimetria por satélite do modelo DTU15 (Seção 6.1).

## 6.3 REGISTROS DA GRAVIDADE OCEÂNICOS DO BGI

### 6.3.1 Filtragem de *outliers* dos registros gravimétricos oceânicos do BGI mediante a comparação com anomalias do modelo DTU15 melhoradas com RTM

A eliminação de erros grosseiros da base de dados do BGI (gravimetria oceânica) é realizada conforme o procedimento seguido na seção 5.2.1, na solução do PVCG da forma livre. No entanto, desta vez considerando o efeito da topografia residual (RTM) nas anomalias do modelo DTU15 com o objetivo de melhorar o critério para detecção de *outliers*. A comparação é realizada com base nas anomalias da gravidade. As anomalias da gravidade serão posteriormente transformadas em distúrbios da gravidade com a finalidade de abordar a solução do PVCG na forma fixada.

Devido a que as anomalias de superfície do DTU15 reproduzem os longos e médios comprimentos de onda do campo de gravidade, para serem comparáveis com

as anomalias de superfície calculadas dos dados gravimétricos observados (gravimetria oceânica), devem incluir também a contribuição dos curtos comprimentos de onda. A modelagem da topografia residual (RTM) (FORSBERG, 1984) permite calcular os efeitos da topografia residual sobre as anomalias da gravidade e assim melhorar a representação do campo da gravidade mediante os modelos globais.

A técnica RTM, conforme descrita na seção 2.19, requer uma superfície de referência com expansão harmônica equivalente ao modelo global usado na representação dos longos e médios comprimentos de onda (MDA de referência); esta superfície de referência foi determinada mediante a suavização do MDA com resolução máxima (SRTM1 – resolução espacial de 1" de arco), aplicando um filtro passa baixa (*low-pass filtering*). A filtragem passa baixa é realizada mediante o cálculo da média móvel com uma janela de tamanho definido em função da análise estatística dos residuais obtidos para diferentes versões do MDA suavizado (TZIAVOS et al., 2009); (CARRION et al., 2015).

O MDA utilizado é o SRTM1 (seção 2.19.1.1) com resolução espacial de 1" (aproximadamente 30 m). Várias superfícies (MDA suavizado) são geradas considerando diferentes tamanhos da janela (segundo o raio utilizado) no cálculo da média móvel e distintas soluções RTM são testadas. Assim por exemplo, a solução RTM1 é gerada com um raio de 1' (janela de 2') para o cálculo da média móvel, a solução RTM2 é gerada com um raio de 2' (janela de 4') para o cálculo da média móvel, etc.

Raios de 1' até 25' (valores selecionados arbitrariamente) foram testados para modelar a topografia residual nos registros de gravimetria oceânica. Assim, o efeito da topografia residual sobre as anomalias da gravidade ( $\Delta g_{RTM}$ ) é calculado para as 25 soluções. Com  $\Delta g_{RTM}$  calculado é possível obter as anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{res}$ ) da forma:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{obs} - \Delta g_{DTU15} - \Delta g_{RTM} = \Delta g_{obs} - \Delta g_{modelo} \quad (130)$$

Sendo  $\Delta g_{obs}$  as anomalias de superfície dos registros gravimétricos oceânicos (base de dados do BGI),  $\Delta g_{DTU15}$  as anomalias de superfície oriundas do modelo derivado de altimetria por satélite DTU15 e  $\Delta g_{modelo}$  as anomalias de superfície do DTU15 afetadas pela contribuição da topografia residual. O desempenho de  $\Delta g_{RTM}$  na contribuição dos curtíssimos comprimentos de onda do espectro geopotencial é

avaliado segundo o RMS (*Root Mean Square*) dos resíduos ( 130 ). O RMS é calculado para cada uma das soluções segundo a expressão:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta g_{obs}^i - \Delta g_{modelo}^i)^2} \quad (131)$$

Sendo  $\Delta g_{obs}$  as anomalias da gravidade provenientes dos registros de gravimetria oceânica,  $\Delta g_{modelo}$  as anomalias do modelo DTU15 melhoradas com a técnica RTM, e  $n$  o número de registros de gravimetria oceânica considerados na análise. Na TABELA 29 são apresentados os RMSs para os primeiros 5 raios testados para as soluções RTM (MDA suavizado com média móvel de raio: 1 até 5 minutos) (TABELA 29).

TABELA 29 - RAIOS MÉDIA MÓVEL E RMS. GRAVIMETRIA OCEÂNICA

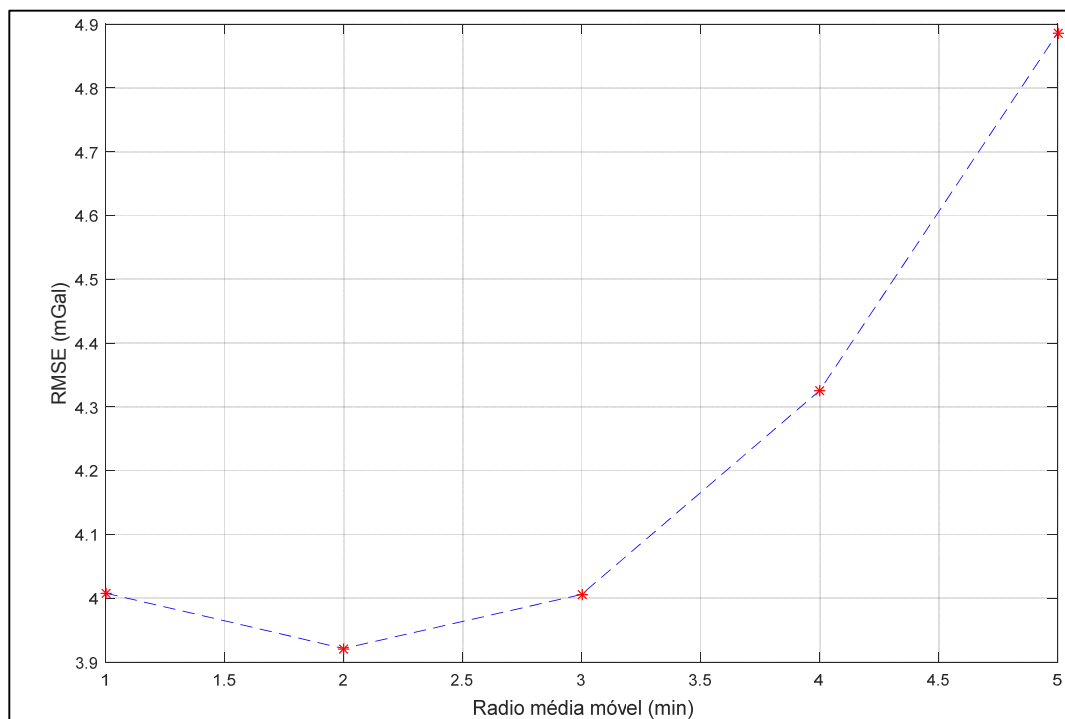
| Solução RTM | Raio média móvel (minutos) | RMS (mGal) |
|-------------|----------------------------|------------|
| RTM1        | 1                          | 4,01       |
| RTM2        | 2                          | 3,92       |
| RTM3        | 3                          | 4,01       |
| RTM4        | 4                          | 4,32       |
| RTM5        | 5                          | 4,88       |

As soluções desde a RTM6 até a RTM25 apresentam uma tendência crescente do RMS e, portanto, seus correspondentes valores de RMS são excluídos da TABELA 29. O menor RMS é encontrado para a solução RTM2 e, por tanto, as  $\Delta g_{RTM}$  usadas para melhorar as anomalias do modelo DTU15 correspondem com esta solução.

Após estabelecida a solução RTM ótima (raio = 2'), a filtragem de *outliers* é realizada em função das estatísticas das anomalias da gravidade residuais ( $\Delta g_{res}$ ) calculadas conforme a equação ( 130 ). A regra dos três *sigmas* ( $3.\sigma$  calculadas para  $\Delta g_{res}$ ) é usada para discriminar aqueles dados gravimétricos que não obedecem a uma distribuição normal.



FIGURA 62 - RMS Vs. RAO MÉDIA MÓVEL



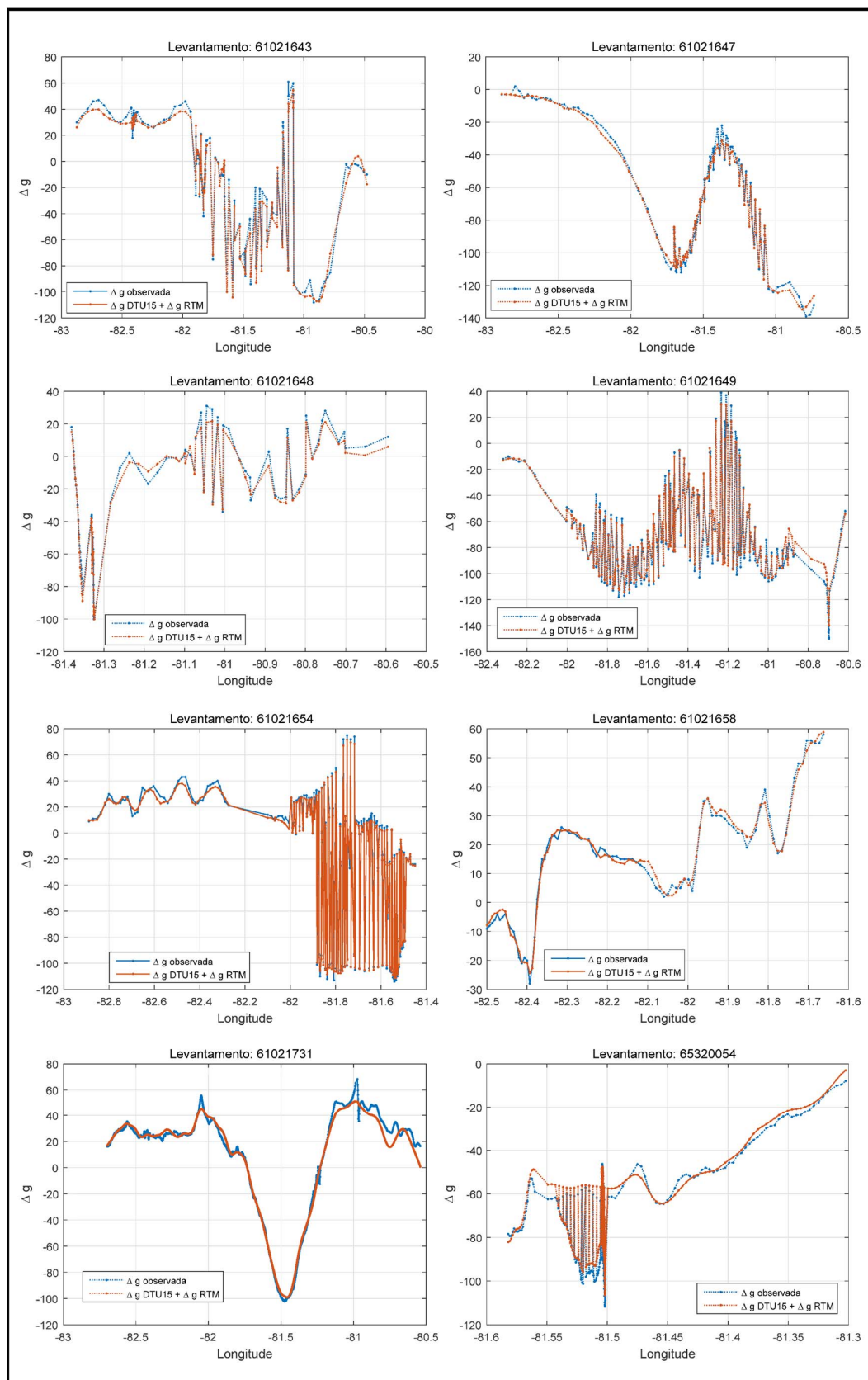
FONTE: O autor (2017)

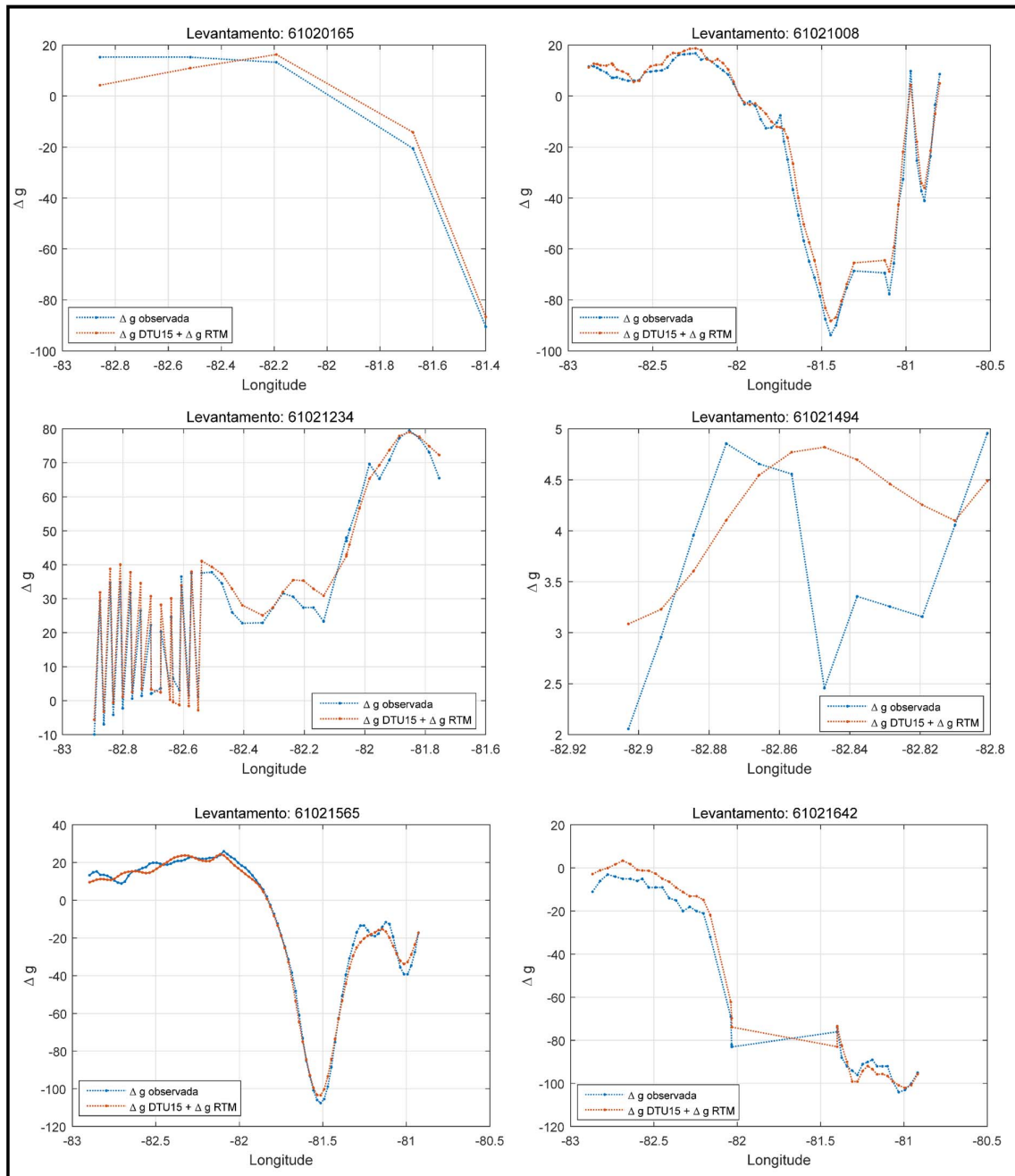
Na TABELA 30 apresentam-se as estatísticas para  $\Delta g_{res}$  ( 130 ) antes e depois de eliminar os *outliers* detectados segundo o procedimento descrito anteriormente:

TABELA 30 - ESTATÍSTICAS DAS ANOMALIAS DA GRAVIDADE RESIDUAIS DOS REGISTROS DE GRAVIMETRIA OCEÂNICA (BGI). ANTES E DEPOIS DA FILTRAGEM DE *OUTLIERS* (mGal)

|                             | Antes   | Depois |
|-----------------------------|---------|--------|
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -59,91  | -15,13 |
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 101,83  | 16,01  |
| <b>Média (mGal)</b>         | 0,15    | -0,02  |
| <b>Desvio Padrão (mGal)</b> | 7,02    | 3,82   |
| <b>Coef. de correlação</b>  | 0,98976 | 0,9968 |
| <b>Nº Registros</b>         | 8549    | 2891   |

Após a eliminação de *outliers*, os valores de  $\Delta g_{obs}$  e  $\Delta g_{modelo}$  foram plotados em função da longitude (FIGURA 63) (as figuras foram geradas para cada um dos levantamentos gravimétricos em forma separada). A correlação entre as duas grandezas é próxima de 1 e em geral registra-se um grau de coerência apropriado entre as anomalias oceânicas da base de dados do BGI e as  $\Delta g_{modelo}$  (TABELA 30).

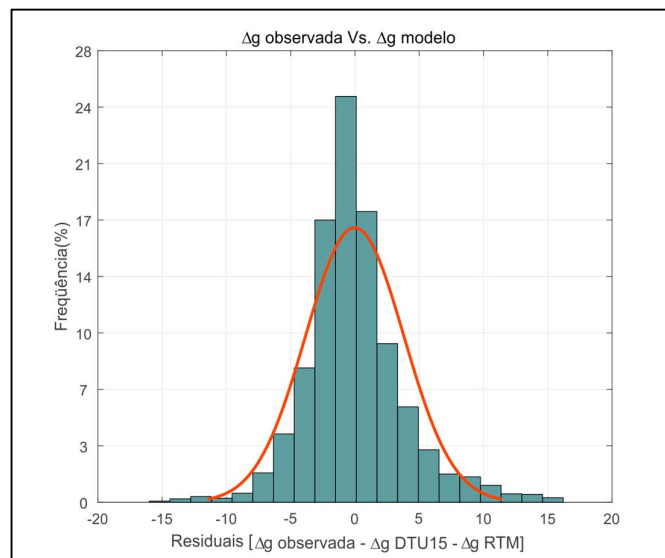
FIGURA 63 –  $\Delta g$  BGI ( $\Delta g_{obs}$ ) E  $\Delta g_{DTU15} + \Delta g_{RTM}$  (mGal)



FONTE: O autor (2017)

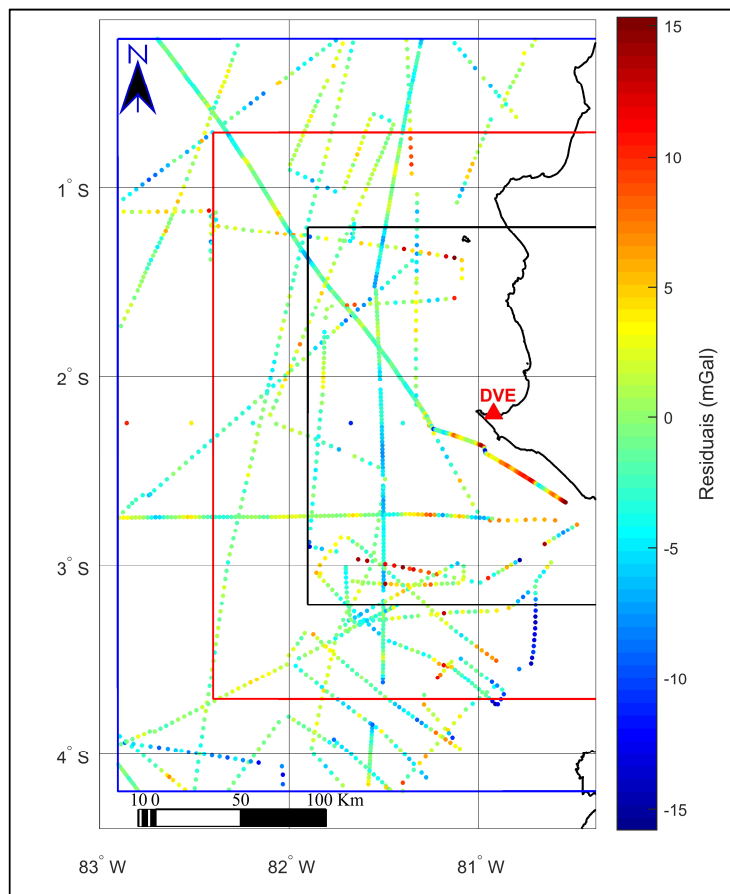
A FIGURA 64 mostra a distribuição de frequências de  $\Delta g_{res}$  do conjunto de gravimetria oceânica da base de dados do BGI após a eliminação de outliers. A FIGURA 65 apresenta a distribuição espacial das anomalias da gravidade oceânicas (2891 anomalias da gravidade residuais, escala de cores em função de  $\Delta g_{res}$ ) após ter realizado a filtragem de registros com erros grosseiros.

FIGURA 64 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DE  $\Delta g_{res}$  DO CONJUNTO DE GRAVIMETRIA OCEÂNICA DO BGI APÓS A FILTRAGEM DE *OUTLIERS*



FONTE: O autor (2017)

FIGURA 65 – ANOMALIAS RES. GRAV. OCEÂNICA Vs. DTU15. APÓS ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS*



FONTE: O autor (2017)

Os 2891 registros de anomalias da gravidade validados, após a filtragem de *outliers* (TABELA 30), constituem os registros gravimétricos oceânicos considerados para formar parte da base de dados de registros gravimétricos que será utilizada para o desenvolvimento do método proposto nesta seção do trabalho.

#### 6.4 CÁLCULO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE

Distúrbios da gravidade são calculados na região continental e oceânica considerando os registros gravimétricos disponíveis (terrestres e oceânicos). Adicionalmente anomalias da gravidade do modelo DTU15 (seção 6.1) e do modelo WGM2012 (seção 6.2), são utilizadas para preencher vazios de informação (distribuição espacial dos dados é heterogênea) na região oceânica e continental respectivamente. As anomalias destes modelos globais são transformadas em distúrbios segundo os procedimentos das seções 6.1 e 6.2.

O conjunto de distúrbios da gravidade (observados e oriundos de modelos globais), são a base para o cálculo de distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{res}$ ) (seções 6.5.1 e 6.6.1) mediante o procedimento de decomposição espectral (*remove-restore*). Os distúrbios da gravidade residuais serão usados posteriormente na solução do PVCG da forma fixada no DVE.

A filtragem de *outliers* do conjunto de dados (seção 6.4.1) é realizada mediante a comparação dos distúrbios da gravidade com as correspondentes grandezas oriundas de MGGs e melhoradas com a contribuição do efeito RTM nos distúrbios ( $\delta g_{RTM}$ ).

Para o cálculo dos distúrbios da gravidade, é necessário o conhecimento das altitudes elipsoidais ( $h$ ) dos registros gravimétricos. Devido a que nem todos os registros dispõem de altitudes elipsoidais associadas, os valores de  $h$  nestes casos são aproximados em função das altitudes niveladas ( $H_n$ ) e de valores de  $N$  oriundos do MGG EIGEN6C4 ( $N_{EIGEN6C4}$ ) conforme a ( 105 ). Para o conjunto de registros terrestres (4808 registros), esta aproximação é realizada para 2547 registros (52,97% do total). No caso dos registros oceânicos (3209 registros), as altitudes elipsoidais não são conhecidas para nenhum dado. Portanto os valores de  $h$  são aproximados por valores de MSS oriundos do modelo DTU15. Já no caso dos registros de aerogravimetria as altitudes elipsoidais estão disponíveis e por tanto não é necessário calcular altitudes aproximadas.

Para o cálculo aproximado da  $h$  associada aos dados terrestres,  $NEIGEN6C4$  e  $Hn$  referem-se ao sistema *mean tide*; para os registros oceânicos os valores de MSS do modelo DTU15 também estão referidos ao dito sistema (comunicação pessoal com Ole Andersen, pesquisador da DTU, 2016). Assim, não é necessária uma transformação de sistema de maré para os valores de  $h$  aproximados. Os valores de MSS do modelo DTU15 encontram-se referidos ao elipsoide Topex/Poseidon, sendo necessária uma transformação de referencial para o elipsoide GRS80. A transformação é realizada considerando os parâmetros dos elipsoides envolvidos segundo a ( 101 ).

Sendo consistente com as recomendações da IAG (IHDE et al., 2017), para os registros dos quais é conhecida a altitude elipsoidal, esta é transformada do sistema *tide free* para o sistema *mean tide* segundo a ( 11 ). Os valores de gravidade observada não foram submetidos a uma transformação de sistema de maré devido a que estão referidos ao sistema de maré médio.

Os distúrbios da gravidade oriundos dos modelos globais (DTU15 e WGM2012), também se encontram referidos ao sistema *mean tide*, por tanto não é necessário realizar uma transformação.

O cálculo dos distúrbios da gravidade em função dos registros de gravidade observada (continental e oceânica) é realizado conforme a equação:

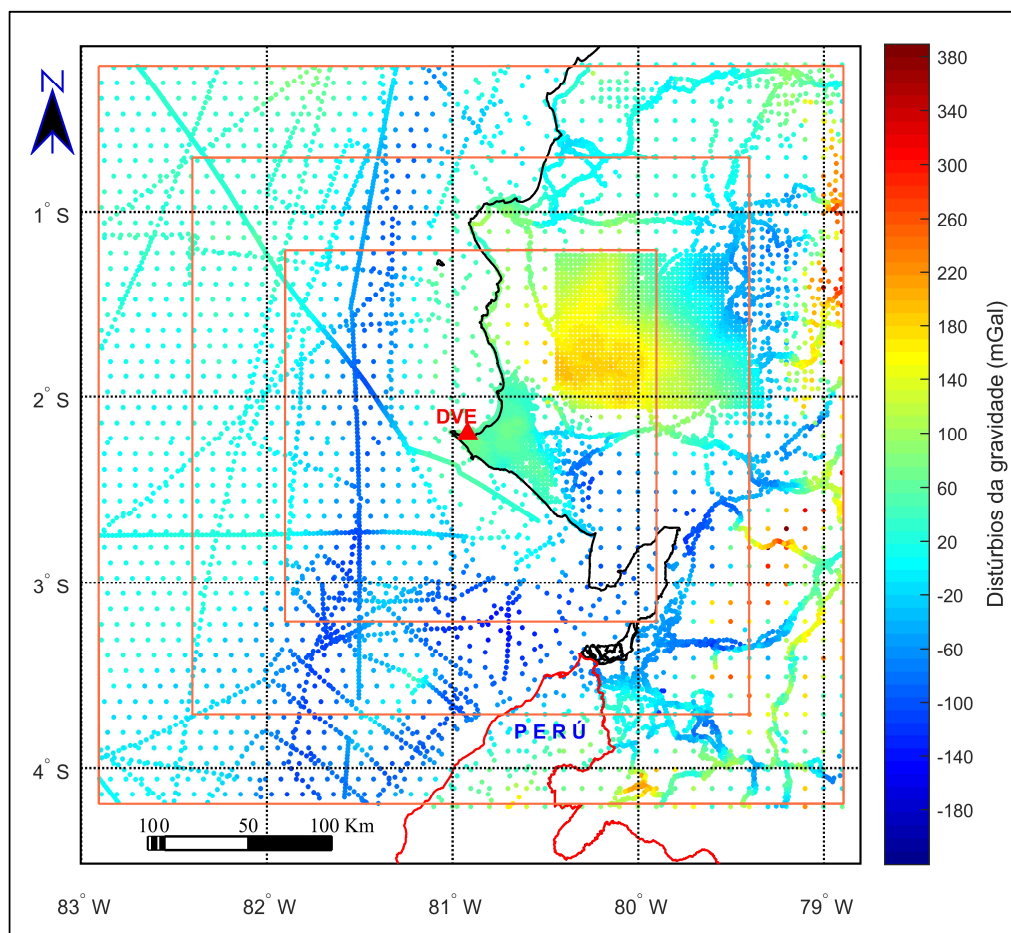
$$\delta g = g + \Delta g_H - (\gamma - \delta g_{atm} + \delta g_h) \quad ( 132 )$$

Sendo  $\delta g_{atm}$  ( 108 ) a correção atmosférica para os valores de gravidade observada,  $\gamma$  ( 109 ) a gravidade normal calculada para o sistema geodésico de referência GRS80,  $\Delta g_H$  a correção para o termo de Honkasalo ( 107 ) e  $\delta g_h$  ( 129 ) a correção por altitude aplicada para reduzir a gravidade normal à superfície física (SF). Os procedimentos seguidos para o cálculo destas grandezas foram detalhados na seção 5.3.

Na solução do PVCG da forma fixada foram consideradas três regiões de cálculo com a finalidade de avaliar a influência dos registros gravimétricos nas proximidades ao DVE. Considerando o fato de que o desempenho dos MGGs piora nas regiões de cordilheira (erros de omissão), uma diminuição do tamanho da área adjacente ao DVE implica numa redução da quantidade de registros gravimétricos localizados nas regiões montanhosas. Neste contexto, são geradas três soluções independentes, considerando três regiões com tamanhos  $4^\circ \times 4^\circ$ ,  $3^\circ \times 3^\circ$  e  $2^\circ \times 2^\circ$ , e

todas elas tendo como centroide o DVE. Na FIGURA 66 são apreciados os distúrbios da gravidade calculados (antes da filtragem de *outliers*) e as três regiões de cálculo delimitadas em linhas vermelhas.

FIGURA 66 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*



FONTE: O autor (2017)

As estatísticas e o número de distúrbios da gravidade calculados para as três regiões de cálculo ( $4^\circ \times 4^\circ$ ,  $3^\circ \times 3^\circ$  e  $2^\circ \times 2^\circ$ ), antes do processo de eliminação de *outliers*, são apresentadas na TABELA 31.

O conjunto total de dados é composto de 5 subconjuntos (gravimetria terrestre, aerogravimetria, gravimetria oceânica, registros do DTU15 e registros do WGM2012) com o objetivo de avaliar de forma independente as distintas fontes de informação gravimétrica.

TABELA 31 - ESTATÍSTICAS  $\delta g$  ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

| <b>4° X 4°</b>  | <b>Min(mGal)</b> | <b>Max(mGal)</b> | <b>Média(mGal)</b> | <b>Desvio Padrão(mGal)</b> | <b>N°</b> |
|-----------------|------------------|------------------|--------------------|----------------------------|-----------|
| Grav. terrestre | -219,91          | 282,27           | 30,74              | 70,59                      | 4808      |
| Aerogravimetria | -47,09           | 195,33           | 72,23              | 48,21                      | 3442      |
| Grav. oceânica  | -148,46          | 83,09            | -4,90              | 51,35                      | 3209      |
| DTU15           | -141,38          | 167,40           | -11,29             | 49,12                      | 1393      |
| WGM2012         | -109,20          | 389,21           | 53,31              | 88,59                      | 712       |
| Conjunto total  | -219,91          | 389,21           | 29,71              | 67,70                      | 13564     |
| <b>3° X 3°</b>  |                  |                  |                    |                            |           |
| Grav. terrestre | -123,89          | 196,21           | 15,61              | 64,57                      | 2302      |
| Aerogravimetria | -47,09           | 195,33           | 73,04              | 48,13                      | 3384      |
| Grav. oceânica  | -148,46          | 73,34            | -7,51              | 53,52                      | 2467      |
| DTU15           | -141,38          | 74,88            | -22,08             | 50,66                      | 813       |
| WGM2012         | -109,20          | 293,86           | 35,45              | 82,18                      | 371       |
| Conjunto total  | -148,46          | 293,86           | 27,83              | 66,65                      | 9337      |
| <b>2° X 2°</b>  |                  |                  |                    |                            |           |
| Grav. terrestre | -112,36          | 196,21           | 60,77              | 69,43                      | 697       |
| Aerogravimetria | -15,07           | 195,33           | 79,67              | 46,29                      | 2604      |
| Grav. oceânica  | -141,41          | 73,33            | -11,61             | 54,29                      | 1592      |
| DTU15           | -134,09          | 74,88            | -27,29             | 51,13                      | 388       |
| WGM2012         | -103,80          | 192,92           | 66,86              | 86,10                      | 148       |
| Conjunto total  | -141,40          | 196,21           | 42,48              | 69,48                      | 5429      |



#### 6.4.1 Filtragem de erros grosseiros dos distúrbios da gravidade mediante a comparação com distúrbios da gravidade oriundos de MGGs melhorados com a técnica RTM

Na eliminação de erros grosseiros do conjunto de distúrbios da gravidade, o MGG EIGEN6C4 (considerando o seu grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos,  $n=2190$ ) foi utilizado como base das comparações. Assim, os distúrbios da gravidade do MGG EIGEN6C4 ( $\delta g_{EIGEN6C4}$ ) são utilizados para filtrar *outliers* mediante a comparação com os distúrbios do conjunto de registros gravimétricos das regiões de estudo (FIGURA 66). Os valores de  $\delta g_{EIGEN6C4}$  são melhorados mediante a contribuição do efeito na topografia residual ( $\delta g_{RTM}$ ).

A eliminação de erros grosseiros é realizada em função de uma análise estatística (critério dos três *sigmas*) das diferenças:

$$\delta g_{res} = \delta g_{obs} - \delta g_{EIGEN6C4} - \delta g_{RTM} = \delta g_{obs} - \delta g_{MODELO} \quad (133)$$

Os procedimentos seguidos para a determinação do MDA suavizado ótimo (para o cálculo de  $\delta g_{RTM}$ ) e para a discriminação de *outliers* foram descritos na seção 6.3.1.

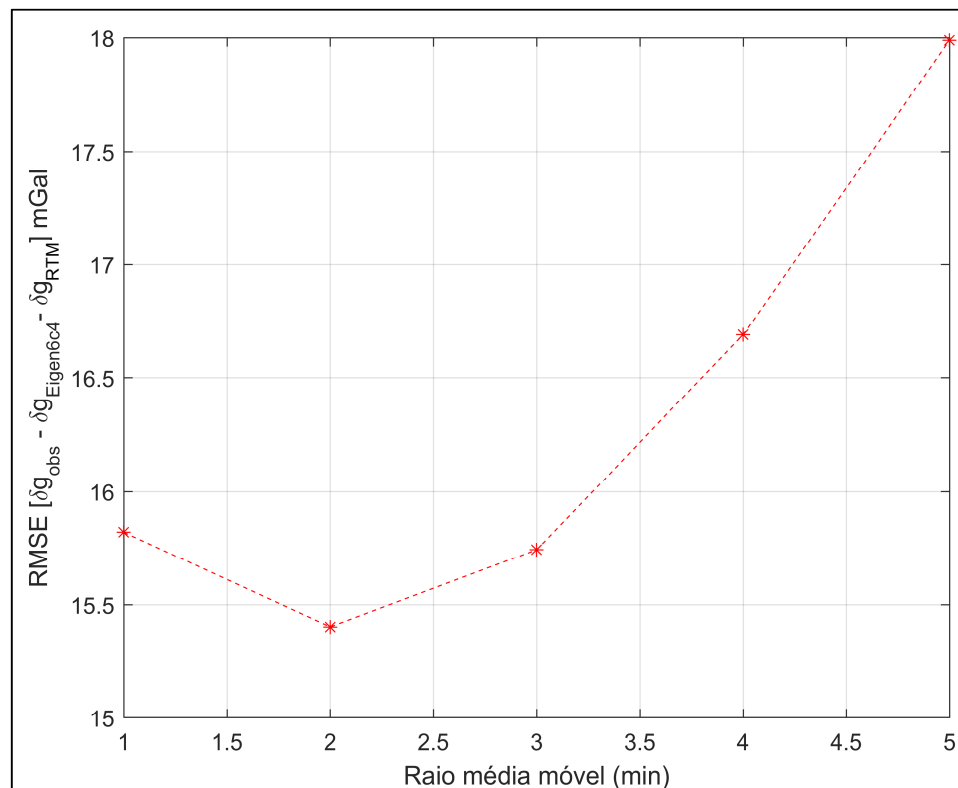
A seleção do MDA suavizado ótimo, necessário para o cálculo dos  $\delta g_{RTM}$  utilizados na ( 133 ), foi realizada segundo os valores de RMS ( 131 ) apresentados na TABELA 32. O RMS mínimo (15,40 mGal) foi encontrado para a solução RTM2, a qual considera um MDA suavizado (superfície de referência para o cálculo de  $\delta g_{RTM}$ ) gerado mediante um filtro passa baixa (média móvel com raio de 2') aplicado ao MDA com resolução máxima (SRTM1, resolução espacial de 1").

TABELA 32 - RMS VS. RAO MÉDIA MÓVEL

| Solução RTM | Raio média móvel (minutos) | RMS (mGal) |
|-------------|----------------------------|------------|
| RTM1        | 1                          | 15,81      |
| RTM2        | 2                          | 15,40      |
| RTM3        | 3                          | 15,74      |
| RTM4        | 4                          | 16,69      |
| RTM5        | 5                          | 17,98      |

Na FIGURA 67 observa-se a variação dos RMS calculados para os diferentes raios (média móvel) usados na geração do MDA de referência. São utilizados raios que variam desde 1 até 25 minutos com incrementos de 1' (valores arbitrados). Somente os valores obtidos até raio = 5' são mostrados na TABELA 32 e FIGURA 67, devido a que desde o raio = 5' até o raio=25' os RMS não apresentam decrementos.

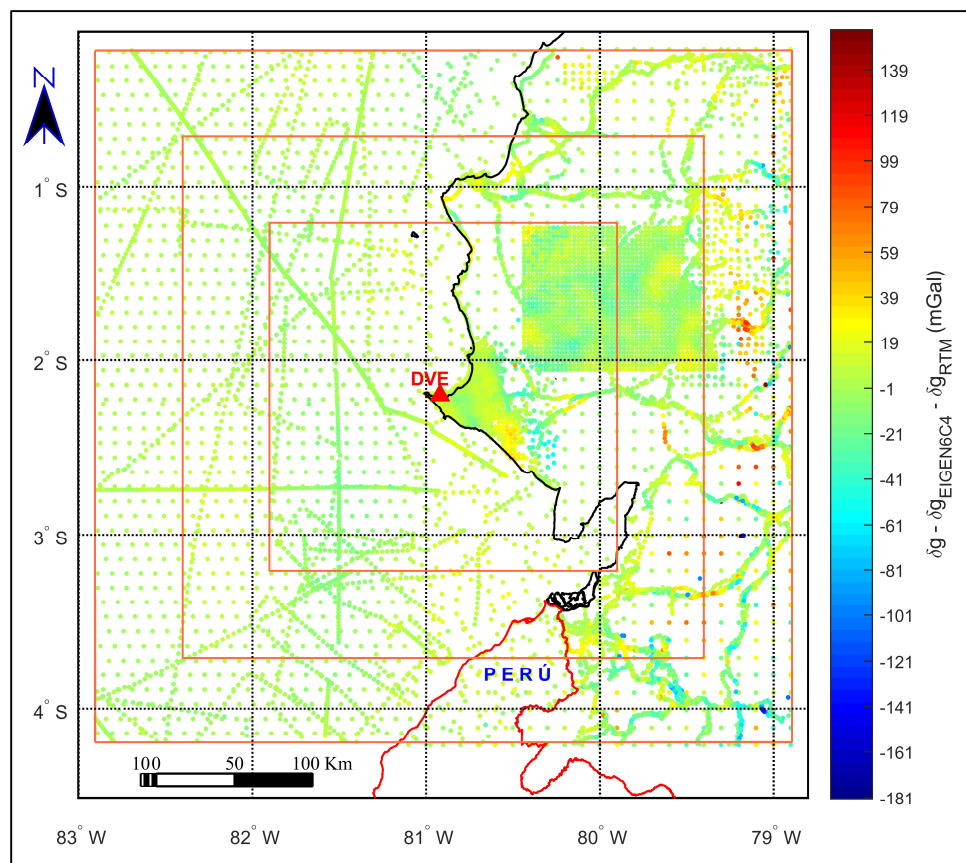
FIGURA 67 – RMS (mGal)  $\delta g_{res}$  VS. RAO MÉDIA MÓVEL(min)



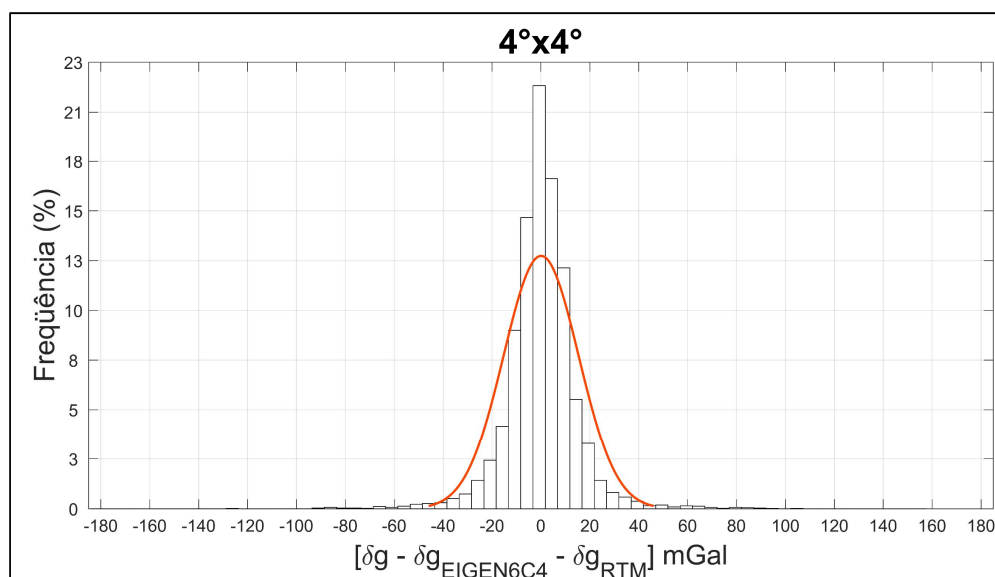
FONTE: O autor (2017)

Os distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{res}$ ) ( 133 ), calculados para a solução RTM ótima (RTM2) e antes da eliminação de erros grosseiros são apresentados na FIGURA 68.

A distribuições de frequências (correspondentes às três áreas propostas) dos  $\delta g_{res}$  calculados ( 133 )considerando a solução ótima para  $\delta g_{RTM}$  (RTM2), podem ser apreciadas na FIGURA 69, FIGURA 70 e FIGURA 71; e as estatísticas correspondentes na TABELA 33.

FIGURA 68 – DISTÚRBIOS RESIDUAIS ( $\delta g_{res}$ ) ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 69 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\delta g_{res}$ . ANTES DE ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS*.  
ÁREA 4°X4°

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 70 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\delta g_{res}$ . ANTES DE ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS.  
ÁREA 3°X3°

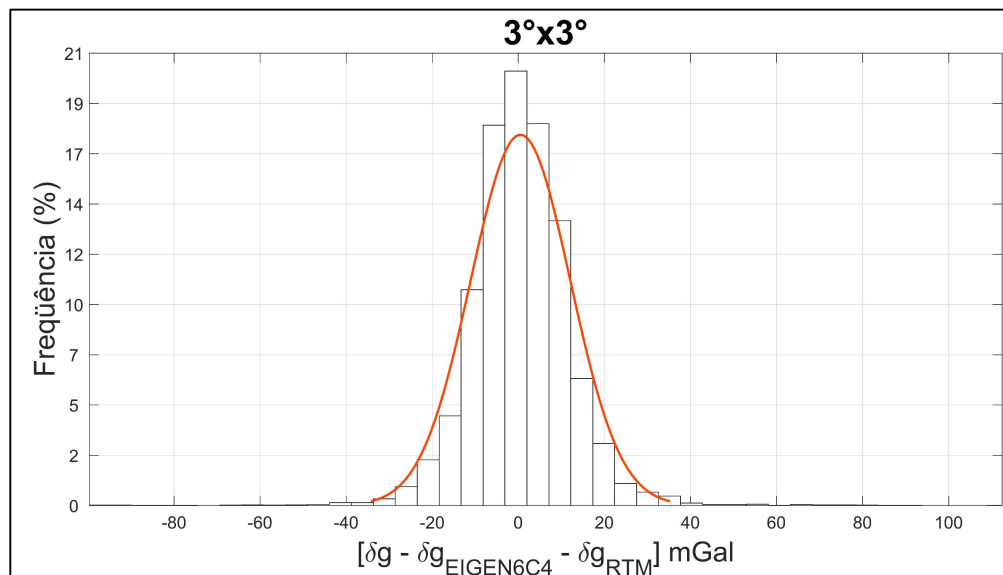
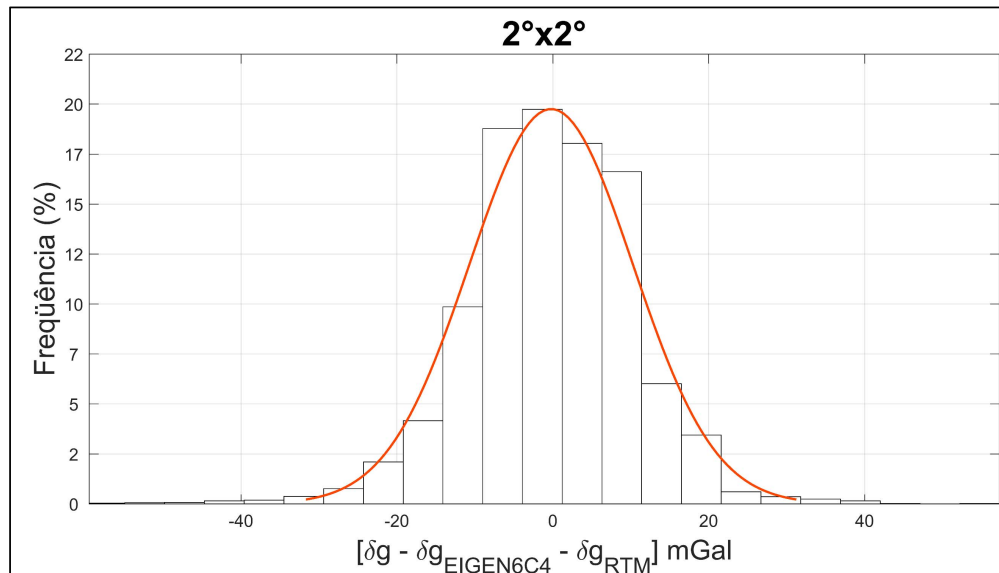


FIGURA 71 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\delta g_{res}$ . ANTES DE ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS.  
ÁREA 2°X2°



FONTE: O autor (2017)

Para eliminar erros grosseiros do conjunto de dados é usado o critério dos três sigmas ( $3.\sigma$ ) conforme as estatísticas dos  $\delta g_{res}$  calculados para a solução RTM ótima. A eliminação de erros grosseiros é realizada considerando independentemente cada um dos subconjuntos definidos na TABELA 33.

O processo de eliminação de *outliers* é realizado também para os registros correspondentes ao modelo WGM2012. Neste caso os erros grosseiros também são discriminados em função da comparação com distúrbios oriundos do MGG EIGEN6C4 melhorados com a contribuição do efeito da topografia residual ( $\delta g_{RTM}$ ).

TABELA 33 – ESTATÍSTICAS PARA  $\delta g_{res}$  ANTES DA ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS*

| <b>4° X 4°</b>   | <b>Min<br/>(mGal)</b> | <b>Max<br/>(mGal)</b> | <b>Média<br/>(mGal)</b> | <b><math>\sigma</math><br/>(mGal)</b> | <b>Coef. Correlação</b> | <b>N°</b> |
|------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------|-----------|
| Dados terrestres | -181,42               | 156,72                | -0,39                   | 22,45                                 | 0,9508                  | 4808      |
| Aerogravimetria  | -47,20                | 85,35                 | 0,67                    | 10,71                                 | 0,9786                  | 3442      |
| Dados oceânicos  | -19,37                | 43,38                 | -0,04                   | 7,43                                  | 0,9903                  | 3209      |
| DTU15            | -27,65                | 24,78                 | 0,74                    | 5,98                                  | 0,9926                  | 1393      |
| WGM2012          | -61,66                | 133,34                | 4,79                    | 20,90                                 | 0,9744                  | 712       |
| Total            | -181,42               | 156,72                | 0,34                    | 15,77                                 | 0,9729                  | 13564     |
| <b>3° X 3°</b>   |                       |                       |                         |                                       |                         |           |
| Dados terrestres | -99,70                | 112,42                | 0,72                    | 16,29                                 | 0,9684                  | 2302      |
| Aerogravimetria  | -44,20                | 40,76                 | 0,44                    | 10,51                                 | 0,9791                  | 3384      |
| Dados oceânicos  | -17,72                | 43,38                 | 0,08                    | 8,09                                  | 0,9896                  | 2467      |
| DTU15            | -17,26                | 24,78                 | 1,19                    | 6,57                                  | 0,9916                  | 813       |
| WGM2012          | -37,11                | 82,94                 | 1,37                    | 13,87                                 | 0,9859                  | 371       |
| Total            | -99,70                | 112,42                | 0,52                    | 11,59                                 | 0,9849                  | 9337      |
| <b>2° X 2°</b>   |                       |                       |                         |                                       |                         |           |
| Dados terrestres | -59,48                | 57,29                 | -2,91                   | 15,08                                 | 0,9762                  | 697       |
| Aerogravimetria  | -44,20                | 40,76                 | 0,21                    | 10,44                                 | 0,9792                  | 2604      |
| Dados oceânicos  | -17,72                | 43,38                 | 0,31                    | 8,82                                  | 0,9893                  | 1592      |
| DTU15            | -17,26                | 18,60                 | 0,23                    | 7,03                                  | 0,9906                  | 388       |
| WGM2012          | -15,65                | 19,52                 | -1,40                   | 5,83                                  | 0,9978                  | 148       |
| Total            | -59,48                | 57,29                 | -0,21                   | 10,48                                 | 0,9886                  | 5429      |

As informações relativas às distribuições de valores para  $\delta g_{res}$  também são apresentadas na TABELA 34 desta vez discriminando entre registros terrestres e oceânicos.

TABELA 34 – ESTATÍSTICAS  $\delta g_{res}$ . REGISTROS TERRESTRES E OCEÂNICOS. ANTES DE ELIMINAR *OUTLIERS*

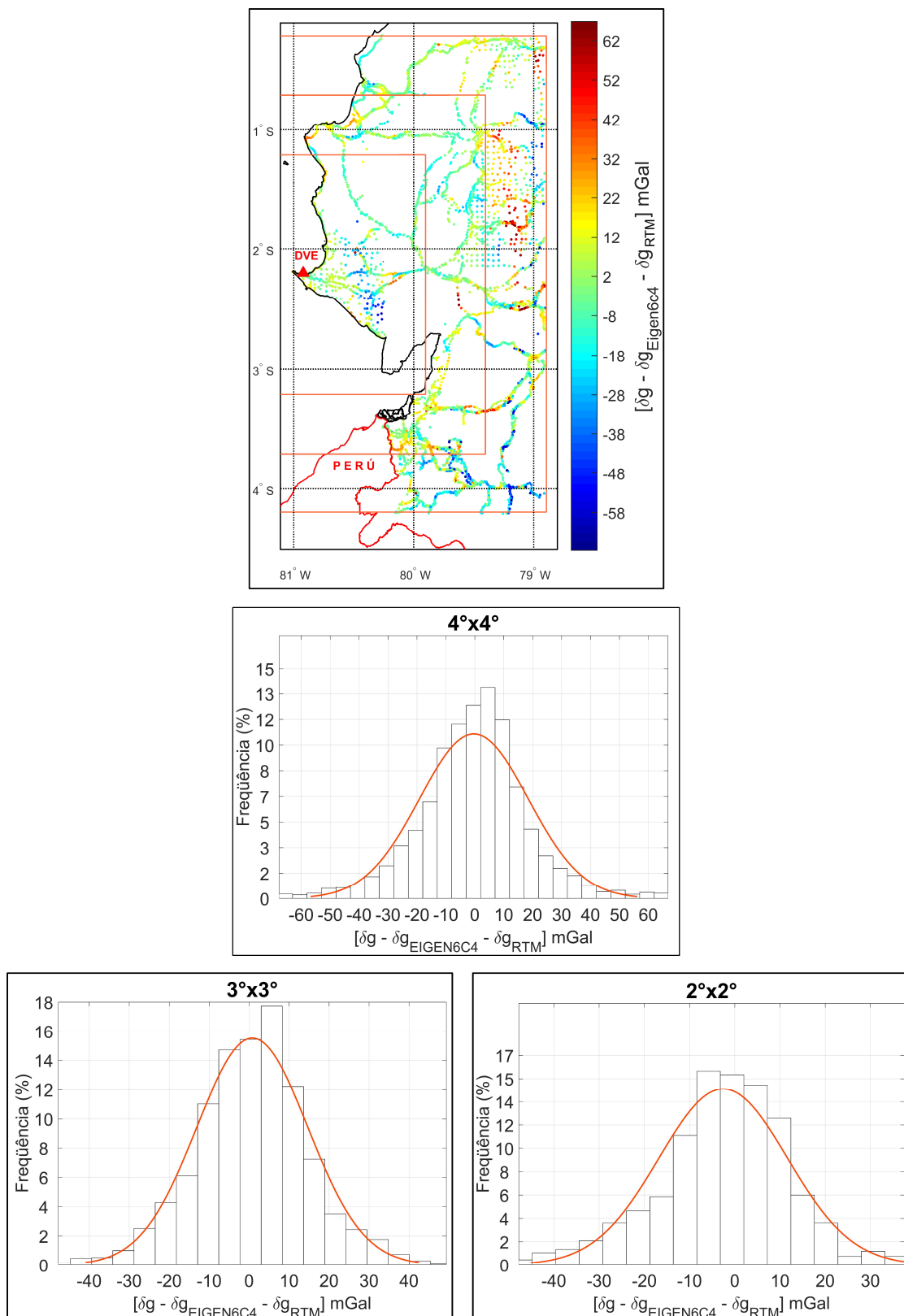
| <b>4° X 4°</b>              | <b>Grav. Terrestre</b> | <b>Grav. Oceânica</b> |
|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -181,42                | -27,65                |
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 156,72                 | 43,38                 |
| <b>Média (mGal)</b>         | 0,05                   | 0,19                  |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 18,49                  | 7,03                  |
| <b>RMS</b>                  | 18,49                  | 7,04                  |
| <b>N°</b>                   | 8250                   | 4602                  |
| <b>3° X 3°</b>              |                        |                       |
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -99,70                 | -17,72                |
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 112,42                 | 43,38                 |
| <b>Média (mGal)</b>         | 0,55                   | 0,35                  |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 13,16                  | 7,76                  |
| <b>RMS</b>                  | 13,17                  | 7,76                  |
| <b>N°</b>                   | 5686                   | 3280                  |
| <b>2° X 2°</b>              |                        |                       |
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -59,48                 | -17,72                |
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 57,29                  | 43,28                 |
| <b>Média (mGal)</b>         | -0,45                  | 0,29                  |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 11,65                  | 8,50                  |
| <b>RMS</b>                  | 11,66                  | 8,50                  |
| <b>N°</b>                   | 3301                   | 1980                  |

Posterior à filtragem de *outliers* as estatísticas dos registros gravimétricos residuais ( $\delta g_{res}$ ) são as detalhadas na TABELA 35.

TABELA 35 - ESTATÍSTICAS PARA  $\delta g_{res}$  APÓS A ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS* (mGal)

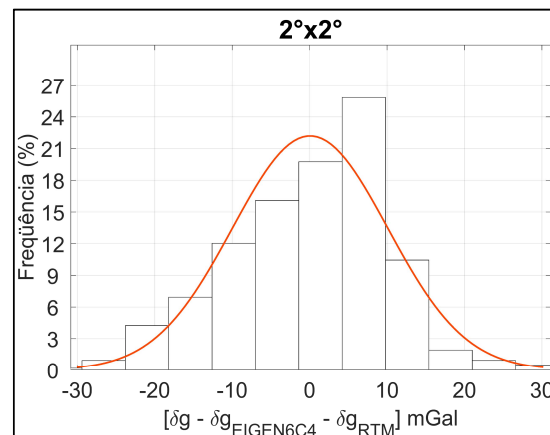
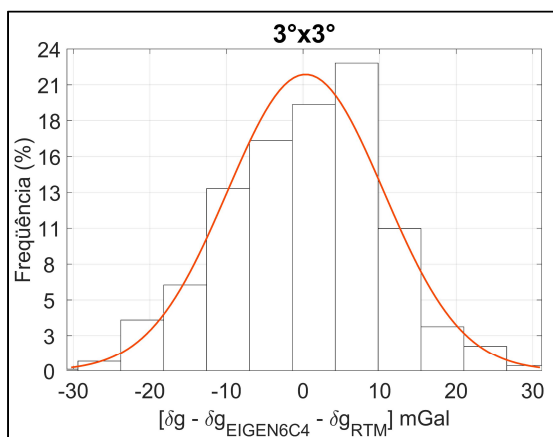
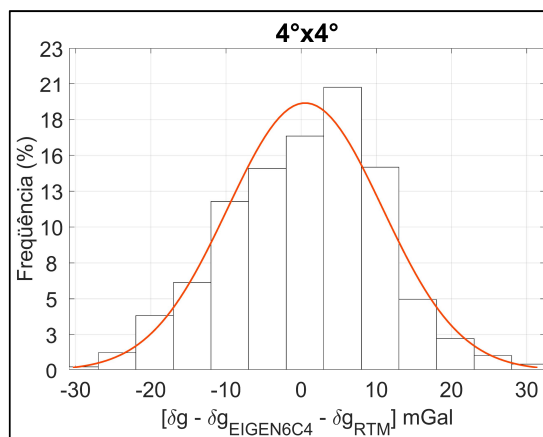
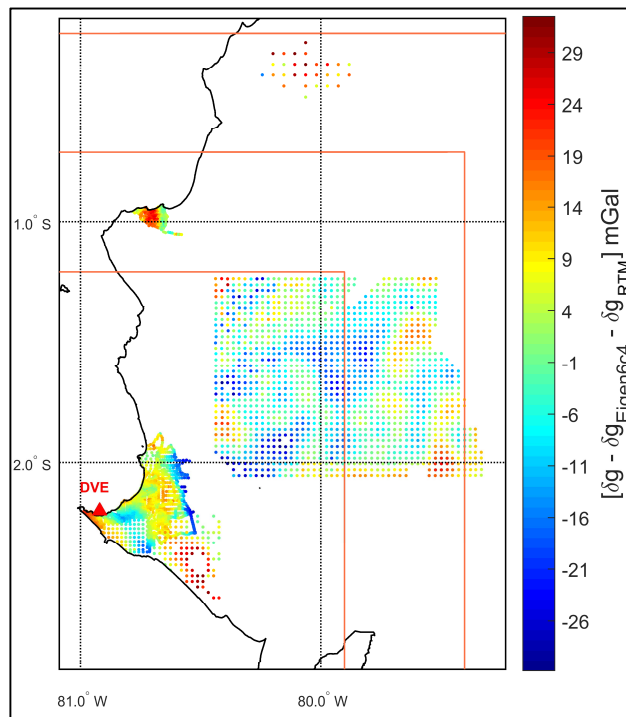
| <b>4° X 4°</b>   | <b>Min<br/>(mGal)</b> | <b>Max<br/>(mGal)</b> | <b>Média<br/>(mGal)</b> | <b><math>\sigma</math><br/>(mGal)</b> | <b>Coef.<br/>Correlação</b> | <b>N°</b> | <b>%<br/>eliminado</b> |
|------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|-----------|------------------------|
| Dados terrestres | -67,63                | 66,75                 | -0,33                   | 18,81                                 | 0,9655                      | 4720      | 1,83                   |
| Aerogravimetria  | -30,85                | 32,47                 | 0,53                    | 10,30                                 | 0,9801                      | 3422      | 0,58                   |
| Dados oceânicos  | -19,37                | 21,79                 | -0,10                   | 7,33                                  | 0,9906                      | 3199      | 0,31                   |
| DTU15            | -17,13                | 24,78                 | 0,79                    | 5,89                                  | 0,9928                      | 1390      | 0,22                   |
| WGM2012          | -56,82                | 67,31                 | 2,95                    | 16,35                                 | 0,9805                      | 692       | 2,81                   |
| Total            | -67,63                | 67,31                 | 0,23                    | 13,50                                 | 0,9799                      | 13423     | 1,03                   |
| <b>3° X 3°</b>   |                       |                       |                         |                                       |                             |           |                        |
| Dados terrestres | -47,77                | 49,34                 | 0,80                    | 13,90                                 | 0,9770                      | 2268      | 1,48                   |
| Aerogravimetria  | -30,85                | 31,17                 | 0,33                    | 10,20                                 | 0,9802                      | 3366      | 0,53                   |
| Dados oceânicos  | -17,72                | 23,40                 | 0,03                    | 8,00                                  | 0,9899                      | 2462      | 0,20                   |
| DTU15            | -17,26                | 24,78                 | 1,19                    | 6,57                                  | 0,9916                      | 813       | 0,00                   |
| WGM2012          | -37,11                | 38,08                 | -0,26                   | 9,13                                  | 0,9931                      | 362       | 2,43                   |
| Total            | -47,77                | 49,34                 | 0,42                    | 10,45                                 | 0,9877                      | 9271      | 0,71                   |
| <b>2° X 2°</b>   |                       |                       |                         |                                       |                             |           |                        |
| Dados terrestres | -47,77                | 37,54                 | -2,55                   | 14,20                                 | 0,9780                      | 690       | 1,00                   |
| Aerogravimetria  | -30,85                | 31,17                 | 0,07                    | 10,04                                 | 0,9807                      | 2586      | 0,69                   |
| Dados oceânicos  | -17,72                | 26,36                 | 0,26                    | 8,71                                  | 0,9897                      | 1590      | 0,13                   |
| DTU15            | -17,26                | 18,60                 | 0,23                    | 7,03                                  | 0,9906                      | 388       | 0,00                   |
| WGM2012          | -15,65                | 14,40                 | -1,68                   | 5,36                                  | 0,9981                      | 146       | 1,35                   |
| Total            | -47,77                | 37,54                 | -0,25                   | 10,08                                 | 0,9895                      | 5400      | 0,53                   |

Os distúrbios da gravidade residuais plotados e os correspondentes histogramas após a filtragem de *outliers* são mostrados na FIGURA 72:

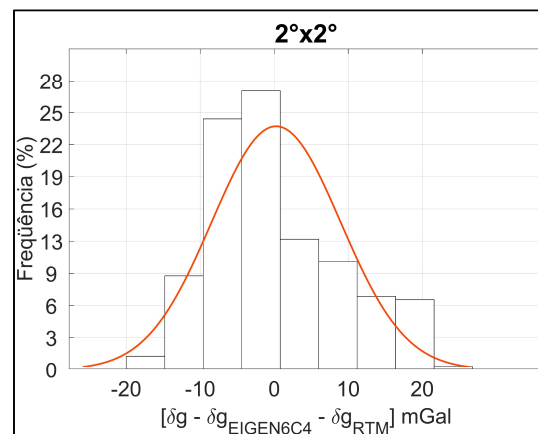
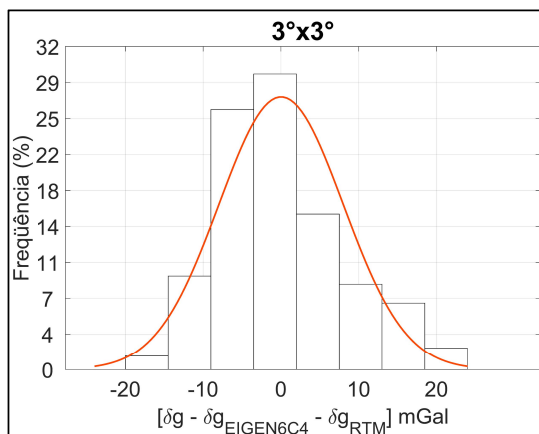
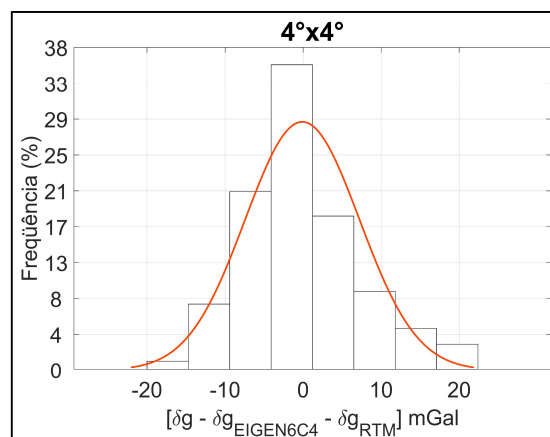
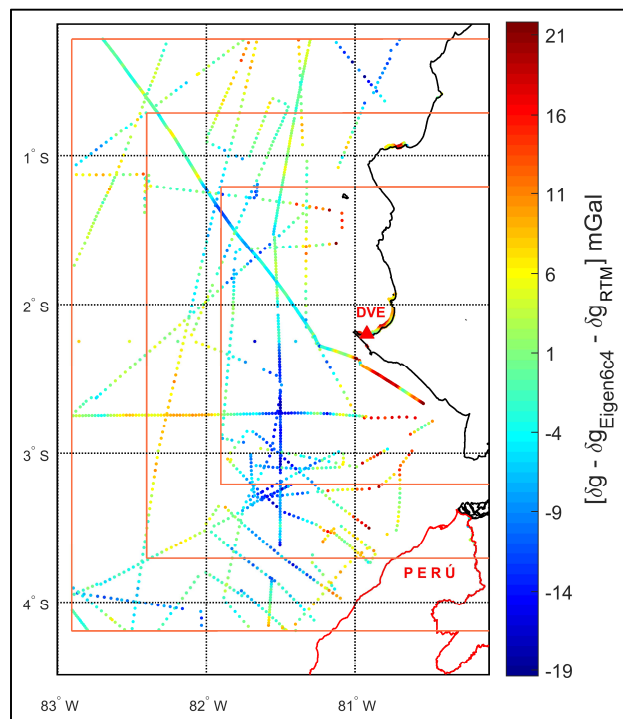
FIGURA 72 –  $\delta g_{res}$  E DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS APÓS A ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS.a)  $\delta g_{res}$  para registros terrestres.



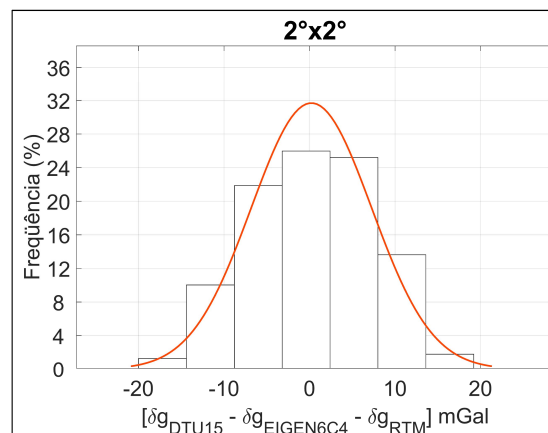
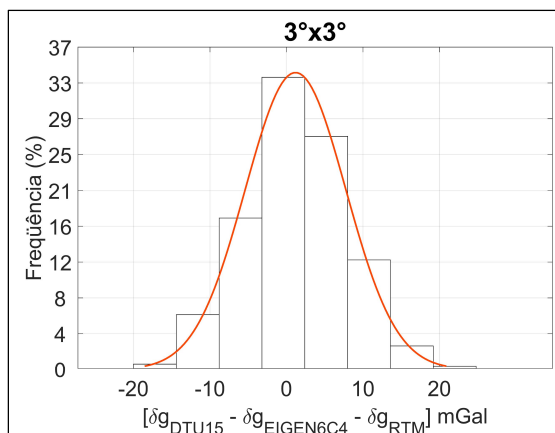
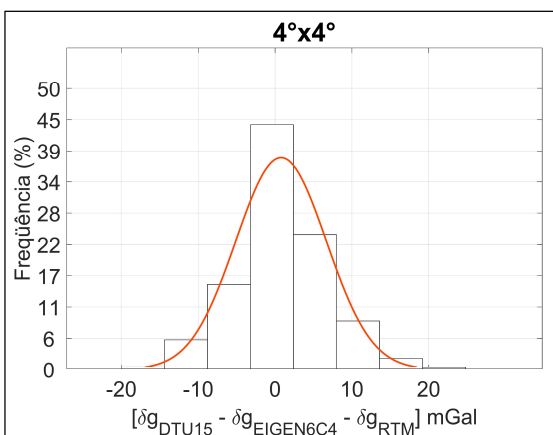
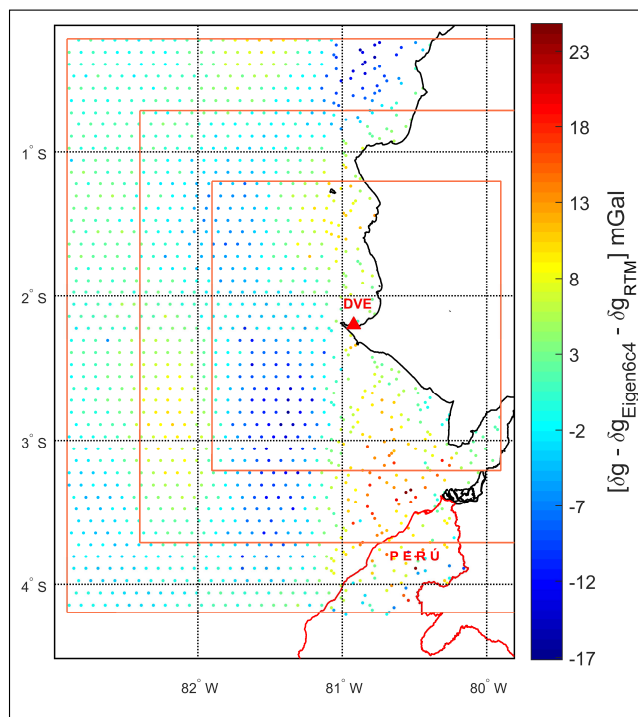
b)  $\delta g_{res}$  para registros de aerogravimetria



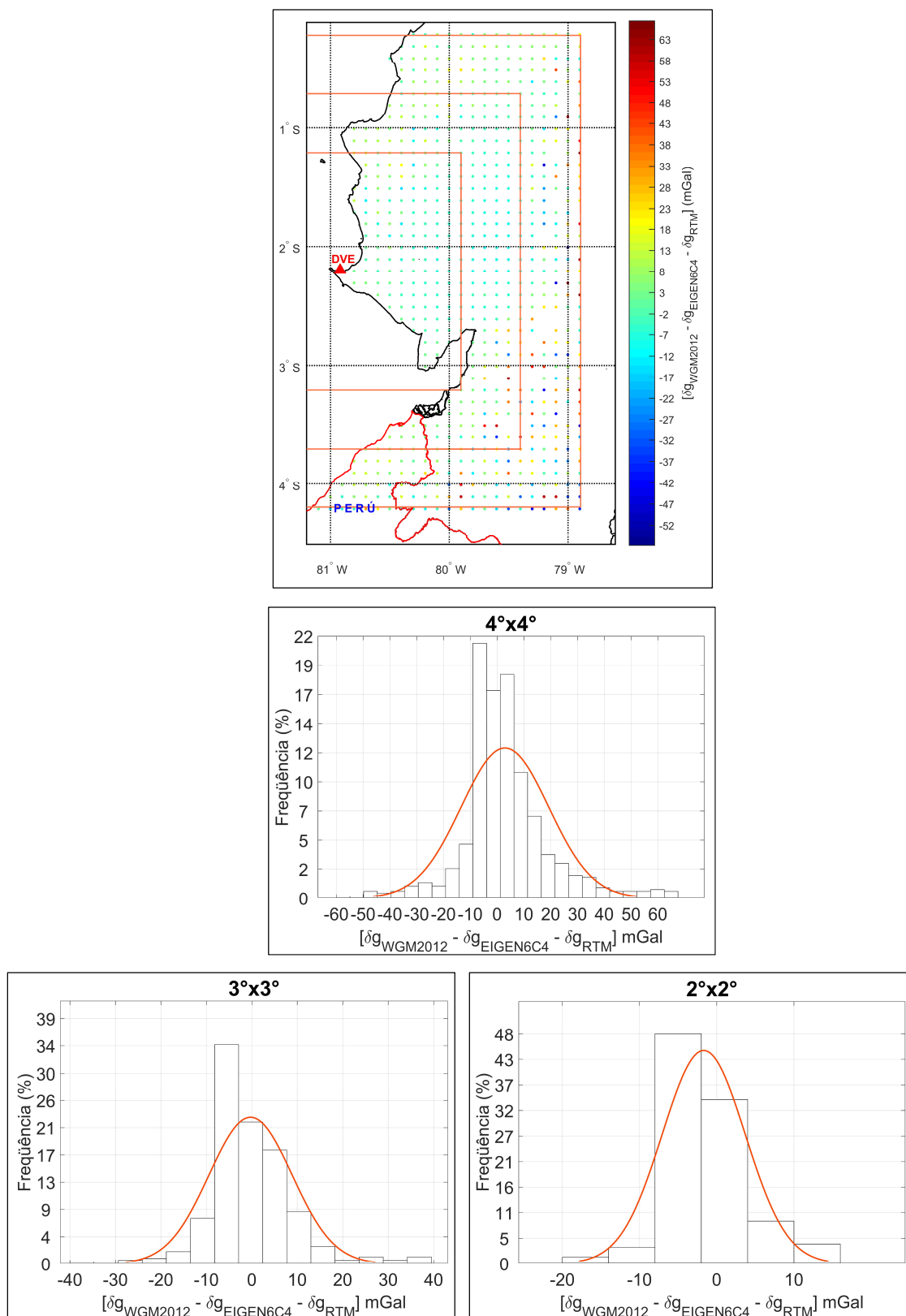
c)  $\delta g_{res}$  para registros oceânicos



d)  $\delta g_{res}$  para registros do modelo DTU15



e)  $\delta g_{res}$  para registros do modelo WGM2012



FONTE: O autor (2017)

Os distúrbios da gravidade residuais também foram plotados para o conjunto total de registros (FIGURA 73), e apresenta-se também os histogramas correspondentes (FIGURA 74).

FIGURA 73 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE RESIDUAIS ( $\delta g_{res}$ ) APÓS A ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS

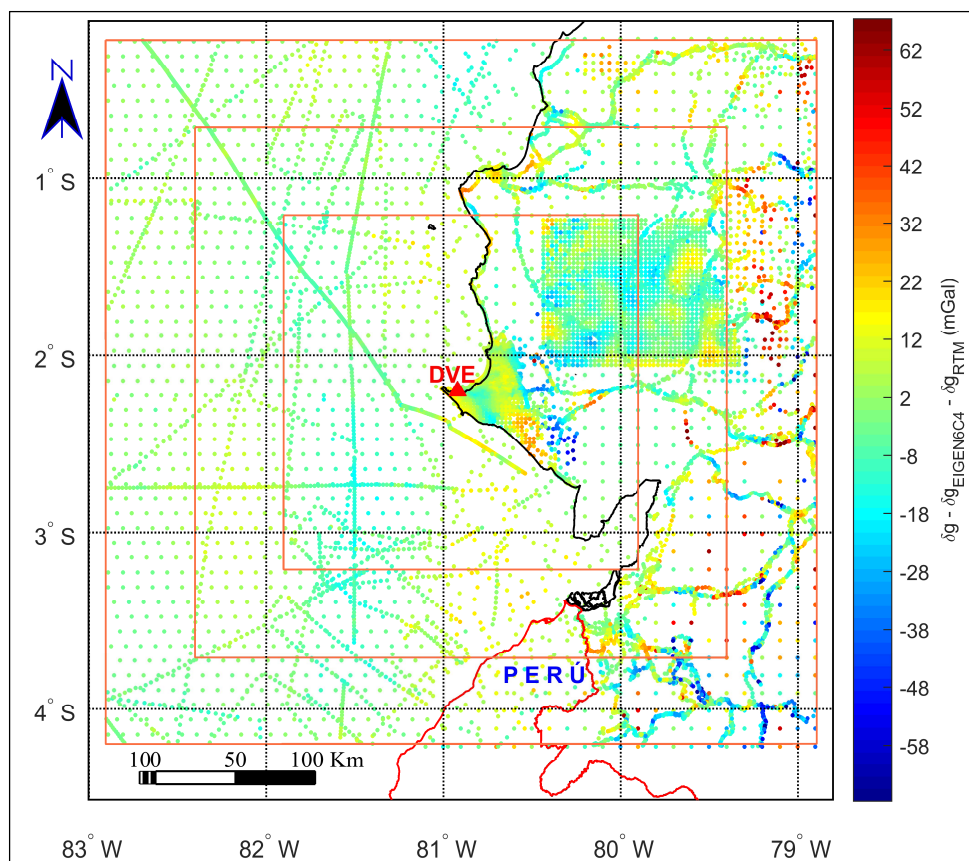
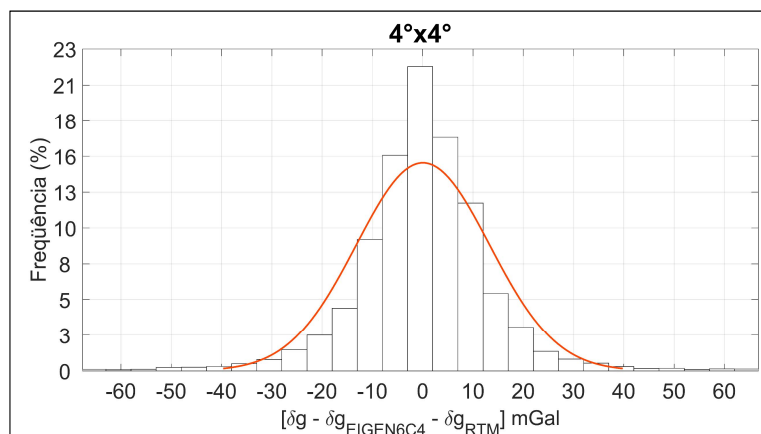
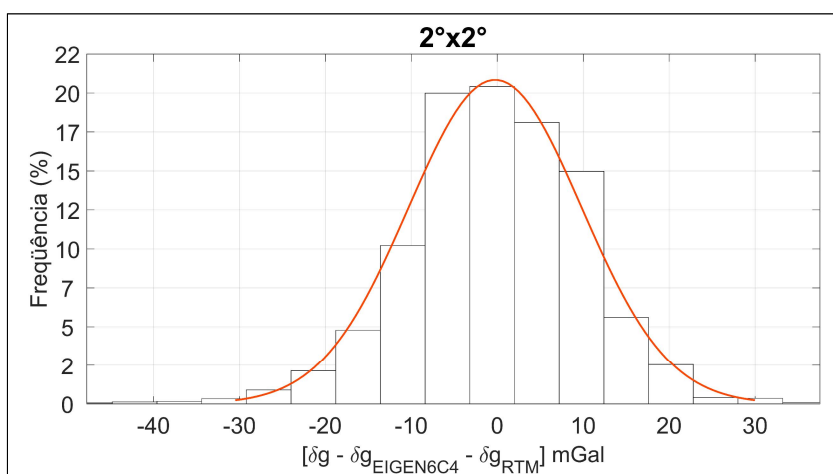
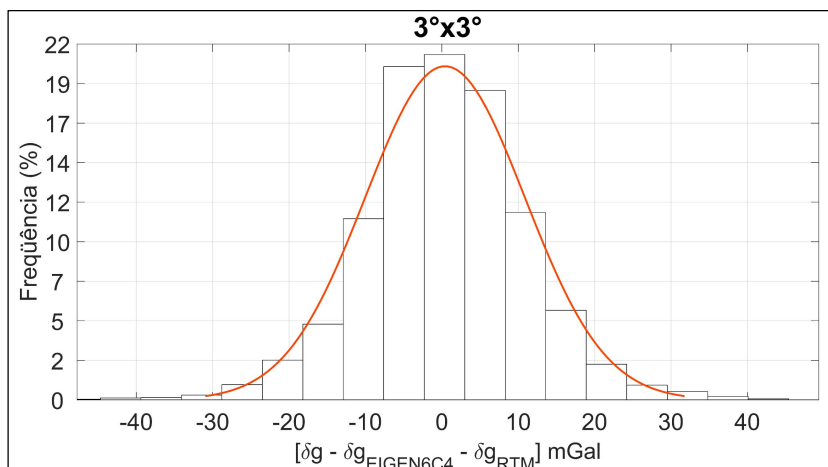


FIGURA 74 DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\delta g_{res}$ . APÓS A ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS





FONTE: O autor (2017)

Após a eliminação de *outliers*, as estatísticas para os subconjuntos de distúrbios da gravidade ( $\delta g$ ) são apresentadas na TABELA 36.

TABELA 36 - ESTATÍSTICAS DOS  $\delta g$  APÓS A ELIMINAÇÃO DE *OUTLIERS* (mGal)

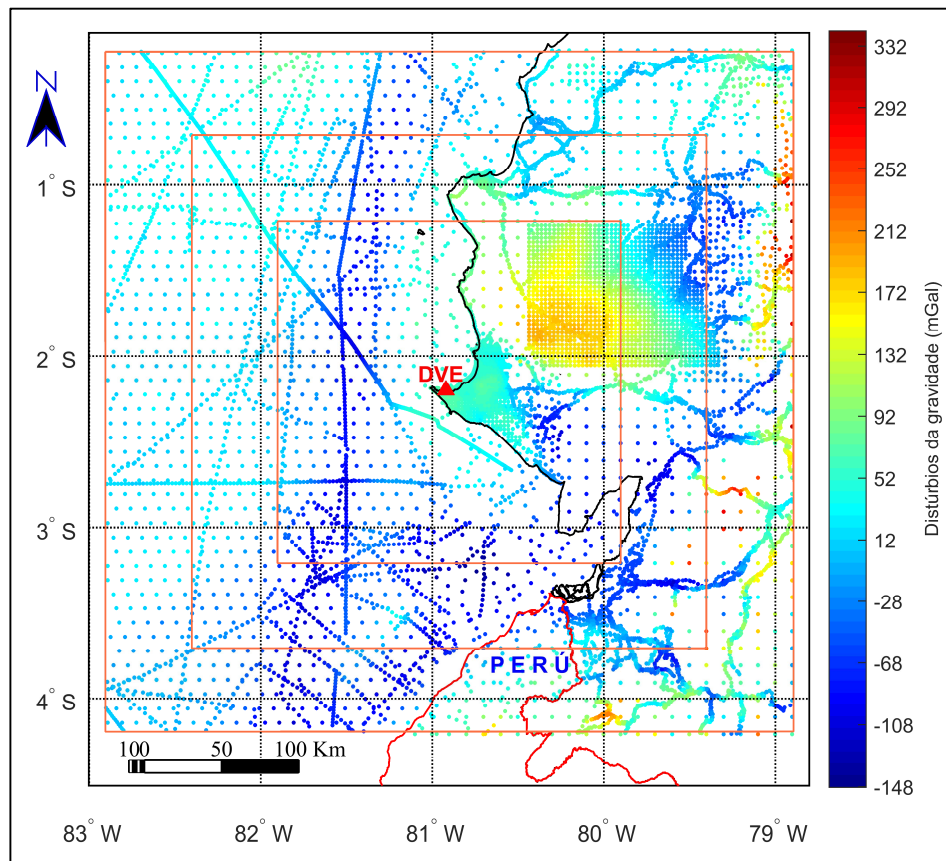
| <b>4° X 4°</b>        | <b>Min<br/>(mGal)</b> | <b>Max<br/>(mGal)</b> | <b>Média<br/>(mGal)</b> | <b><math>\sigma</math><br/>(mGal)</b> | <b>N°</b> | <b>%<br/>eliminado</b> |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------------------------|-----------|------------------------|
| Gravimetria terrestre | -123,89               | 282,27                | 30,70                   | 70,50                                 | 4720      | 1,83                   |
| Aerogravimetria       | -47,09                | 195,33                | 72,26                   | 48,25                                 | 3422      | 0,58                   |
| Gravimetria oceânica  | -148,46               | 83,09                 | -5,03                   | 51,37                                 | 3199      | 0,31                   |
| DTU15                 | -141,38               | 167,40                | -11,38                  | 49,05                                 | 1390      | 0,22                   |
| WGM2012               | -109,20               | 341,55                | 48,01                   | 81,78                                 | 692       | 2,81                   |
| Conjunto total        | -148,46               | 341,56                | 29,31                   | 67,12                                 | 13423     | 1,03                   |

| <b>3° X 3°</b>        |         |        |        |       |      |      |
|-----------------------|---------|--------|--------|-------|------|------|
| Gravimetria terrestre | -123,89 | 196,21 | 16,28  | 64,42 | 2268 | 1,48 |
| Aerogravimetria       | -47,09  | 195,33 | 73,08  | 48,16 | 3366 | 0,53 |
| Gravimetria oceânica  | -148,46 | 73,34  | -7,57  | 53,55 | 2462 | 0,20 |
| DTU15                 | -141,38 | 74,88  | -22,08 | 50,66 | 813  | 0,00 |
| WGM2012               | -109,20 | 253,47 | 31,01  | 77,56 | 362  | 2,43 |
| Conjunto total        | -148,46 | 253,47 | 27,78  | 66,38 | 9271 | 0,71 |
| <b>2° X 2°</b>        |         |        |        |       |      |      |
| Gravimetria terrestre | -109,48 | 196,21 | 62,08  | 68,07 | 690  | 1,00 |
| Aerogravimetria       | -15,08  | 195,33 | 79,76  | 46,31 | 2586 | 0,69 |
| Gravimetria oceânica  | -141,40 | 73,34  | -11,66 | 54,30 | 1590 | 0,13 |
| DTU15                 | -134,09 | 74,88  | -27,29 | 51,13 | 388  | 0,00 |
| WGM2012               | -103,80 | 192,92 | 66,31  | 86,54 | 146  | 1,35 |
| Conjunto total        | -141,40 | 196,21 | 42,53  | 69,43 | 5400 | 0,53 |

Os distúrbios da gravidade da FIGURA 75 determinam o conjunto de dados utilizado para o cálculo de distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{RES}$ ). Os  $\delta g_{RES}$  serão usados para o cálculo do potencial perturbador residual ( $T_{RES}$ ) no DVE mediante a solução do PVCG da forma fixada. Dois MGGs somente satélite foram usados para a representação dos longos comprimentos de onda do campo da gravidade: o MGG combinado somente satélite GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e o modelo combinado MGG EIGEN-6S4.

Os distúrbios da gravidade provenientes dos dois MGGs permitem gerar duas soluções independentes para a modelagem do DVE em termos do geopotencial. Os distúrbios da gravidade oriundos dos MGGs ( $\delta g_{MGG}$ ) são obtidos do site ICGEM mediante o programa SPGG (*Single-Point Global Earth Models Generator*) (NICACIO, 2017). Os valores de  $\delta g_{MGG}$  consideram o termo de grau zero para estarem referidos ao elipsoide GRS80 e manter a consistência com o SGR utilizado em todos os cálculos. O procedimento para o cálculo de  $\delta g_{RES}$  se detalha na próxima seção.

FIGURA 75 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE APÓS A ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS



FONTE: O autor (2017)

## 6.5 SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA COM O GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5

### 6.5.1 Distúrbios da gravidade residuais: GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5

Distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{RES}$ ) são calculados considerando a contribuição dos médios comprimentos de onda do campo da gravidade, oriundos do modelo GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e os curtíssimos comprimentos de onda obtidos da modelagem da topografia residual (RTM). Os distúrbios da gravidade advindos do MGG ( $\delta g_{GOCO\_DIR\_R5}$ ) (detalhes do MGG encontram-se em Bruinsma, et al. <sup>(2013)</sup>) foram calculados para seu grau máximo de expansão em harmônicos esféricos ( $n=300$ ) e incluindo o termo de grau zero.

Devido a que o GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 é um modelo somente satélite, as grandezas calculadas em função dos seus coeficientes não estão afetadas por efeitos do DVL e, portanto, não é necessário truncar seu grau máximo de expansão para



eliminar estes efeitos. Ressalve-se que possivelmente os erros de comissão dos coeficientes de grau/ordem mais elevados são naturalmente também mais elevados.

Para calcular o efeito da topografia residual nos distúrbios ( $\delta g_{RTM}$ ) foi utilizado o MDA SRTM1 (resolução espacial de 1" de arco, detalhes do modelo na seção 2.19.1.1). A superfície de referência (MDA) para a modelagem da topografia residual foi gerada segundo o método já descrito e aplicado em seções anteriores (5.4.1 e 6.3.1). Os valores de RMS ( 111 ) calculados para as distintas soluções RTM (raio para o cálculo de média móvel de 1' até 25') são apresentados na TABELA 37.

TABELA 37 - RAIOS DA MÉDIA MÓVEL E RMS. SOLUÇÃO RTM PARA O GOCO\_DIR\_R5

| Solução RTM  | Raio média móvel (minutos) | RMS (mGal)     |
|--------------|----------------------------|----------------|
| RTM1         | 1                          | 44,0672        |
| RTM2         | 2                          | 42,8903        |
| RTM3         | 3                          | 41,6773        |
| RTM4         | 4                          | 40,4731        |
| RTM5         | 5                          | 39,3130        |
| RTM6         | 6                          | 38,1991        |
| RTM7         | 7                          | 37,1730        |
| RTM8         | 8                          | 36,2451        |
| RTM9         | 9                          | 35,4008        |
| RTM10        | 10                         | 34,6340        |
| RTM11        | 11                         | 33,9405        |
| RTM12        | 12                         | 33,3228        |
| RTM13        | 13                         | 32,7827        |
| RTM14        | 14                         | 32,3376        |
| RTM15        | 15                         | 31,9971        |
| RTM16        | 16                         | 31,7612        |
| RTM17        | 17                         | 31,6393        |
| <b>RTM18</b> | <b>18</b>                  | <b>31,6355</b> |
| RTM19        | 19                         | 31,7492        |
| RTM20        | 20                         | 31,9734        |
| RTM21        | 21                         | 32,3013        |
| RTM22        | 22                         | 32,7310        |
| RTM23        | 23                         | 33,2569        |
| RTM24        | 24                         | 33,8715        |
| RTM25        | 25                         | 34,5693        |

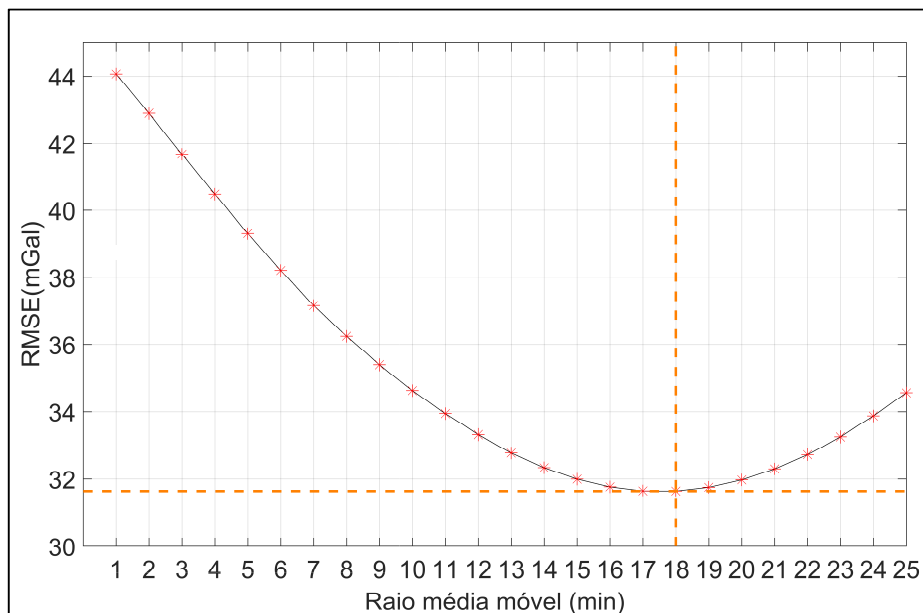
A variação do RMS em função do raio da janela utilizada no filtro passa baixa para a geração do MDA suavizado, pode ser apreciada na FIGURA 76.

Os  $\delta g_{RES}$  são calculados segundo a expressão:

$$\delta g_{RES} = \delta g - \delta g_{MGG} - \delta g_{RTM} \quad (134)$$

Sendo  $\delta g$  os distúrbios da gravidade advindos das observações gravimétricas (e modelos) disponíveis na região de estudo,  $\delta g_{MGG}$  os distúrbios oriundos do MGG e  $\delta g_{RTM}$  o efeito da topografia residual nos distúrbios da gravidade.

FIGURA 76 - GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5: RMS Vs. RAO DA MÉDIA MÓVEL



FONTE: O autor (2017)

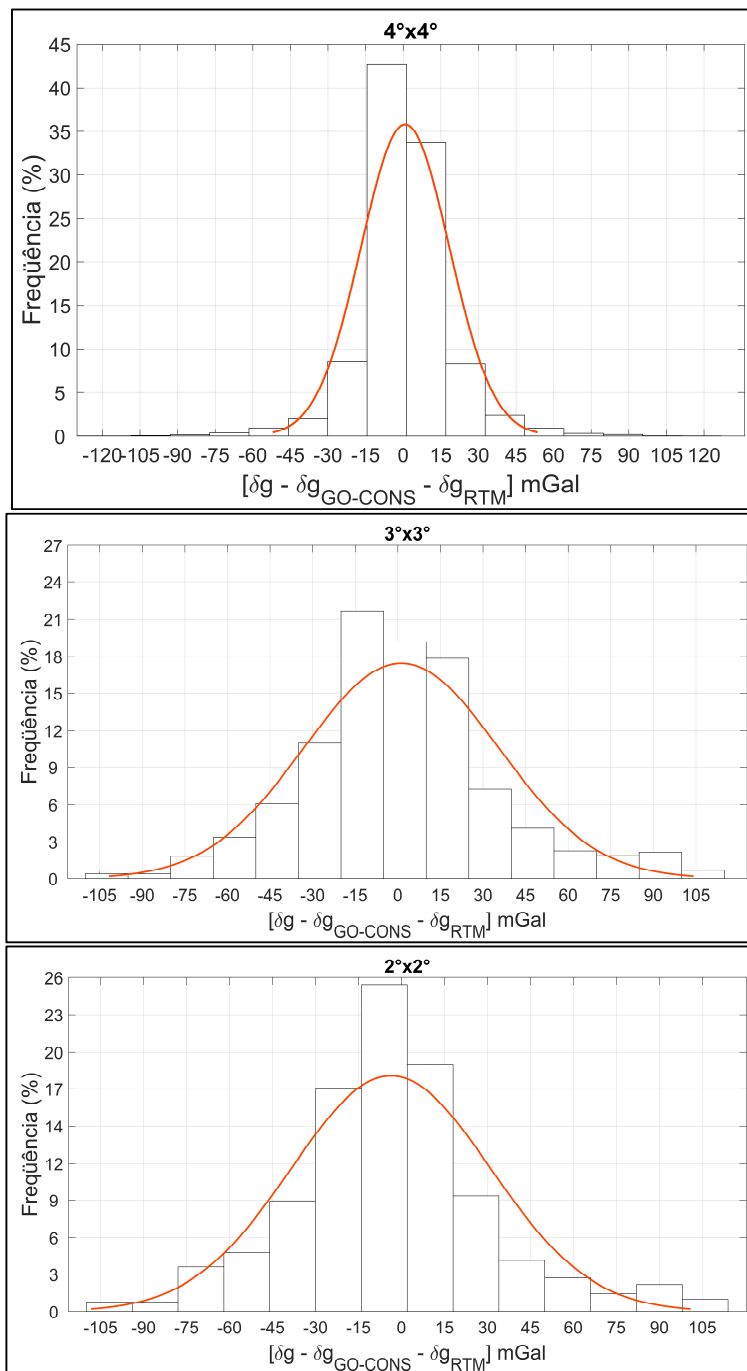
As estatísticas na TABELA 38 para  $\delta g_{RES}$  correspondem ao cálculo com o MGG GOCO\_DIR\_R5 considerada a solução RTM ótima (RTM18).

TABELA 38 – ESTATÍSTICAS DE DISTÚRBIOS RESIDUAIS ( $\delta g - \delta g_{GO\_CONS} - \delta g_{RTM}$ )

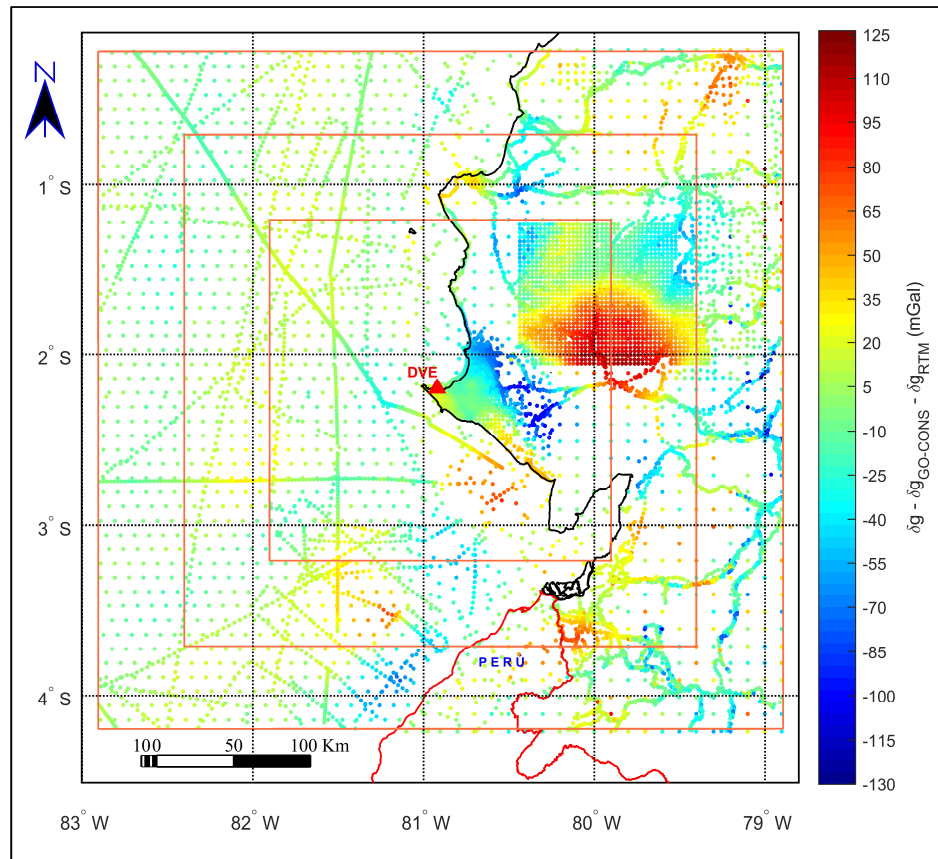
|                                   | 4°x4°   | 3°x3°   | 2°x2°   |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|
| Mínimo (mGal)                     | -130,12 | -106,25 | -106,25 |
| Máximo (mGal)                     | 126,24  | 113,02  | 110,41  |
| Média (mGal)                      | -0,77   | 1,25    | -3,67   |
| Desvio padrão (mGal)              | 31,96   | 34,31   | 34,88   |
| Raio ótimo para média móvel (min) | 18      |         |         |

A solução RTM ótima (raio = 18'), juntamente com os distúrbios da gravidade oriundos do GOCO\_DIR\_R5 são usados para o cálculo de  $\delta g_{RES}$ . Os distúrbios da gravidade residuais são apresentados na FIGURA 78 e os correspondentes histogramas na FIGURA 77.

FIGURA 77 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\delta g_{RES}$  PARA O GO\_CONS\_DIR\_R5 (n=300)



FONTE: O autor (2017)

FIGURA 78 -  $\delta g_{RES}$  CALCULADOS COM O MGG GOCO\_DIR\_R5 ( $n=300$ ). ÁREA 4°X4°

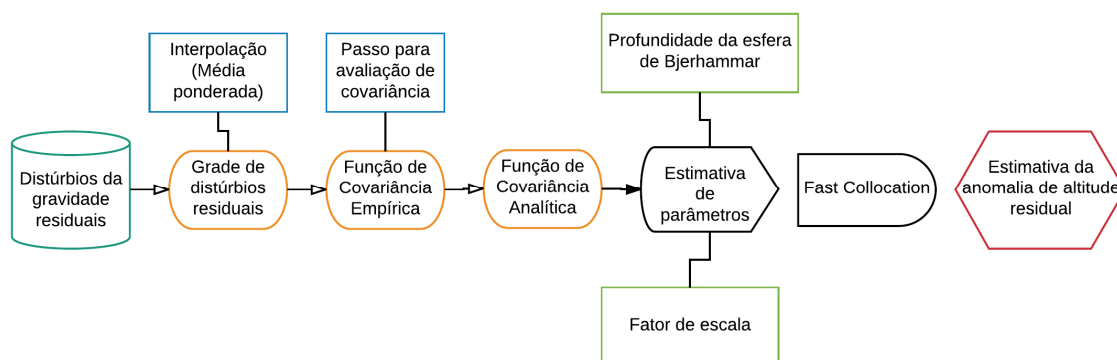
FONTE: O autor (2017)

### 6.5.2 Modelagem do campo da gravidade residual mediante Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ). Solução dada para MGG GOCO\_DIR\_R5 ( $n=300$ ).

A modelagem do campo da gravidade residual é realizada após o cálculo dos distúrbios da gravidade residuais e a eliminação de registros com erros grosseiros. A anomalia de altitude residual ( $\zeta_{RES}$ ) correspondente ao DVE é estimada em função das  $\delta g_{RES}$  e mediante a técnica de *Fast Collocation* (BOTTONI; BARZAGHI, 1993). A FIGURA 79 apresenta o procedimento seguido para o cálculo de  $\zeta_{RES}$  no DVE.

Para a aplicação do método de *Fast Collocation*, é necessário gerar uma grade em função dos valores de  $\delta g_{RES}$ . Uma grade com espaçamento de 4' foi gerada (para cada uma das regiões de cálculo) com o método de interpolação da média ponderada utilizando o programa *GEOGRID* do pacote *GRAVSOFT* (FORSBERG; TSCHERNING, 2003).

FIGURA 79 - ESTIMATIVA DA ANOMALIA DE ALTITUDE RESIDUAL MEDIANTE A SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA



FONTE: O autor (2017)

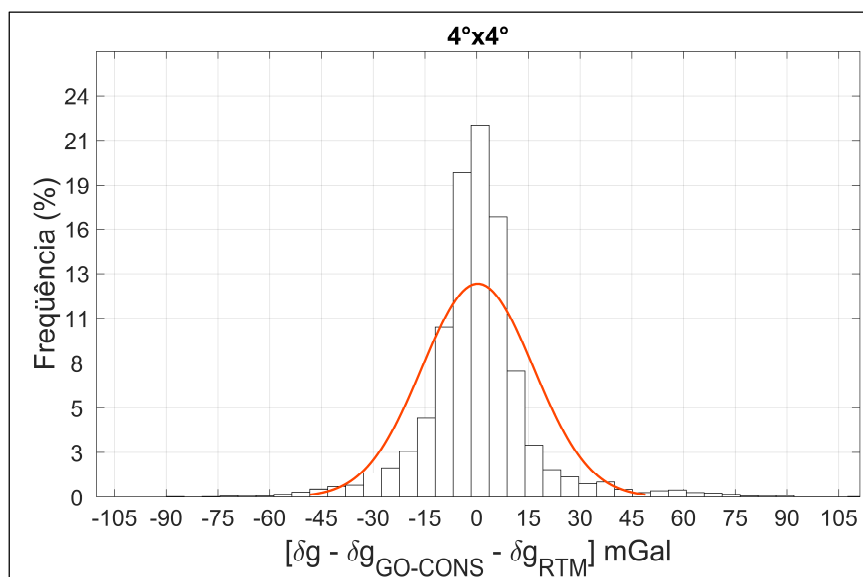
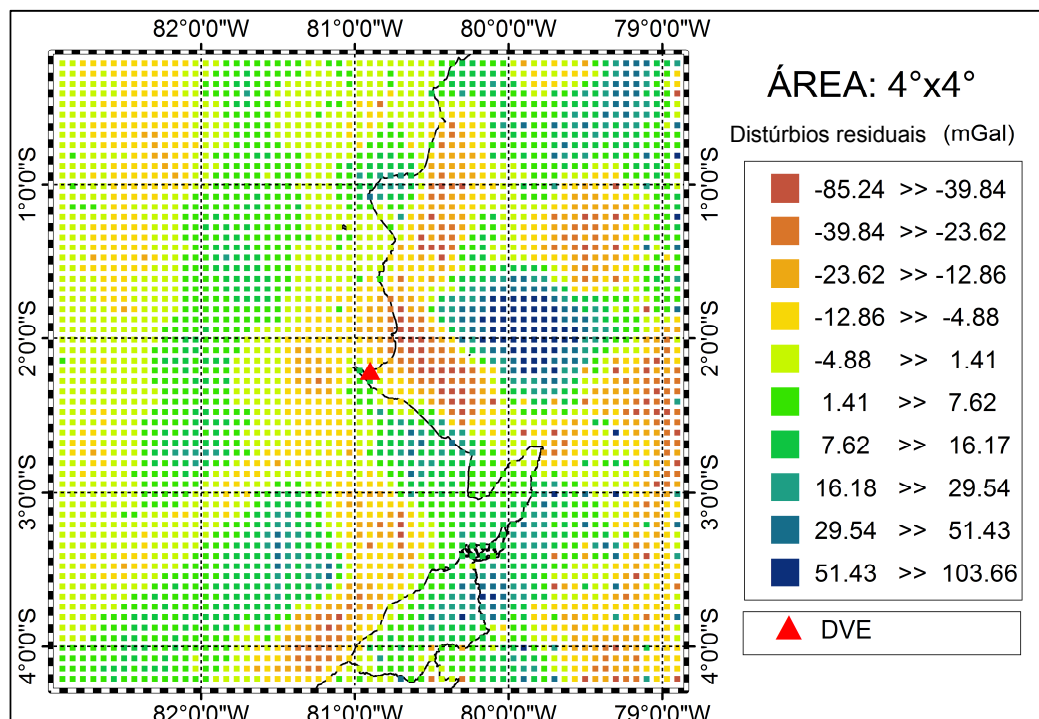
Devido a que a distribuição espacial dos dados é heterogênea, não resulta adequado determinar o espaçamento da grade segundo o critério da média das distâncias entre pontos (registros) (*Average Inter-Point Distance*, AIPD) (TOCHO, 2006). Por tanto, o espaçamento da grade (4') foi determinado considerando o desempenho do método de *Fast Collocation* na estimativa de anomalias de altitude residuais que foram comparadas com registros GNSS/niv nas regiões de cálculo. As grades geradas para as regiões de estudo são apresentadas na FIGURA 80, FIGURA 81 e FIGURA 82, juntamente com os histogramas correspondentes.

As estatísticas dos  $\delta g_{RES}$  das grades com espaçamento de 4' e geradas para as três regiões de cálculo são apresentadas na TABELA 39.

TABELA 39 - ESTATÍSTICAS DA GRADE  $\delta g_{RES}$  para GOCO\_DIR\_R5 ( $n=300$ )

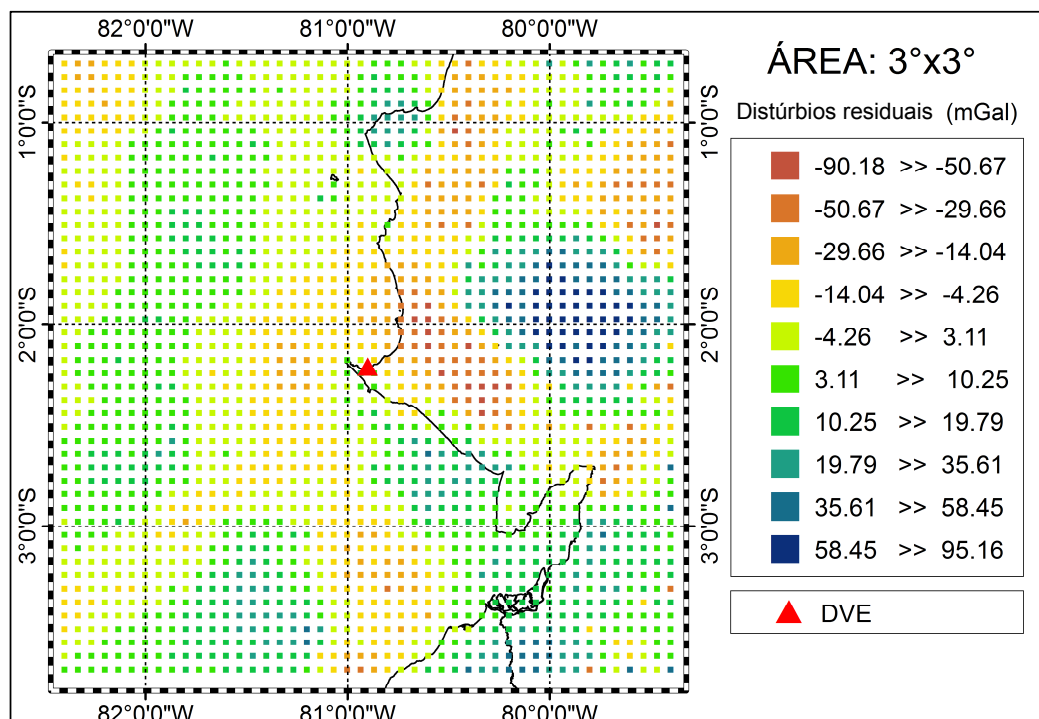
|                             | 4°X4°  | 3°X3°  | 2°X2°  |
|-----------------------------|--------|--------|--------|
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 103,66 | 95,16  | 90,39  |
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -85,24 | -90,18 | -86,77 |
| <b>Média (mGal)</b>         | 0,33   | 3,15   | -0,96  |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 16,13  | 18,37  | 20,22  |
| <b>N°</b>                   | 3721   | 2116   | 961    |

FIGURA 80 - GRADE E HISTOGRAMA DE  $\delta g_{RES}$  PARA GOCO\_DIR\_R5 ( $n=300$ ). ÁREA 4°X4°



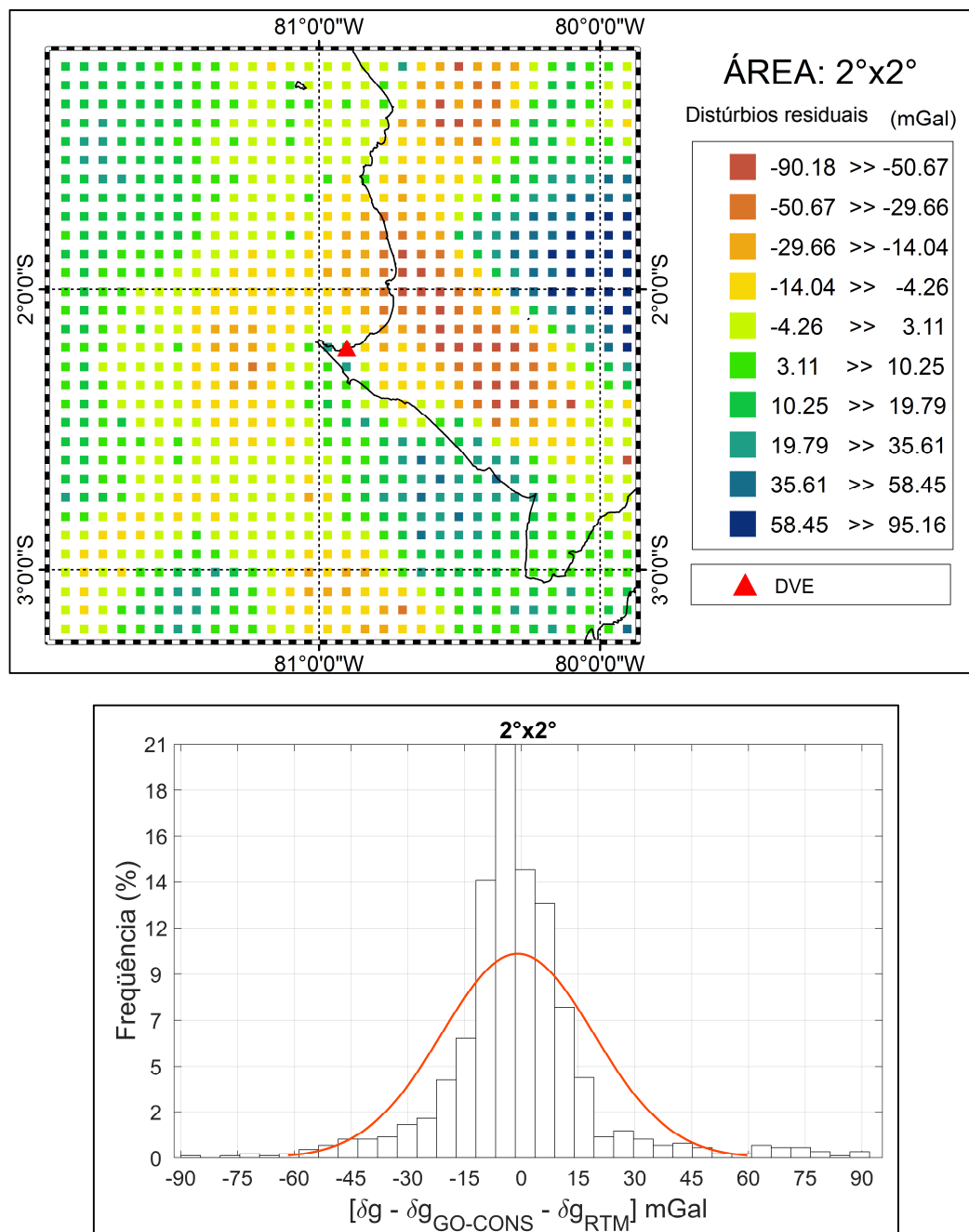
FONTE: O autor (2017)

FIGURA 81 - GRADE E HISTOGRAMA DE  $\delta g_{RES}$  PARA GOCO\_DIR\_R5 ( $n=300$ ). ÁREA 3°X3°



FONTE: O autor (2017)

FIGURA 82 - GRADE E HISTOGRAMA DE  $\delta g_{RES}$  PARA GOCO\_DIR\_R5 ( $n=300$ ). ÁREA  $2^\circ \times 2^\circ$



FONTE: O autor (2017)

Com as grades de distúrbios da gravidade é possível gerar a função de covariância empírica (FCE) para cada uma das regiões de cálculo. Os parâmetros das



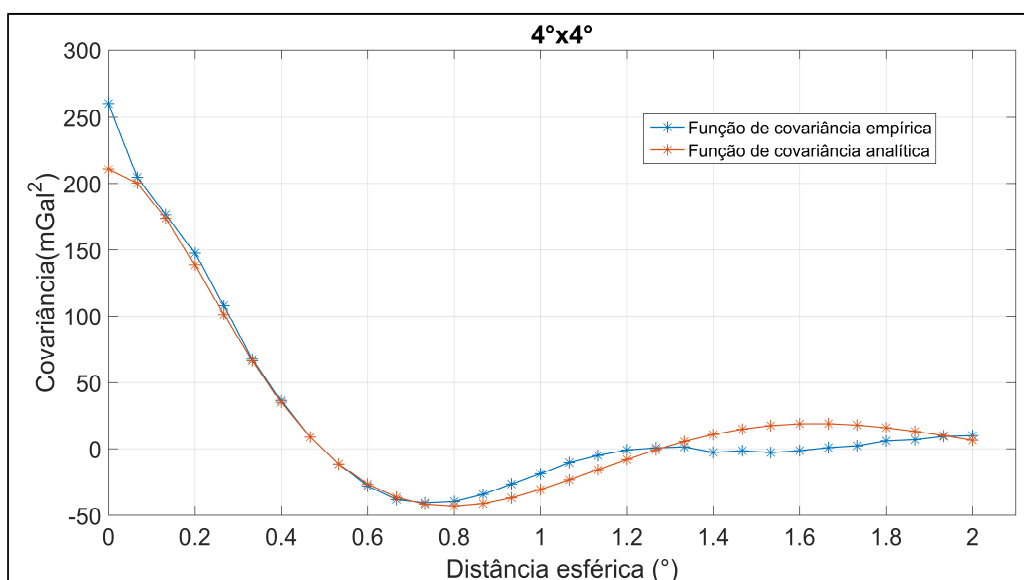
FCEs, geradas utilizando o programa EMPCOV (C.C.TSCHERNING, 2009) do pacote computacional GRAVSOFT, são apresentados na TABELA 40.

TABELA 40 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA: SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=300)

|                                      | 4°x4°  | 3°x3°  | 2°x2°  |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|
| <b>Raio ótimo (°)</b>                | 0,067  | 0,067  | 0,067  |
| <b>Desvio padrão do sinal (mGal)</b> | 14,423 | 17,198 | 19,053 |
| <b>Desvio padrão do ruído (mGal)</b> | 7,218  | 6,479  | 6,800  |

As funções de covariância empírica e analítica são apresentadas na FIGURA 83, FIGURA 84 e FIGURA 85. A TABELA 41 contém os parâmetros associados às funções de covariância analítica que obedecem ao modelo de Tscherning e Rapp (1974), e foram geradas utilizando o programa COVFIT (C.C.TSCHERNING; P.KNUDSEN, 2009) do pacote computacional GRAVSOFT.

FIGURA 83 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA GOCO\_DIR\_R5 ( $n_{max}=300$ ). ÁREA 4°X4°



FONTE: O autor (2017)

FIGURA 84 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA GOCO\_DIR\_R5  
( $n_{max}=300$ ). ÁREA 3°X3°

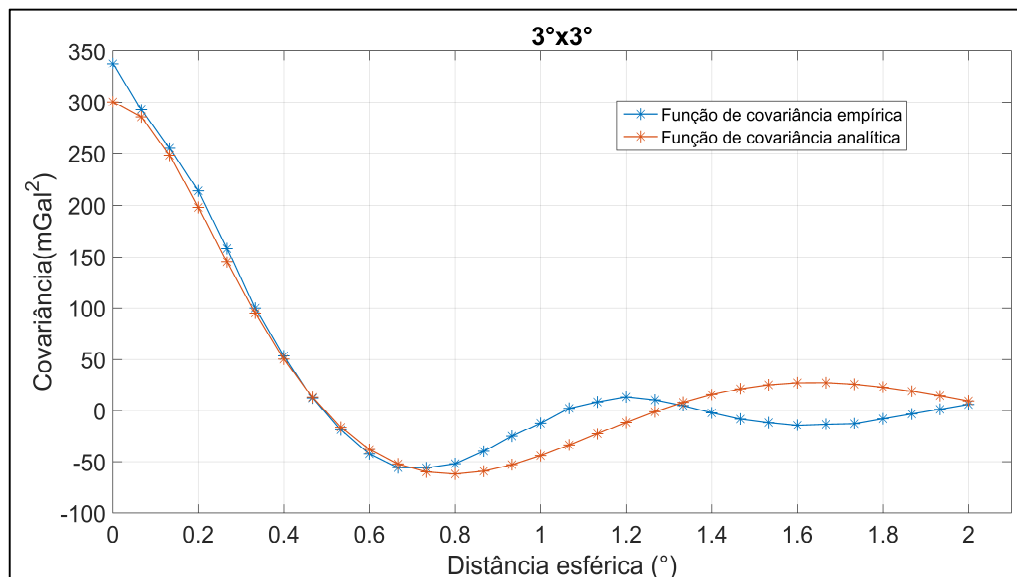
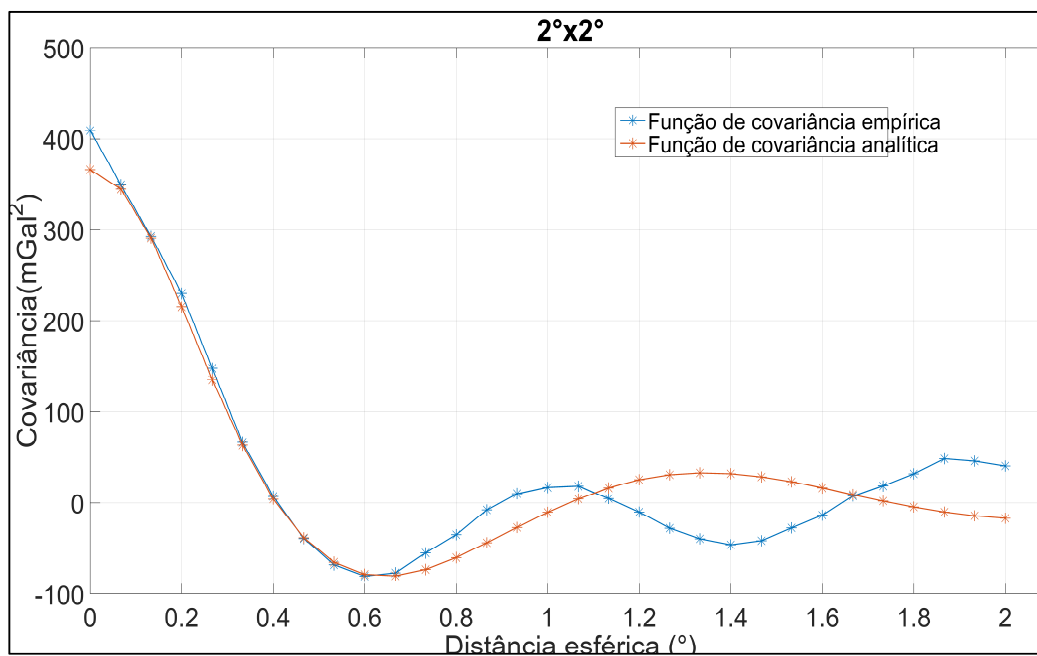


FIGURA 85 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA GOCO\_DIR\_R5  
( $n_{max}=300$ ). ÁREA 2°X2°



FONTE: O autor (2017)

TABELA 41 - PARÂMETROS DE CMQ PARA A SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG COM O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=300)

|   | 4°x4°    | 3°x3°    | 2°x2°     |
|---|----------|----------|-----------|
| <b>RMS do ajuste da função covariância (mGal)</b> | 0,8998   | 0,9179   | 0,4839    |
| <b>Profundidade da esfera de Bjerhammar (m)</b>   | -7901,79 | -7969,62 | -22184,01 |
| <b>Fator de escala (AA)</b>                       | 0,1112   | 0,3430   | 0,4548    |

- **Estimativa da anomalia de altitude residual no DVE em função dos distúrbios da gravidade residuais.**

Após definidas as funções de covariância analíticas, a estimativa da  $\zeta_{RES}$  no DVE é realizada mediante o método *Fast Collocation*, implementado no programa FASTCOLC do pacote GRAVSOFT (TSCHERNING; BARZAGHI, 1991).

A restauração das longas e curtas frequências do campo da gravidade no ponto de cálculo, é realizada mediante a contribuição das anomalias de altitude oriundas da técnica RTM ( $\zeta_{RTM}$ ) e das anomalias de altitude provenientes do MGG GOCO\_DIR\_R5 ( $\zeta_{MGG}$ ), segundo a ( 113 ). Mediante a recomposição destas quantidades é calculada a anomalia de altitude no ponto de cálculo ( $\zeta_P$ ). Na TABELA 42 se incluem os valores correspondentes ao cálculo de  $\zeta_P[\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ}]$  considerando e desconsiderando o termo de grau zero ( $\zeta_0$ ).

As anomalias de altitude oriundas do MGG são calculadas conforme preconizado pelo ICGEM ( 114 ) e também segundo a abordagem adotada pela NGA ( 115 ).

TABELA 42 - CÁLCULO DA ANOMALIA DE ALTITUDE NO DVE. SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=300)

|                                 |              |   | 4°x4°   | 3°x3°   | 2°x2°   |
|---------------------------------|--------------|---|---------|---------|---------|
|                                 |              | $\zeta_{CMQ} \text{ (m)}$                             | -0,281  | -0,301  | -0,210  |
|                                 |              | $\zeta_{RTM} \text{ (m)}$                             | 0,4214  |         |         |
| <b>Com <math>\zeta_0</math></b> | <b>ICGEM</b> | $\zeta_{MGG} \text{ (m)}$                             | 10,7305 |         |         |
|                                 |              | $\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \text{ (m)}$ | 10,8709 | 10,8509 | 10,9419 |
|                                 | <b>NGA</b>   | $\zeta_{MGG} \text{ (m)}$                             | 11,2744 |         |         |
|                                 |              | $\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \text{ (m)}$ | 11,5433 | 11,5233 | 11,6143 |
| <b>Sem <math>\zeta_0</math></b> |              | $\zeta_{MGG} \text{ (m)}$                             | 11,6683 |         |         |
|                                 |              | $\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \text{ (m)}$ | 11,8087 | 11,7887 | 11,8797 |

- **Cálculo do potencial perturbador no DVE mediante a solução do PVCG da forma fixada.**

O geopotencial no DVE ( $W_0^j$ ) é calculado para obter-se a discrepância do DVL em relação ao DVG do IHRs ( $W_0$ ). O potencial perturbador ( $T_P$ ) (TABELA 43) é calculado com a fórmula de Bruns ( 116 ) e como função da anomalia de altitude ( $\zeta_P$ ) estimada mediante a solução do PVCG da forma fixada. O cálculo de  $T_P$  é realizado para o sistema *mean tide* e referido ao GRS80. O procedimento de cálculo do potencial anômalo e do potencial normal já foi abordado na seção 5.4.2.

- **Cálculo da discrepância do DVE em relação ao IHRs em termos do geopotencial.**

Após o cálculo do valor estimado de  $W_P$  mediante a ( 123 ), este é comparado com o  $W_0$  convencionado pela IAG com a finalidade de calcular o *bias* ( $\beta H_0$ ) do DVE, o qual é encontrado com a ( 125 ). A TABELA 43 apresenta os valores envolvidos no cálculo da discrepância ou *bias* ( $\beta H_0$ ) do DVE em relação ao  $W_0$ .

TABELA 43 – CÁLCULO DO *BIAS* NO DVE. SOLUÇÃO FIXADA: SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=300)

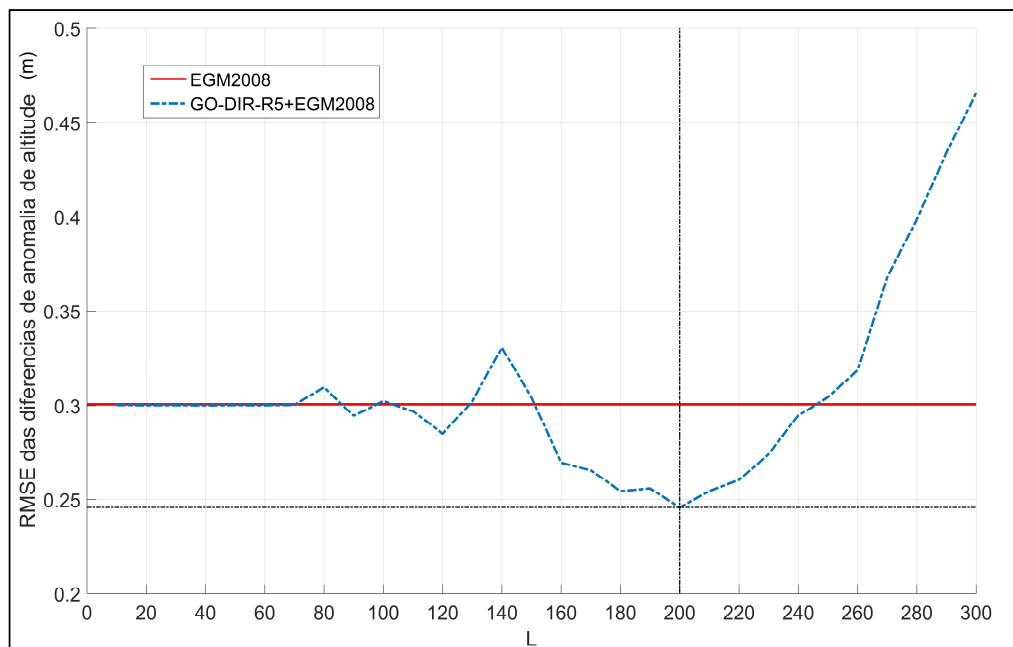
|               |       |   | 4°x4°         | 3°x3°         | 2°x2°         |
|---------------|-------|---|---------------|---------------|---------------|
|               |       | $W_0$ (IAG) (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )   | 62636853,400  |               |               |
|               |       | $U_0$ (GRS80) (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ) | 62636860,850  |               |               |
|               |       | $U_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 62636744,3516 |               |               |
| Com $\zeta_0$ | ICGEM | $T_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 105,9928      | 105,7978      | 106,6851      |
|               |       | $W_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 62636850,3444 | 62636850,1494 | 62636851,0367 |
|               |       | $dH_0$ (m)                                      | 0,3037        | 0,3237        | 0,2371        |
|               |       | $dW$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )          | 2,9613        | 3,1563        | 2,2690        |
|               | NGA   | $T_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 112,5489      | 112,3539      | 113,2411      |
|               |       | $W_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 62636856,9005 | 62636856,7056 | 62636857,5928 |
|               |       | $dH_0$ (m)                                      | -0,3687       | -0,3487       | -0,4397       |
|               |       | $dW$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )          | -3,5948       | -3,3998       | -4,2871       |
| Sem $\zeta_0$ |       | $T_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 115,1365      | 114,9415      | 115,8287      |
|               |       | $W_P$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )         | 62636859,1980 | 62636859,2931 | 62636860,1804 |
|               |       | $dH_0$ (m)                                      | -0,6341       | -0,6141       | -0,7051       |
|               |       | $dW$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )          | -6,1824       | -5,9874       | -6,4151       |

Para o cálculo se considera o potencial normal correspondente ao GRS80. O sistema de maré permanente para o cálculo de  $\beta_0$  no DVE foi o *mean tide*. O cálculo de  $\beta H_0$ , considerando e desconsiderando o termo de grau zero nas anomalias de altitude oriundas dos MGGs, é apresentado na TABELA 43.

## 6.6 SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA CONSIDERANDO TRUNCAMENTO DO GRAU DO MGG GOCO\_DIR\_R5

Nesta seção é apresentada a solução do PVCG da forma fixada para a estimativa da anomalia de altitude residual no DVE. O grau máximo utilizado para o cálculo de distúrbios da gravidade oriundos do MGG, é definido de forma experimental, analisando o desempenho de várias combinações do MGG GOCO\_DIR\_R5 com o EGM2008. Anomalias de altitude oriundas dos modelos combinados são comparadas com valores calculados da relação entre altitudes elipsoidais e altitudes niveladas ( $\zeta_{GNSS/niv}$ ). As distintas combinações são geradas considerando vários graus máximos ( $L$ ) para o GOCO\_DIR\_R5. O desempenho dos MGGs combinados é avaliado em função do RMS calculado para as diferenças  $\zeta_{GNSS/niv} - \zeta_{MGG(combinado)}$ .

FIGURA 86 - DESEMPENHO DAS COMBINAÇÕES DO GOCO\_DIR\_R5 COM O EGM2008



Fonte: O autor (2017)

Na FIGURA 86 pode-se apreciar que o MGG combinado com melhor desempenho ( $RMS \approx 0,25$  m) corresponde ao estabelecido com o GOCO\_DIR\_R5 considerando como seu grau máximo  $L = 200$ . Desta análise pode-se concluir que o MGG somente satélite GOCO\_DIR\_R5 com grau máximo 200 ( $n_{max}=200$ ), consegue otimizar o desempenho do EGM2008. Portanto nos cálculos envolvidos nesta seção será considerado o GOCO\_DIR\_R5 com grau máximo 200.

#### 6.6.1 Distúrbios da gravidade residuais GOCON\_DIR\_R5, $n=200$

Distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{RES}$ ) são calculados considerando a contribuição dos médios comprimentos de onda do campo da gravidade, oriundos do modelo GOCO\_DIR\_R5 e os curtíssimos comprimentos de onda obtidos da modelagem da topografia residual (RTM). Os distúrbios da gravidade advindos do MGG ( $\delta g_{GOCO\_DIR\_R5}$ ) (detalhes do modelo podem ser vistos em Bruinsma, et al. <sup>(2013)</sup>), foram calculados para grau de expansão em harmônicos esféricos 200 ( $n=200$ ).

Para calcular o efeito da topografia residual nos distúrbios ( $\delta g_{RTM}$ ) foi utilizado o MDA SRTM1 (resolução espacial de 1" de arco). A superfície de referência (MDA) para a modelagem da topografia residual foi gerada segundo o método já descrito e aplicado em seções anteriores (5.4.1 e 6.3.1). Os valores de RMS ( 111 ) calculados para as distintas soluções RTM (raios testados para o cálculo de média móvel de 1' até 35') são apresentados na TABELA 44.

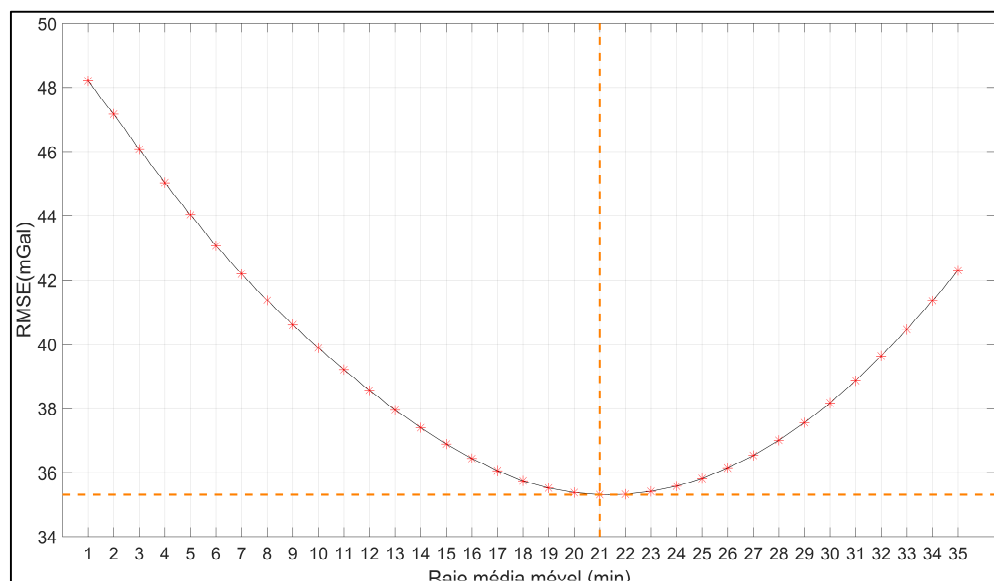
TABELA 44 - RAIOS DA MÉDIA MÓVEL E RMS. SOLUÇÃO RTM PARA O GOCO\_DIR\_R5.  $n_{max}=200$

| Solução RTM | Raio média móvel | RMS (mGal) |
|-------------|------------------|------------|
| RTM1        | 1                | 48,1999    |
| RTM2        | 2                | 47,1617    |
| RTM3        | 3                | 46,0803    |
| RTM4        | 4                | 45,0269    |
| RTM5        | 5                | 44,0297    |
| RTM6        | 6                | 43,0755    |
| RTM7        | 7                | 42,1862    |
| RTM8        | 8                | 41,3674    |
| RTM9        | 9                | 40,6031    |
| RTM10       | 10               | 39,8864    |
| RTM11       | 11               | 39,2089    |
| RTM12       | 12               | 38,5641    |
| RTM13       | 13               | 37,9504    |

|              |           |                |
|--------------|-----------|----------------|
| RTM14        | 14        | 37,3841        |
| RTM15        | 15        | 36,8764        |
| RTM16        | 16        | 36,4271        |
| RTM17        | 17        | 36,0475        |
| RTM18        | 18        | 35,7483        |
| RTM19        | 19        | 35,5318        |
| RTM20        | 20        | 35,3941        |
| <b>RTM21</b> | <b>21</b> | <b>35,3306</b> |
| RTM22        | 22        | 35,3426        |
| RTM23        | 23        | 35,4292        |
| RTM24        | 24        | 35,5885        |
| RTM25        | 25        | 35,8222        |
| RTM26        | 26        | 36,1324        |
| RTM27        | 27        | 36,5231        |
| RTM28        | 28        | 36,9954        |
| RTM29        | 29        | 37,5425        |
| RTM30        | 30        | 38,1670        |
| RTM31        | 31        | 38,8658        |
| RTM32        | 32        | 39,6340        |
| RTM33        | 33        | 40,4643        |
| RTM34        | 34        | 41,3536        |
| RTM35        | 35        | 42,2924        |

A variação do RMS ( 111 ) em função do raio da janela utilizada no filtro passa baixa para a geração do MDA suavizado, pode ser apreciada na FIGURA 87.

FIGURA 87 - GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5.  $n_{max} = 200$ : RMS Vs. RAI0 DA MÉDIA MÓVEL



FONTE: O autor (2017)

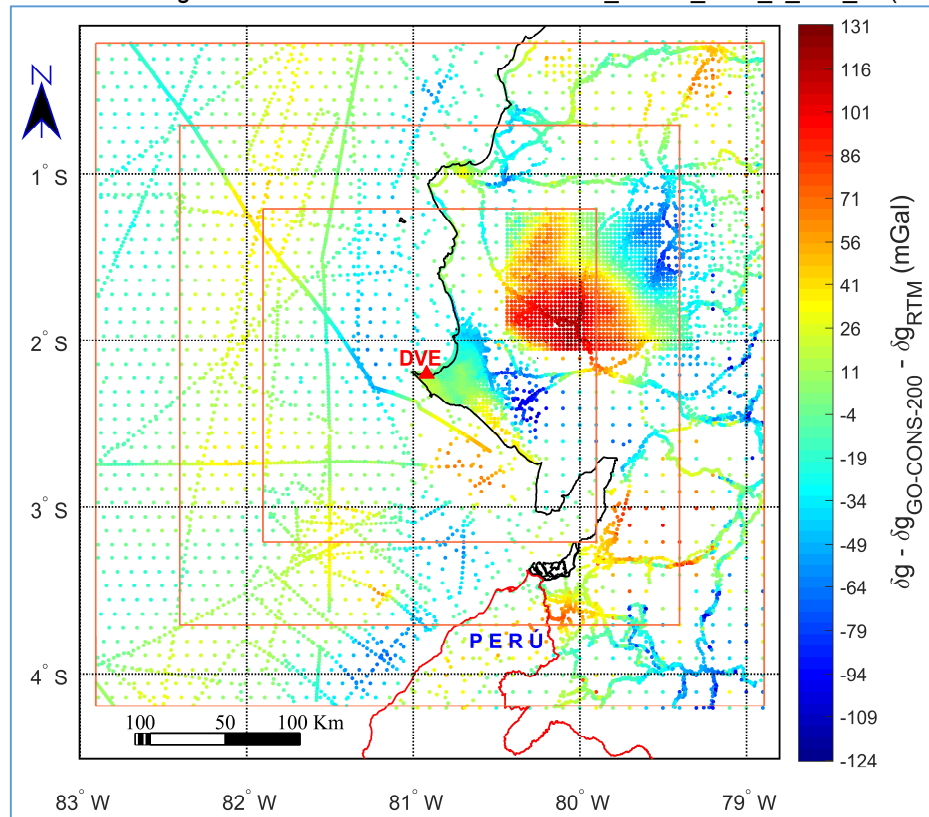
A solução RTM com menor valor de RMS corresponde à RTM21 (raio= 21') (TABELA 44) e FIGURA 87. Os  $\delta g_{RES}$  são calculados segundo a expressão ( 134 ). As estatísticas na TABELA 45 para  $\delta g_{RES}$  correspondem ao cálculo com o GOCO\_DIR\_R5,  $n=200$  e considerando a solução RTM ótima (RTM21).

TABELA 45 – ESTATÍSTICAS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE RESIDUAIS ( $\delta g - \delta g_{GOCO\_DIR\_R5(200)} - \delta g_{RTM}$ )

|  | 4°x4°     | 3°x3°     | 2°x2°     |
|--|-----------|-----------|-----------|
| <b>Mínimo (mGal)</b>                     | -124,2447 | -103,8193 | -103,5812 |
| <b>Máximo (mGal)</b>                     | 131,3990  | 125,7445  | 125,7445  |
| <b>Média (mGal)</b>                      | 1,0293    | 6,5700    | 6,2687    |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b>              | 35,6940   | 37,1236   | 39,5338   |
| <b>Raio ótimo para média móvel (min)</b> | 21        |           |           |

A solução RTM ótima (raio = 21'), junto com os distúrbios da gravidade oriundos do GOCO\_DIR\_R5 são usados para o cálculo de  $\delta g_{RES}$ . Os distúrbios da gravidade residuais são apresentados na FIGURA 88.

FIGURA 88 -  $\delta g_{RES}$  CALCULADOS COM O MGG GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5( $n_{max}=200$ )

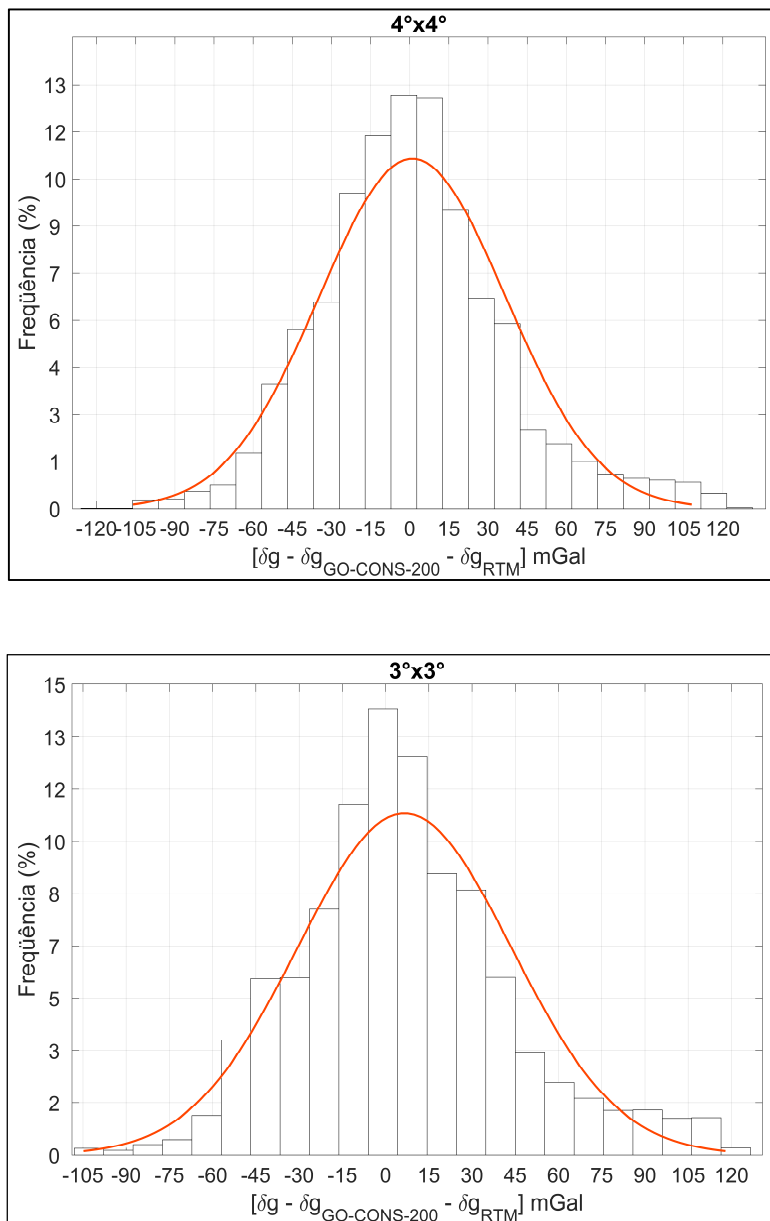


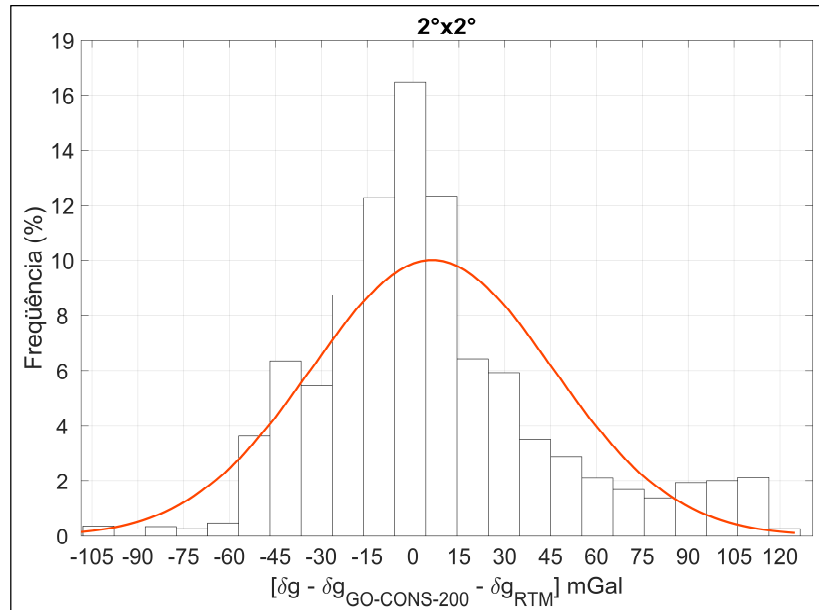
FONTE: O autor (2017)



Pode-se apreciar na FIGURA 89 a distribuição de frequências dos distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{RES}$ ), calculados com os distúrbios da gravidade oriundos do modelo GOCO\_DIR\_R5 e considerando a contribuição da topografia residual. Os histogramas são apresentados para as três áreas consideradas.

FIGURA 89 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS  $\delta g_{RES}$  PARA O GOCO\_DIR\_R5( $n_{max}=200$ ). ÁREA  $4^{\circ} \times 4^{\circ}$





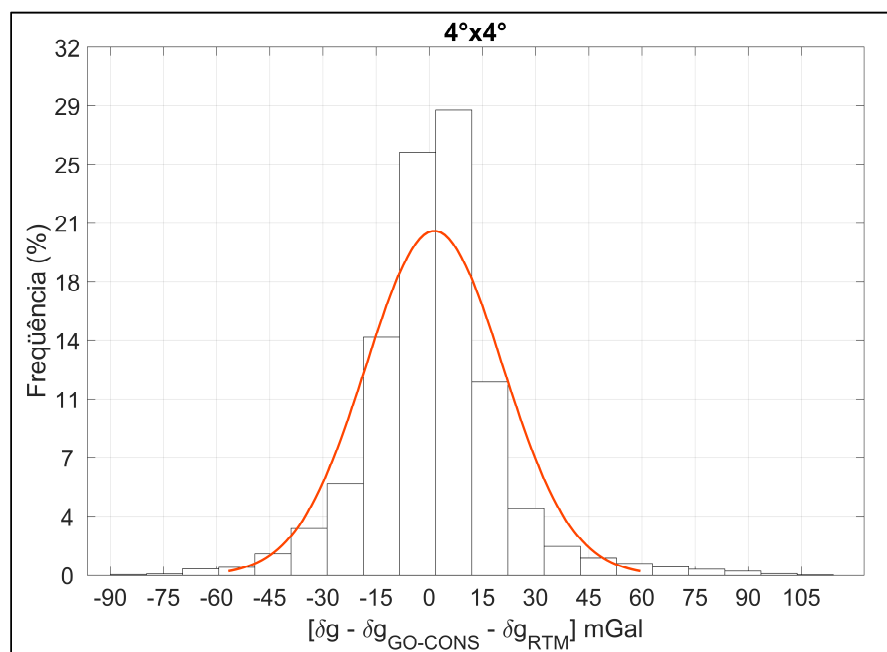
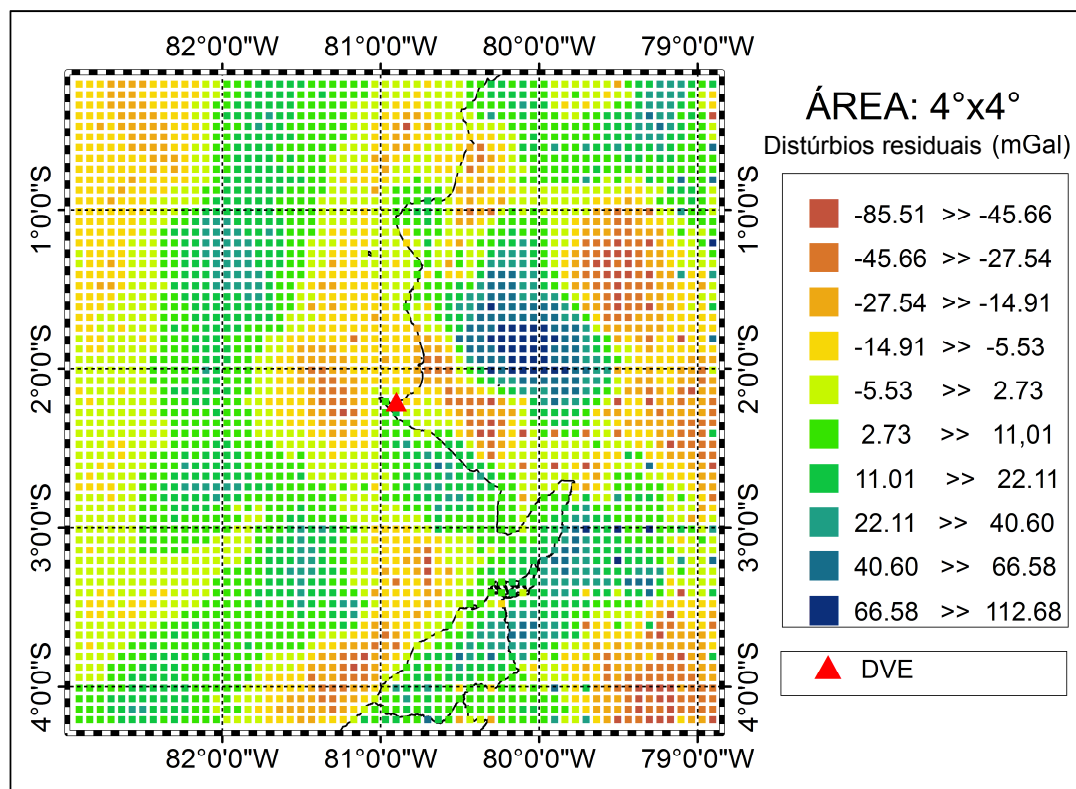
FONTE: O autor (2017)

#### 6.6.2 Modelagem do campo da gravidade residual mediante Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ). Solução dada para GOCO\_DIR\_R5 (n=200)

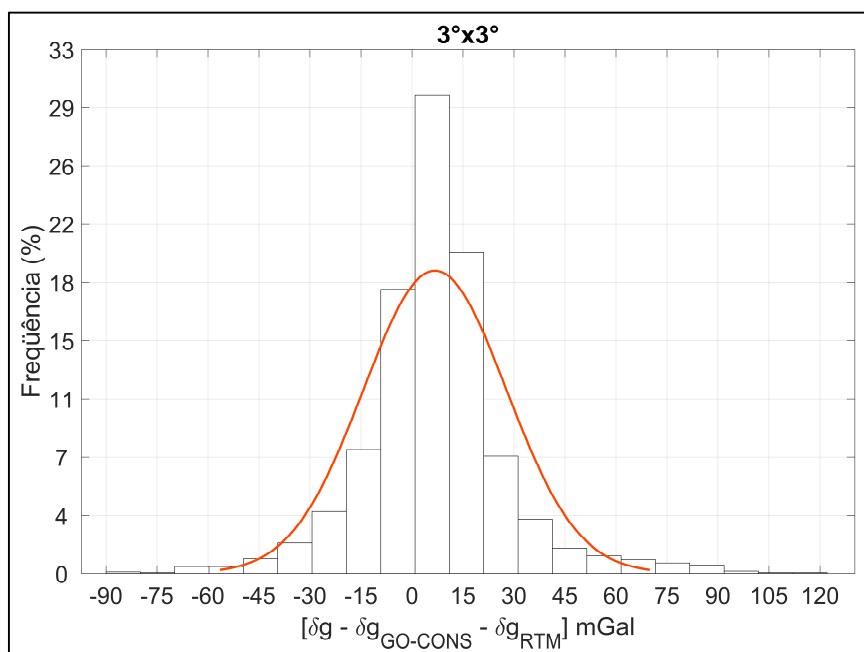
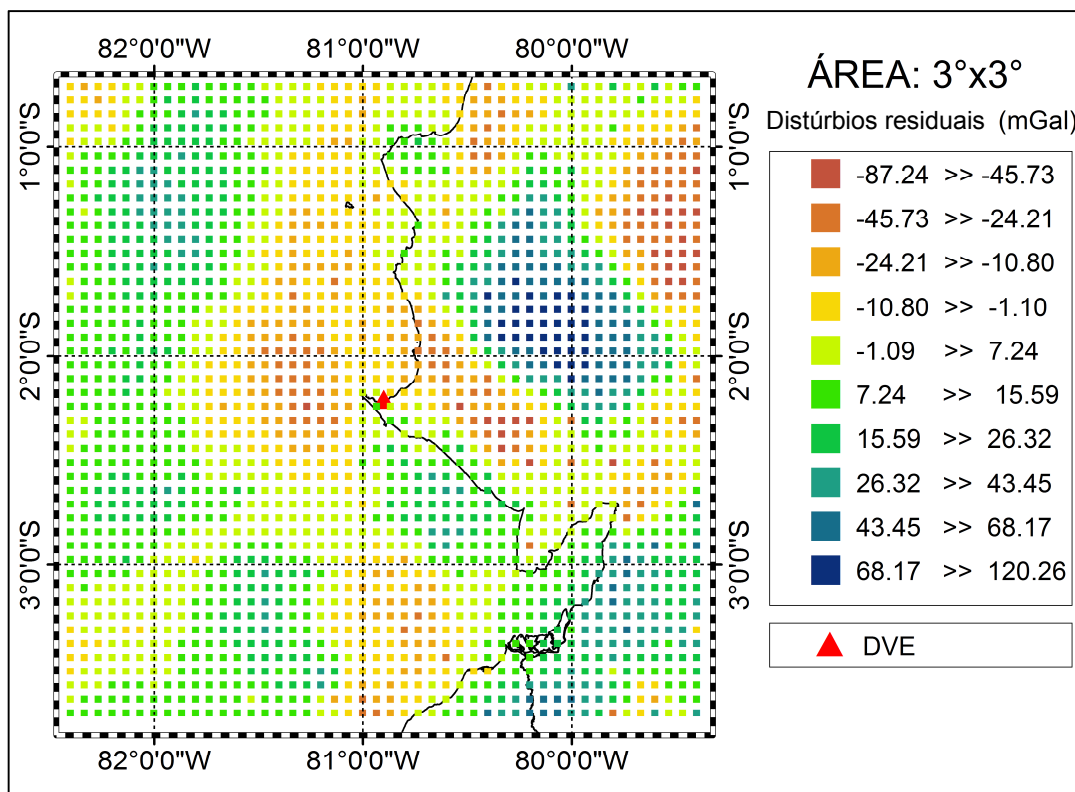
A estimativa da anomalia de altitude residual ( $\zeta_{RES}$ ) é realizada conforme o procedimento seguido na seção 5.4.2 (FIGURA 79). O método baseia-se na técnica de *Fast Collocation*, já abordado na seção 2.21.3 (BOTTONI; BARZAGHI, 1993).

A interpolação dos distúrbios da gravidade residuais é realizada sobre as grades geradas (com espaçamento de 4') para as regiões de estudo (4°x4°, 3°x3° e 2°x2°). O espaçamento de 4' foi estabelecido de forma experimental segundo a abordagem explicada na seção 5.4.1.

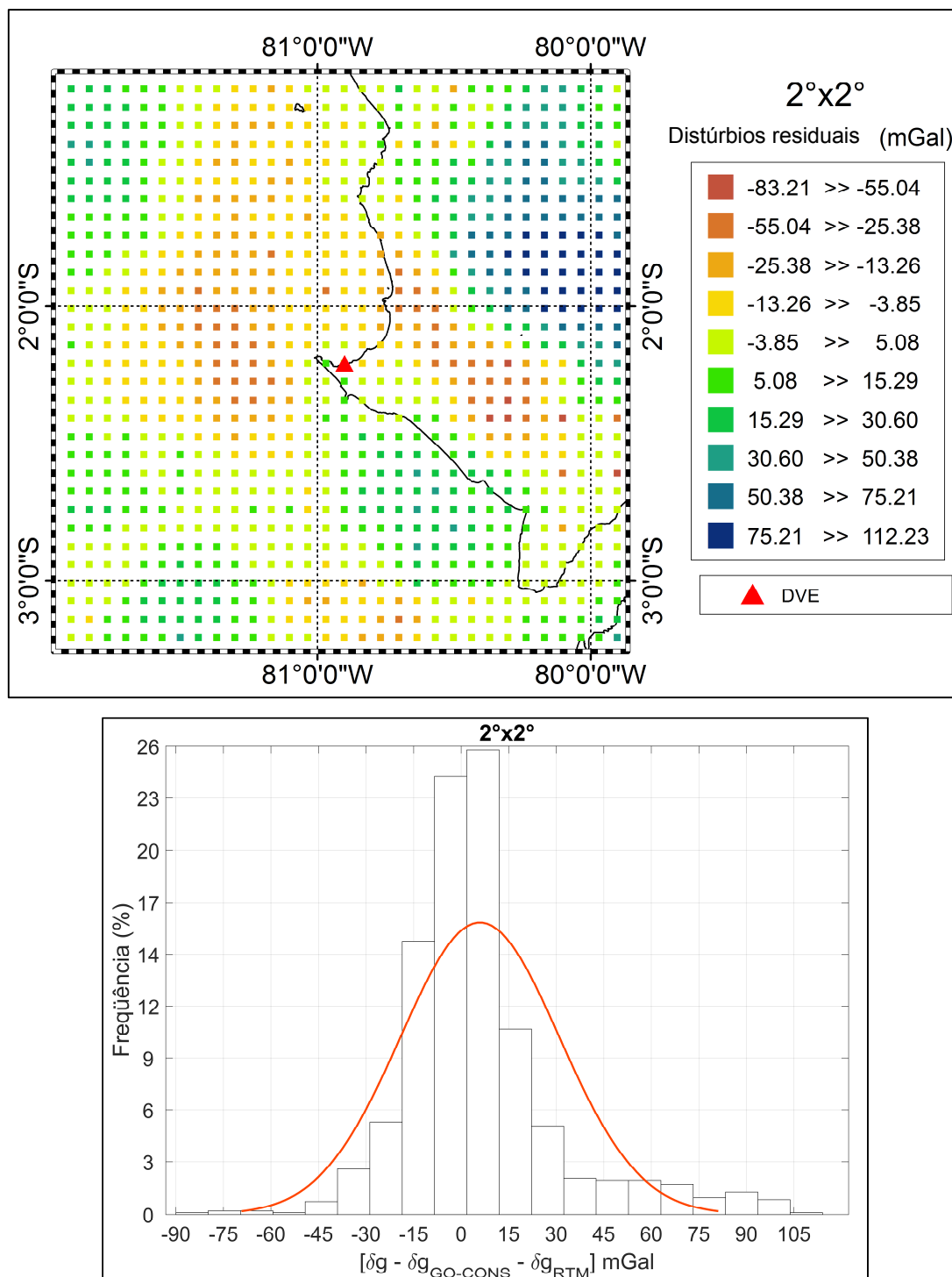
As grades de distúrbios da gravidade obtidas mediante interpolação (FIGURA 90, FIGURA 91 e FIGURA 92) são geradas mediante o método de interpolação da média ponderada e utilizando o programa *GEOGRID* do pacote GRAVSOFT (FORSBERG; TSCHERNING, 2003). Nas figuras também são apresentadas as distribuições de frequência correspondentes aos distúrbios da gravidade interpolados.

FIGURA 90 - GRADE E HISTOGRAMA DE  $\delta g_{RES}$  PARA GO\_CONS\_DIR\_R5(nmax=200). ÁREA 4°X4°

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 91 - GRADE E HISTOGRAMA DE  $\delta g_{RES}$  PARA GO\_CONS\_DIR\_R5(nmax=200). ÁREA 3°x3°

FONTE: O autor (2017)

FIGURA 92 - GRADE E HISTOGRAMA DE  $\delta g_{RES}$  PARA GO\_CONS\_DIR\_R5(nmax=200). ÁREA 2°X2°

FONTE: O autor (2017)

As estatísticas dos  $\delta g_{RES}$  das grades com espaçamento de 4' e geradas para as três regiões de cálculo são apresentadas na TABELA 46.

TABELA 46 - ESTATÍSTICAS DA GRADE  $\delta g_{RES}$  para GOCO\_DIR\_R5 (nmax=200)

|                             | 4°X4°   | 3°X3°   | 2°X2°   |
|-----------------------------|---------|---------|---------|
| <b>Máximo (mGal)</b>        | 112,680 | 120,260 | 112,230 |
| <b>Mínimo (mGal)</b>        | -86,510 | -87,240 | -83,210 |
| <b>Média (mGal)</b>         | 1,445   | 6,759   | 5,934   |
| <b>Desvio padrão (mGal)</b> | 19,383  | 21,061  | 25,057  |
| <b>N°</b>                   | 3721    | 2116    | 961     |

Com as grades de distúrbios da gravidade é possível gerar a função de covariância empírica (FCE) para cada uma das regiões de cálculo. Os parâmetros da FCE são apresentados na TABELA 47.

TABELA 47 - PARÂMETROS FUNÇÃO DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA: SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=200)

|                                      | 4°x4°  | 3°x3°  | 2°x2°  |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|
| <b>Raio ótimo (°)</b>                | 0,067  | 0,067  | 0,067  |
| <b>Desvio padrão do sinal (mGal)</b> | 17,767 | 19,866 | 23,909 |
| <b>Desvio padrão do ruído (mGal)</b> | 7,754  | 7,009  | 7,539  |

As funções de covariância empírica e analítica são apresentadas na FIGURA 93, FIGURA 94 e FIGURA 95.

FIGURA 93 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA GOCO\_DIR\_R5 (nmax=200). ÁREA 4°x4°

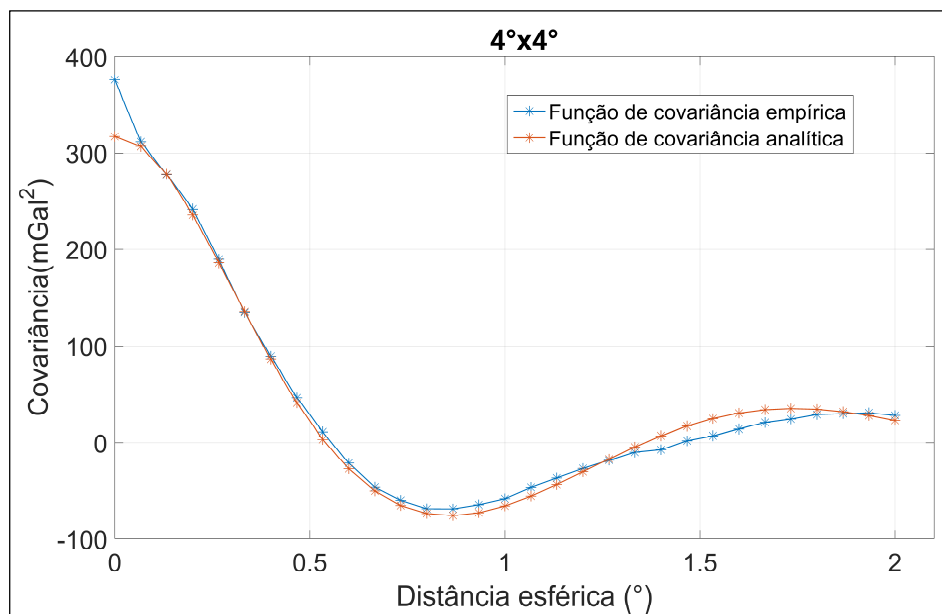


FIGURA 94 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA GOCO\_DIR\_R5  
( $n_{max}=200$ ). ÁREA 3°X3°

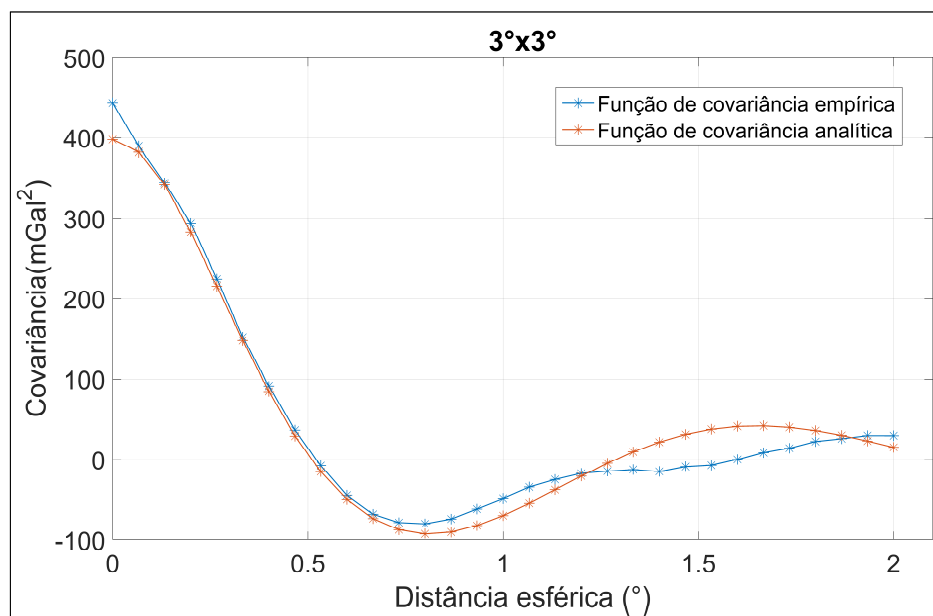
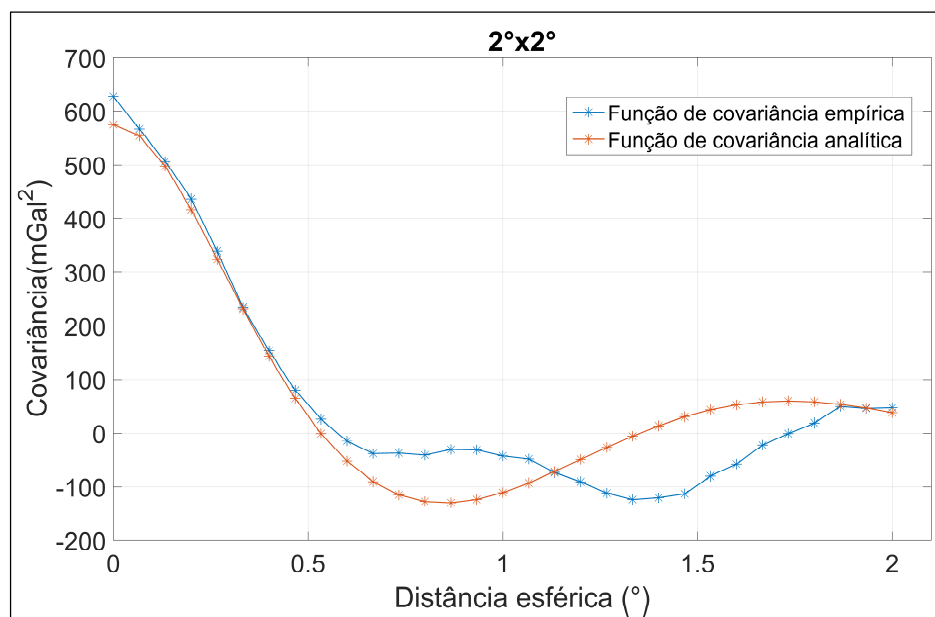


FIGURA 95 - FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA EMPÍRICA E ANALÍTICA PARA GOCO\_DIR\_R5  
( $n_{max}=200$ ). ÁREA 2°X2°



FONTE: O autor (2017)

A TABELA 48 contém os parâmetros associados às funções de covariância analítica e necessários para o cálculo de colocação.

TABELA 48 - PARÂMETROS DE CMQ PARA A SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG COM O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=200)

|   | 4°x4°     | 3°x3°     | 2°x2°    |
|---|-----------|-----------|----------|
| <b>RMS do ajuste da função covariância (mGal)</b> | 0,5084    | 0,5985    | 0,5025   |
| <b>Profundidade da esfera de Bjerhammar (m)</b>   | -14588,52 | -12803,80 | -6540,94 |
| <b>Fator de escala (AA)</b>                       | 0,1146    | 0,4341    | 0,5118   |

- **Estimativa da anomalia de altitude residual no DVE em função dos distúrbios da gravidade residuais**

Conforme já realizado na seção precedente, a estimativa da  $\zeta_{RES}$  no DVE é realizada mediante o método *Fast Collocation*, implementado no programa FASTCOLC do pacote GRAVSOFT (TSCHERNING; BARZAGHI, 1991). O cálculo da anomalia de altitude no ponto de cálculo (DVE), é realizado mediante a recomposição das quantidades oriundas do RTM e dos MGGs.

Na TABELA 49 se incluem os valores correspondentes ao cálculo de  $\zeta_P[\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ}]$  considerando e desconsiderando o termo de grau zero ( $\zeta_0$ ).

TABELA 49 - CÁLCULO DE ANOMALIA DE ALTITUDE NO DVE: SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=200)

|                                 |              |   | 4°x4°   | 3°x3°   | 2°x2°   |
|---------------------------------|--------------|---|---------|---------|---------|
|                                 |              | $\zeta_{CMQ} \text{ (m)}$                             | -0,432  | -0,406  | -0,148  |
|                                 |              | $\zeta_{RTM} \text{ (m)}$                             | 0,5803  |         |         |
| <b>Com <math>\zeta_0</math></b> | <b>ICGEM</b> | $\zeta_{MGG} \text{ (m)}$                             | 10,7131 |         |         |
|                                 |              | $\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \text{ (m)}$ | 10,8614 | 10,8874 | 11,1454 |
|                                 | <b>NGA</b>   | $\zeta_{MGG} \text{ (m)}$                             | 11,2570 |         |         |
|                                 |              | $\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \text{ (m)}$ | 11,5338 | 11,5598 | 11,8178 |
| <b>Sem <math>\zeta_0</math></b> |              | $\zeta_{MGG} \text{ (m)}$                             | 11,6509 |         |         |
|                                 |              | $\zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} + \zeta_{CMQ} \text{ (m)}$ | 11,7992 | 11,8252 | 12,090  |

- **Cálculo da discrepância do DVE em relação ao IHRs em termos do geopotencial.**

Após o cálculo do potencial anômalo e do potencial normal conforme já abordado na seção 5.4, e do cálculo do valor estimado de  $W_P$  mediante a ( 123 ), é possível comparar a este último com o  $W_0$  convencionado pela IAG com a finalidade de calcular o *bias* ( $\beta H_0$ ) do DVE mediante a ( 125 ).



A TABELA 50 apresenta os valores envolvidos no cálculo da discrepância ou *bias* ( $\beta H_0$ ) do DVE. Os detalhes do cálculo do *bias* já foram abordados na seção precedente relativa ao cálculo utilizando o GOCO\_DIR\_R5 com sua expansão máxima em harmônicos esféricos ( $n_{\max}=300$ ). O cálculo de  $\beta H_0$ , considerando e desconsiderando o termo de grau zero nas anomalias de altitude oriundas dos MGGs, é apresentado na TABELA 50. As distintas abordagens utilizadas para o cálculo das anomalias de altitude (TABELA 49) implica também diferentes soluções para o potencial anômalo e para os valores estimados do *bias* vertical, conforme já foi mencionado na seção 5.4.2, quando foram apresentados os resultados referentes à solução livre do PVCG.

Os resultados obtidos para a discrepância do DVE, segundo a solução fixada do PVCG, serão analisados no capítulo 7, juntamente com os resultados advindos das outras abordagens utilizadas na estimativa da discrepância do DVE.

TABELA 50 – CÁLCULO DE *BIAS* NO DVE. SOLUÇÃO FIXADA: SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA O GOCO\_DIR\_R5 (NMAX=200)

|               |       |   | 4°x4°         | 3°x3°         | 2°x2°         |
|---------------|-------|---|---------------|---------------|---------------|
|               |       | $W_0$ (IAG) ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )   | 62636853,4000 |               |               |
|               |       | $U_0$ (GRS80) ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) | 62636860,8500 |               |               |
|               |       | $U_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 62636744,3516 |               |               |
| Com $\zeta_0$ | ICGEM | $T_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 105,9002      | 106,1537      | 108,6692      |
|               |       | $W_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 62636850,2518 | 62636850,5053 | 62636853,0208 |
|               |       | $dH_0$ (m)                                | 0,3132        | 0,2872        | 0,0292        |
|               |       | $dW$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )          | 3,0539        | 2,8004        | 0,2848        |
|               | NGA   | $T_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 112,4563      | 112,7098      | 115,2253      |
|               |       | $W_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 62636856,8079 | 62636857,0614 | 62636859,5769 |
|               |       | $dH_0$ (m)                                | -0,3592       | -0,3852       | -0,6432       |
|               |       | $dW$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )          | -3,5022       | -3,7557       | -6,2712       |
| Sem $\zeta_0$ |       | $T_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 115,0439      | 115,2974      | 117,8129      |
|               |       | $W_P$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )         | 62636859,3955 | 62636859,6490 | 62636862,1645 |
|               |       | $dH_0$ (m)                                | -0,6246       | -0,6506       | -0,9086       |
|               |       | $dW$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )          | -6,0897       | -6,3433       | -8,8588       |

## 7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O tema central da presente Tese é voltado à estimativa da discrepância ou *bias* vertical do DVE em relação à referência global definida pela IAG ( $W_0$ ). Neste contexto, diversas abordagens foram testadas, considerando diferentes métodos, observáveis geodésicas e variações no processamento dos dados disponíveis. No presente capítulo, são analisados os resultados obtidos para as diferentes abordagens testadas na estimativa do *bias* vertical do DVE. Adicionalmente será realizado uma análise da distribuição espacial dos registros gravimétricos adjacentes ao DVE, e que foram empregados neste estudo para a modelagem do DVE. A análise busca confrontar a quantidade e distribuição de registros gravimétricos localizados nas proximidades do DVE com a distribuição espacial recomendada pela IAG para o estabelecimento de estações IHRF.

### 7.1 DO MÉTODO GEOMÉTRICO PARA A ESTIMATIVA DO BIAS VERTICAL

No Capítulo 4 é apresentado o procedimento seguido para a estimativa do *bias* vertical mediante uma abordagem geométrica. O método baseia-se na definição de uma superfície de referência global determinada mediante MGGs melhorados com a técnica RTM (contribuição do efeito da topografia residual). Anomalias de altitude e altitudes geoidais oriundas de MGGs são contrastadas com as correspondentes grandezas oriundas de registros GNSS/niv (os quais contém o efeito do DVL). Este procedimento permite estimar a discrepância (afastamento médio) do DVL em relação a uma superfície de referência materializada com informação global. Mediante a aplicação desta abordagem foi obtido um valor de aproximadamente 7 cm de discrepância entre a superfície global e a superfície representada pelos registros GNSS/niv que materializam a referência local. Várias superfícies de referência global foram testadas para a realização dos cálculos, as superfícies de referência baseiam-se nos MGGs GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 e EGM2008.

Quatro soluções foram testadas para a estimativa do *bias* vertical local, as diferentes soluções consideram variações no estabelecimento da superfície de referência global, para isto foram considerados diferentes MGGs, combinações de MGGs e modelagem da topografia residual. Adicionalmente, as superfícies de referência globais foram estabelecidas considerando valores referentes a altitudes

geoidais e também anomalias de altitude. O desempenho de cada uma das soluções foi avaliado em função da média quadrática das diferenças (MQD), sendo que para todos os casos (em total 8 soluções), os MQD resultaram em valores superiores a 60 cm, o qual deve-se, principalmente, ao ruído inerente às observações GNSS/niv (erros de observação nas altitudes elipsoidais e niveladas) e às deficiências na representação do geopotencial local (erros de omissão e comissão) dos MGGs. A heterogeneidade dos *bias* calculados para as diferentes soluções desta abordagem, e as elevadas MQDs associadas, não facilita uma interpretação unívoca dos resultados obtidos. Neste contexto, pode-se concluir que existe uma incerteza no cálculo realizado, que pode atingir, eventualmente, uma magnitude maior do que a grandeza procurada (discrepância do DVL). No entanto as informações de entrada são os únicos dados geométricos disponíveis para tais estimativas e, portanto, têm o papel fundamental de fornecerem uma estimativa preliminar.

Registros GNSS/niv com maior precisão e com uma distribuição espacial homogênea na região de estudo, juntamente com um refinamento na modelagem do geopotencial local, poderiam gerar uma solução que permita realizar uma análise conclusiva em função dos resultados obtidos e do método utilizado. Uma ótima combinação de MGGs, mediante uma análise espectral, poderia contribuir no refinamento da modelagem dos longos e médios comprimentos de onda do campo da gravidade.

É importante assinalar que para a aplicação rigorosa do método proposto por Burša et al. (2004), as grandezas advindas dos MGGs, devem ser comparadas com anomalias de altitude referidas ao SVRE e não com quantidades oriundas de registros GNSS/niv, as quais têm características meramente geométricas. Isto quer dizer que é necessário o conhecimento de altitudes normais que possibilite o cálculo das anomalias de altitude para os registros altimétricos utilizados como base do cálculo do *bias* vertical local.

#### 7.1.1 Solução por mínimos quadrados para o método geométrico

A solução do método proposto por Burša et al. (2004) para a estimativa do *bias* vertical local em relação a uma superfície de referência global, foi realizada também considerando um ajustamento por mínimos quadrados. Desta forma considera-se no cálculo os erros inerentes às observações geodésicas empregadas (altitudes

niveladas e altitudes elipsoidais) na aplicação do método, e os erros associados aos MGGs utilizados (MVC dos coeficientes harmônicos esféricos).

Nesta abordagem foi estimado um *bias* de aproximadamente 8 cm e com um desvio padrão de aproximadamente 1,9 cm. Os cálculos foram realizados para as altitudes geoidais e considerando uma combinação dos modelos GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e EGM2008. Devido a que neste caso o principal objetivo da combinação dos MGGs é a minimização dos efeitos locais vinculados ao DVL, o MGG somente satélite GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 foi utilizado com seu grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos ( $n=300$ ). No entanto, quando o objetivo da combinação dos MGGs é a minimização dos erros de omissão associados, o grau máximo ótimo do MGG somente satélite deve ser determinado em função do desempenho na representação do campo da gravidade terrestre do MGG combinado. A determinação do grau máximo ótimo do MGG somente satélite pode ser estabelecido, por exemplo de forma experimental, levando em consideração o desempenho do MGG combinado na modelagem de altitudes geoidais. Assim, o MGG combinado é avaliado em função do desvio padrão das diferenças calculadas da comparação de registros GNSS/niv com altitudes geoidais oriundas do MGG combinado. Da análise realizada com registros GNSS/niv disponíveis no Equador, e considerando os MGGs GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e EGM2008, conclui-se que a melhor combinação dos MGGs é conseguida sendo 200 o grau máximo do MGG somente satélite.

No entanto, de forma rigorosa, a combinação ótima de MGGs, deve ser efetivada com base no método dos Mínimos Quadrados, e avaliando o seu desempenho em termos da representação dos médios e longos comprimento de onda do campo da gravidade terrestre.

Devido a que existe incerteza nas precisões associadas às observações geodésicas (altitudes niveladas e elipsoidais), a solução por mínimos quadrados foi gerada considerando quatro possíveis cenários. O teste *chi* quadrado com um nível de significância de 5% foi realizado para verificar a hipótese nula  $H_0 : \sigma_0^2 = 1$ . Desta forma a hipótese nula foi verificada somente para a solução que considera uma precisão estimada de 31 cm para as diferenças  $h - Hn$ . Isto demonstra que existe um alto grau de incerteza nas precisões associadas aos registros GNSS/niv. Além disso a magnitude das precisões esperadas para as observáveis geodésicas é maior do que a grandeza calculada em função do ajustamento (*bias* do DVL).

A aplicação do método, por tanto, demanda a disponibilidade de altitudes niveladas e elipsoidais coletadas com técnicas de observação acuradas e com valores de precisão associados. Adicionalmente, e conforme já foi mencionado anteriormente, a estimativa do *bias* segundo o método proposto por Burša (2004), requer que as grandezas advindas dos MGGs (e.g. altitudes geoidais, anomalias de altitude) sejam confrontadas com grandezas vinculadas ao DVL e derivadas de altitudes físicas (e.g. altitudes ortométricas, altitudes normais).

O *bias* calculado pela solução por mínimos quadrados ( $\sim 8$  cm) é próximo do obtido para o cálculo da média das diferenças  $[N_{GNSS/niv} - N_{GGM}]$  para as soluções II e III ( $\sim 7$  cm) (cálculo realizado sem considerar o ajustamento por mínimos quadrados, seção 7.1). O valor estimado para a TNMM (seção 4.2.3) no local correspondente ao marégrafo de *La Libertad*, e derivado do modelo de superfície média do mar (MSS) CNES/CLS011 confrontado com o MGG GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5, também é consistente com os resultados obtidos para as abordagens antes mencionadas ( $\sim 7$  cm).

Ressalve-se o fato de que por tratar-se de experimentos realizados em diferentes etapas da presente pesquisa, existem diferenças notáveis nos procedimentos utilizados na estimativa do *bias* pelo método geométrico considerando e sem considerar o ajustamento por mínimos quadrados. Para o cálculo realizado mediante o método dos MMQ foi utilizado um conjunto de dados com um número maior de registros GNSS/niv, além disso utilizou-se um método estatístico para a discriminação de *outliers*. Outro aspecto também importante é que no caso do ajustamento por MMQ a combinação de MGGs foi realizada com os MGGs GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5 e EGM2008, enquanto que no cálculo em que não foi levado em conta o ajustamento por MMQ a combinação de MGGs foi realizada entre o GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5 e o EGM2008.

A modelagem dos efeitos da topografia residual nas altitudes geoidais diminui os erros de omissão inerentes aos MGGs e permite o refinamento na representação da superfície de referência global utilizada para o cálculo da discrepância do DVL.

Deve-se assinalar que os resultados obtidos mediante a aplicação do método geométrico para a estimativa do *bias* vertical não são diretamente comparáveis com aqueles resultados advindos da solução da forma livre e fixada do PVCG (Capítulos 5 e 6). Isto deve-se ao fato de que para a aplicação das duas abordagens são utilizadas diferentes superfícies de referência para o cálculo da discrepância do DVL. No caso

do método geométrico é utilizada como referência uma superfície definida mediante MGGs melhorados considerando os efeitos da topografia residual (RTM); já na estimativa do *bias* mediante a solução do PVCG, a superfície de referência é aquela que coincide com a superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre com valor de geopotencial  $W_0 = 62636853,4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , convencionado pela IAG.

Conforme já foi mencionado anteriormente, idealmente o método proposto por Burša et al. (2004) para a estimativa do *bias* deve ser aplicado considerando registros geodésicos derivados de um sistema de altitudes físicas e o aprimoramento das técnicas de observação que permitam melhorar as precisões associadas aos dados. Na presente Tese foram utilizados registros GNSS/niv para aproximar altitudes geoidais ou anomalias de altitude. Futuros estudos deverão atender estas considerações metodológicas.

Outras abordagens para a estimativa do *bias* do DVE foram testadas neste trabalho, mediante a solução do PVCG da forma livre e da forma fixada. As análises dos resultados obtidos mediante estes métodos serão abordadas nas próximas seções.

## 7.2 DA SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG PARA A ESTIMATIVA DO *BIAS* VERTICAL

A solução do PVCG da forma livre foi realizada considerando, para a representação dos longos comprimentos de onda do campo da gravidade, os MGGs GOCO\_DIR\_R5 (modelo somente satélite) e EIGEN6C4 (modelo combinado). O cálculo do geopotencial ( $W_0^i$ ) foi realizado para todos os casos na referência correspondente ao NMM no período de observações de 1988 a 2009 e materializada no BM03 (origem da RVFE) (FIGURA 96 e FIGURA 97). Nesta abordagem, foram testadas variações no grau máximo de expansão em harmônicos esféricos dos MGGs. Em futuros estudos, a eleição do grau máximo (truncamento) dos MGGs deverá considerar uma análise exaustiva em termos da minimização dos erros de comissão inerentes aos modelos globais. A escolha do grau de desenvolvimento máximo ótimo permite reduzir ruídos provenientes dos MGGs que são transmitidos às grandezas residuais (e.g. anomalias gravimétricas, distúrbios da gravidade) calculadas mediante a técnica remover – restaurar.

A técnica RTM foi utilizada para a modelagem dos curtos comprimentos de onda do campo da gravidade. O MDA de menor resolução foi gerado mediante a

filtragem (média móvel) do MDA SRTM1 (resolução espacial de 1"). Na abordagem, o tamanho da janela para a filtragem passa baixa é escolhido de forma experimental e coincide aproximadamente com a resolução espacial do MGG utilizado para o cálculo dos efeitos da topografia residual. No entanto, neste processo poderia também ser utilizado um MDA cujo grau de desenvolvimento da série em harmônicos esféricos seja equivalente ao grau de desenvolvimento do MGG utilizado no procedimento de decomposição espectral.

A modelagem da topografia residual (RTM) também foi utilizada para o aprimoramento das anomalias e distúrbios da gravidade oriundos dos MGGs, que foram utilizados como base para a discriminação de erros grosseiros (*outliers*) existentes no conjunto de registros gravimétricos disponíveis na região de estudo. A eliminação de *outliers* constitui um procedimento fundamental quando se trata de depurar bases de dados heterogêneas e com precisões desconhecidas, como as utilizadas para o desenvolvimento desta pesquisa. Os registros de gravimetria oceânica do BGI, por exemplo, foram comparados com anomalias da gravidade oriundas da altimetria por satélite do modelo DTU15 com o fim de discriminar erros grosseiros no conjunto de dados. Da análise estatística realizada para este conjunto de dados (gravimetria oceânica) mediante este procedimento, concluiu-se que aproximadamente 67% dos registros deviam ser excluídos do conjunto de dados. Já no caso do conjunto de gravimetria terrestre, a porcentagem de *outliers* foi consideravelmente menor. No entanto, em todos os casos foi necessária a eliminação de registros obedecendo ao critério estatístico utilizado.

A inclusão de informação oriunda de modelos globais, responde ao fato de não se dispor de uma distribuição nem quantidade ótimas de registros gravimétricos observados *in situ*. Das análises realizadas, pode se verificar que as anomalias da gravidade advindas dos modelos globais (DTU15) têm consistência quando confrontadas com informação gravimétrica observada *in situ*. Registra-se ainda um aumento na correlação entre as grandezas observadas e modeladas quando utilizada a técnica RTM para modelar os efeitos da topografia residual omitidos pelos modelos globais.

Os procedimentos envolvidos na unificação dos SVRs implicam o uso de altitudes não vinculadas aos SVRs locais. No entanto, este tipo de altitudes nem sempre estão disponíveis. Uma das possibilidades para abordar este tipo de

inconvenientes é a aproximação de altitudes mediante a utilização de informações oriundas de MGGs.

Para a solução do PVCG da forma livre na presente Tese, foram calculadas anomalias gravimétricas de Molodensky ou de superfície. Para o cálculo destas anomalias é requerimento dispor de altitudes normais para reduzir a gravidade normal ao teluroide. Devido que não são disponíveis altitudes normais para o Equador, estas foram aproximadas por altitudes niveladas ou por altitudes derivadas de anomalias de altitude oriundas de MGGs e de altitudes elipsoidais (GNSS), esta aproximação implica na perda de rigor na aplicação do método.

O método de *Fast Collocation* foi utilizado para estimar a anomalia de altitude no ponto *datum* em função das anomalias da gravidade residuais calculadas. O método de cálculo requer que as anomalias da gravidade estejam em formato de uma grade regular. O espaçamento desta grade pode ser determinado em função da densidade e distribuição espacial de registros gravimétricos existentes na região de estudo. Porém, esta interpretação é dificultada quando a distribuição espacial dos registros é heterogênea e os dados são esparsos.

Nesta Tese, a distribuição espacial dos registros gravimétricos disponíveis é heterogênea e, por tanto, o espaçamento da grade de anomalias da gravidade foi determinado de forma experimental. Registros GNSS/niv, localizados na região de estudo, foram comparados com anomalias de altitude estimadas por colocação. Diferentes soluções foram geradas para a estimativa de anomalias de altitude nos pontos GNSS/niv, modificando o espaçamento da grade de anomalias da gravidade utilizadas como entradas para o processo. Desta forma, o espaçamento utilizado para a geração das grades para o cálculo da anomalia de altitude no ponto *datum*, corresponde ao menor RMS para as diferenças  $\zeta_{GNSS/niv} - \zeta_{FAST\_COLLOCATION}$ . Grades com espaçamento de 4' foram utilizadas para interpolar anomalias da gravidade residuais calculadas para todas as soluções testadas para a estimativa do *bias* vertical do DVE. Uma melhor distribuição espacial dos registros gravimétricos disponíveis na região de estudo, certamente possibilitaria a determinação rigorosa do espaçamento para a geração das grades.

No Equador, em geral os dados gravimétricos situam-se nas linhas de nivelamento (observação gravimétrica nas referências de nível). Isto faz com que a distribuição espacial dos registros gravimétricos seja heterogênea e esparsa. No ano 2015 e 2016 o IGM-EC realizou duas campanhas de densificação gravimétrica que



melhorou parcialmente esta condição, no entanto, ainda persistem áreas com pouca ou nenhuma informação gravimétrica. A realização de levantamentos aerogravimétricos, poderia ser uma das soluções, apesar da menor precisão desta classe de levantamento, para a densificação de informação gravimétrica do Equador e de outros países que possuem nos seus territórios áreas de difícil acesso (e.g. regiões montanhosas, florestas densas, áreas sem vias de acesso, áreas alagadas).

A modelagem da topografia residual demonstra ser um procedimento fundamental para a representação dos efeitos gravitacionais referentes às massas topográficas, principalmente em regiões montanhosas onde os erros de omissão dos MGGs aumentam. A aplicação da técnica RTM implica um processo de alta demanda de recursos computacionais, a qual depende fundamentalmente da quantidade de pontos de cálculo e da resolução espacial dos MDAs utilizados.

As funções de covariância analíticas, na aplicação do método de colocação, foram geradas considerando variações para os parâmetros: profundidade da esfera de Bjerhammar e fator de escala. Estes parâmetros foram modificados em função do grau de aderência das funções de covariância analítica com as funções de covariância empírica. Em geral registra-se aderência entre as funções de covariância analítica e empírica, no entanto, uma aderência menor foi registrada para a solução dada pelo GOCO\_DIR\_R5 com grau máximo 300.

A avaliação do desempenho do método na predição de anomalias de altitude, pode ser realizada, por exemplo, confrontando os valores estimados com valores oriundos de registros GNSS/niv distribuídos na região de estudo. Porém, para que a avaliação do método seja consistente, as qualidades dos registros de nivelamento e posicionamento GNSS, devem atender condições mínimas em termos de precisões associadas às observações.

Os valores da discrepância do DVE quando comparado com a referência global convencionada pela IAG ( $W_0$ ) para as 4 soluções da forma livre são apresentados na TABELA 52. Os *bias* foram calculados considerando e desconsiderando o termo de grau zero no cálculo das anomalias de altitude oriundas dos MGGs na etapa de restauração dos médios e longos comprimentos de onda do campo da gravidade.

As anomalias de altitude oriundas dos MGGs foram obtidas do serviço *web* do ICGEM; o termo de grau zero, conforme já foi abordado na seção 2.20.1.1, representa a diferença da constante gravitacional geocêntrica associada ao MGG ( $GM_{MGG}$ ) e a do elipsoide de referência e/ou SGR ( $GM_{SGR}$ ). Devido a que todos os cálculos na

presente Tese estão referidos ao elipsoide de referência GRS80, o valor de GM (constante gravitacional geocêntrica) utilizado para o cálculo das anomalias de altitude advindas dos MGGs deve ser consistente com este SGR. Verificou-se que entre os dois valores da constante gravitacional geocêntrica existe uma diferença de  $5.85 \text{ E}+07 \text{ m}^3/\text{s}^2$ .

Quando o termo de grau zero é calculado obedecendo a forma de cálculo que utiliza o NGA, se considera também a diferença  $W_0 - U_0$ . Neste cálculo foi utilizado o valor de  $W_0$  preconizado pela IAG como o *datum* vertical global e o  $U_0$  referente ao GRS80. A diferença  $W_0 - U_0$  calculada foi de  $-6.5764 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . A forma de cálculo do termo de grau zero nas anomalias de altitude, ou a sua omissão, representam discrepâncias consideráveis, as quais são apresentadas na TABELA 51.

TABELA 51 - DISCREPÂNCIAS NO CÁLCULO DO TERMO DE GRAU ZERO PARA ANOMALIAS DE ALTITUDE

| TGZ ICGEM – TGZ NGA | TGZ ICGEM – SEM TGZ | TGZ NGA – SEM TGZ |
|---------------------|---------------------|-------------------|
| -0,6724 m           | -0,9378 m           | -0,2654 m         |

Devido à importância da padronização de procedimentos, métodos, e normas utilizados no contexto da unificação dos SVRs, é fundamental a interpretação e cálculo de forma unívoca do termo de grau zero. Os valores apresentados na TABELA 51, evidenciam as discrepâncias que podem registrar-se devido a diferença de critérios para o cálculo do termo de grau zero. Estas discrepâncias registradas no cálculo de anomalias de altitude, são transferidas aos *bias* verticais (TABELA 52). Por tanto, foram calculados três valores de *bias* para cada solução proposta.

TABELA 52 - BIAS CALCULADOS PARA A SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA LIVRE

| MGG         | nmax | Bias com termo de grau zero (m) |         | Bias sem termo de grau zero (m) |
|-------------|------|---------------------------------|---------|---------------------------------|
|             |      | ICGEM                           | NGA     |                                 |
| GOCO_DIR_R5 | 300  | 0,2873                          | -0,3851 | -0,6505                         |
| GOCO_DIR_R5 | 200  | 0,2411                          | -0,4313 | -0,6967                         |
| EIGEN6C4    | 1000 | 0,4303                          | -0,2421 | -0,5075                         |
| EIGEN6C4    | 200  | 0,2386                          | -0,4338 | -0,6991                         |
| Média (m)   |      | 0,2557                          | -0,4167 | -0,6821                         |
| $\sigma(m)$ |      | 0,0274                          | 0,0274  | 0,0274                          |

Para o cálculo dos *bias* mediante a solução livre do PVCG (TABELA 52), o resultado obtido para o MGG EIGEN6C4 com grau máximo  $n=1000$ , discrepa consideravelmente em relação aos outros resultados (apesar de registrar-se aderência entres as funções de covariância empírica e analítica). Os *bias* calculados omitindo as soluções para o EIGEN6C4 com grau máximo 1000, apresentam valores que variam aproximadamente desde 24 cm até 29 cm (com média de ~26 cm) quando considerado o termo de grau zero conforme a abordagem preconizada pelo ICGEM; valores desde -39 cm até -43 cm (com média de ~-42 cm) quando considerado o termo de grau zero calculado segundo a forma de cálculo do NGA, e de -65 cm até -70 cm (com média de -68 cm) quando desconsiderado o termo de grau zero (TABELA 52). Verifica-se consistência entre as soluções geradas utilizando diferentes MGGs e graus máximos de desenvolvimento, com um desvio padrão de aproximadamente 3 cm. No entanto é necessário padronizar o cálculo do termo de grau zero com o fim de obter soluções unívocas.

### 7.3 DA SOLUÇÃO FIXADA DO PVCG PARA A ESTIMATIVA DO *BIAS* VERTICAL

A solução fixada do PVCG para a estimativa do *bias* vertical do DVE foi realizada visando a estimativa do DVE mediante um procedimento que considere observações não vinculadas ao DVL. Um conjunto de registros gravimétricos com altitude elipsoidal associada, permite o cálculo de distúrbios da gravidade e a consequente estimativa do DVE mediante a solução do PVCG da forma fixada, ou seja, considerando como superfície de contorno a superfície física da Terra.

É importante assinalar que os cálculos referentes à solução livre e solução fixada foram realizados considerando uma quantidade diferente de registros gravimétricos e com algumas variações nos procedimentos seguidos para a depuração da base de dados gravimétrica. Para o cálculo da solução fixada, foram incluídos à base de dados registros gravimétricos pertencentes a duas densificações gravimétricas realizadas pelo IGM-EC no ano 2015 e 2016. Outra diferença importante entre os dois cálculos é que para a solução fixada foram incluídas, além das anomalias da gravidade provenientes do modelo DTU15, anomalias da gravidade oriundas do modelo WGM2012 (disponível nas bases de dados do BGI). Estes registros oriundos do modelo global foram úteis para preencher vazios de informação gravimétrica na região continental.

As anomalias da gravidade oriundas dos modelos DTU15 e WGM2012 são anomalias de Molodensky ou de superfície, a sua transformação em distúrbios da gravidade implica no conhecimento das anomalias de altitude associadas, para a redução da gravidade teórica do teluroide à superfície física. Para realizar a transformação de anomalias da gravidade em distúrbios da gravidade foi necessário, portanto, aproximar as anomalias de altitude com valores oriundos do MGG EIGEN6C4, considerando o seu grau máximo de desenvolvimento em série de harmônicos esféricos ( $n=2190$ ).

O espaçamento original das grades dos modelos globais de anomalias da gravidade foi modificado com o fim de diminuir o tempo requerido para os cálculos (custo computacional), principalmente aqueles relacionados à estimativa dos efeitos da topografia residual.

Para a solução fixada do PVCG para a estimativa do *bias* do DVE, foram utilizados os MGGs EIGEN6C4 com grau máximo 200 e o GOCO\_DIR\_R5 com grau máximo 300. Além de utilizar os dois MGGs, também se experimentou modificações da abrangência da região de cálculo. Os testes realizados com áreas de diferentes tamanhos obedecem à tentativa de analisar possíveis interferências (ruído) provocadas por registros localizados na região de cordilheira contida na área de  $4^\circ \times 4^\circ$  adjacente ao DVE. A hipótese baseia-se em que erros de comissão dos MGGs e do MDA utilizados na modelagem do geopotencial no DVE, podem ser de maior magnitude em regiões com topografia irregular. Além disso o desempenho da técnica RTM na modelagem do efeito da topografia residual pode piorar devido a deficiências do MDA utilizado. No entanto, o comportamento estatístico dos distúrbios da gravidade residuais piora quando a abrangência da região de estudo diminui, e as funções de covariância analíticas ajustam melhor às correspondentes funções empíricas nos casos em que são utilizados na análise os registros gravimétricos da região com tamanho  $4^\circ \times 4^\circ$  de maior abrangência. Embora o cálculo considerando áreas menores possa eliminar registros com ruído contido nas observações gravimétricas ou altimétricas (localizados nas regiões montanhosas), também são eliminados registros que aportam informação gravimétrica útil para gerar uma solução mais acurada.

Para cada um dos MGGs utilizados, foram geradas soluções considerando três tamanhos diferentes de áreas:  $4^\circ \times 4^\circ$ ,  $3^\circ \times 3^\circ$  e  $2^\circ \times 2^\circ$ . Adicionalmente, e conforme foi realizado também para o caso da solução livre, foram geradas distintas soluções

variando a forma de cálculo do termo de grau zero e desconsiderando o termo de grau zero. As discrepâncias entre as distintas formas de cálculo já foram apresentadas na TABELA 51. Os *bias* calculados considerando o termo de grau zero conforme a abordagem do ICGEM são positivos, por tanto, a superfície equipotencial associada ao ponto de cálculo (DVE) situa-se acima da superfície equipotencial correspondente à referência global determinada pelo valor de  $W_0$  convencionado pela IAG (FIGURA 96). Já no caso dos *bias* calculados sem considerar o termo de grau zero e calculando o termo de grau zero segundo a forma de cálculo da NGA, a relação é inversa (FIGURA 97).

No caso das soluções geradas para uma área de  $2^\circ \times 2^\circ$ , os valores se diferenciam consideravelmente das outras soluções (TABELA 53). Já no caso dos *bias* calculados considerando áreas de  $4^\circ \times 4^\circ$  e  $3^\circ \times 3^\circ$  (omitindo os resultados obtidos para uma área de  $2^\circ \times 2^\circ$ ), e incluindo o termo de grau zero para o cálculo das anomalias de altitude oriundas dos MGGs (etapa de restauração), variam aproximadamente entre valores desde 29 cm até 32 cm (com média de ~31 cm) com o termo de grau zero calculado obedecendo à forma de cálculo do ICGEM; valores desde -35 cm até -39 cm (com média de ~37 cm) considerando o termo de grau zero conforme a abordagem da NGA; e de -61 cm até -65 cm (com média de ~63 cm), quando não considerado o termo de grau zero.

Um desvio padrão de ~2 cm (TABELA 53) demonstra a consistência entre as soluções geradas considerando diferentes MGGs e a mesma forma de cálculo do termo de grau zero. Este desvio padrão é calculado omitindo as soluções geradas para uma área de  $2^\circ \times 2^\circ$ .

TABELA 53 - *BIAS* CALCULADOS PARA A SOLUÇÃO DO PVCG DA FORMA FIXADA

| MGG         | nmax | Área  | Bias com termo de grau zero(m) |         | Bias sem termo de grau zero(m) |
|-------------|------|-------|--------------------------------|---------|--------------------------------|
|             |      |       | ICGEM                          | NGA     |                                |
| GOCO_DIR_R5 | 300  | 4°x4° | 0,3037                         | -0,3687 | -0,6341                        |
|             |      | 3°x3° | 0,3237                         | -0,3487 | -0,6141                        |
|             |      | 2°x2° | 0,2371                         | -0,4397 | -0,7051                        |
| EIGEN6C4    | 200  | 4°x4° | 0,3132                         | -0,3592 | -0,6246                        |
|             |      | 3°x3° | 0,2872                         | -0,3852 | -0,6506                        |
|             |      | 2°x2° | 0,0292                         | -0,6432 | -0,9086                        |
| Média (m)   |      |       | 0,3069                         | -0,3655 | -0,6309                        |
| σ(m)        |      |       | 0,0155                         | 0,0155  | 0,0155                         |

Conforme já foi explicitado na seção 2.11.1, a BM03, referência de nível fundamental da RVFE para a qual foram realizados os cálculos (FIGURA 96 e FIGURA 97), foi afetada pelo terremoto que aconteceu em 16 de abril de 2016. Os resultados obtidos para a estimativa do *bias* do DVE correspondem a posição registrada para a BM03 antes do evento sísmico. Neste contexto, novos cálculos relacionados com a modelagem do geopotencial poderiam ser realizados, atualizando a informação geométrica referente à posição do DVE. No entanto a deformação da RVFE deverá ser abordada considerando outros aspectos teóricos e metodológicos.

É importante assinalar que o valor do *bias* estimado mediante o método geométrico (capítulo 4), não é comparável com as discrepâncias obtidas da estimativa do geopotencial ( $W_0^i$ ) no DVL mediante a solução do PVCG (capítulos 5 e 6). Isto deve-se ao fato de que no método geométrico a superfície de referência corresponde à materializada por valores de  $N$  e  $\zeta$  derivados de MGGs, no entanto na estimativa realizada no espaço do geopotencial, além da propagação de erros das funcionais trabalhadas para o cálculo das discrepâncias não ser crítica como no caso geométrico, a superfície de referência corresponde à superfície equipotencial com o valor  $W_0$  convencionado pela IAG como o *datum* vertical para o IHRF.

FIGURA 96 - DO *BIAS* NO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL (Termo de grau zero considerado)

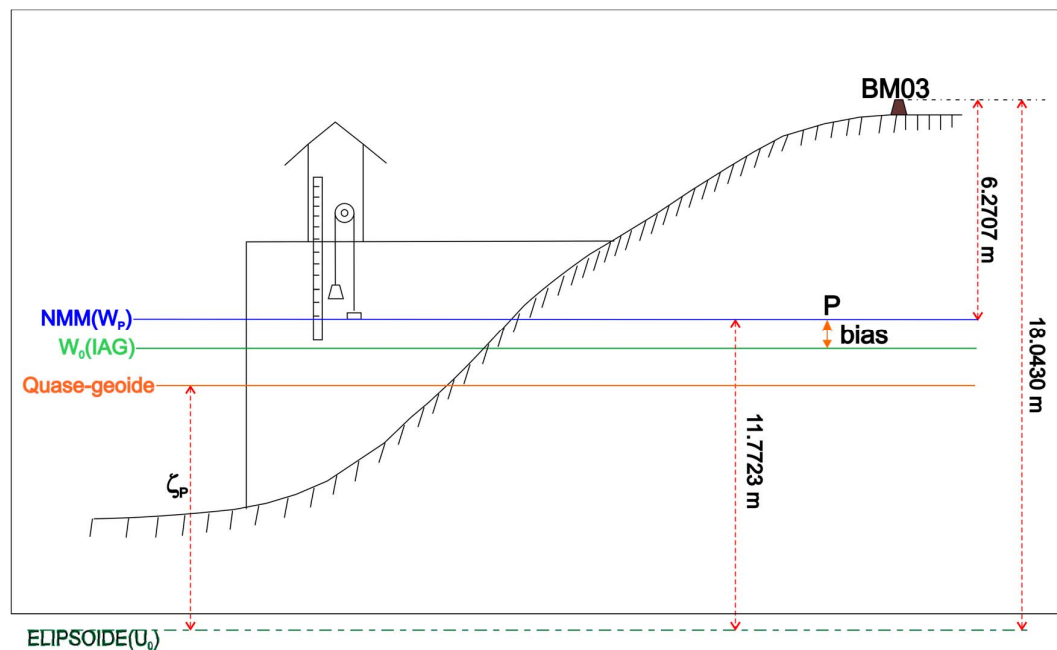
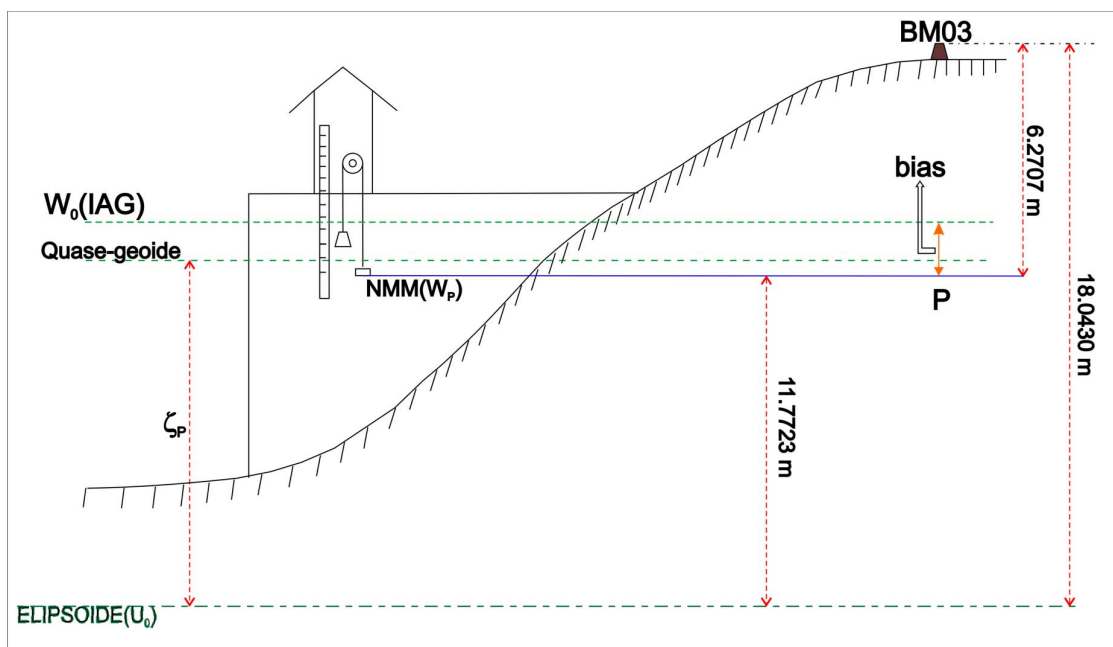


FIGURA 97 - DO BIAS NO DVE NO ESPAÇO DO GEOPOTENCIAL (Termo de grau zero não considerado)



FONTE: O autor (2017)

#### 7.4 ESTAÇÃO IHRF PARA O SVRE

Segundo recomenda a IAG, a realização do IHRF deve ser materializada mediante o estabelecimento de uma rede global com estações distribuídas em todo o planeta. Esta rede global deverá incluir uma rede núcleo (para garantir sustentabilidade e estabilidade a longo prazo) e densificações regionais ou nacionais para fornecer acessibilidade local à rede global (IAG, 2017).

Segundo a IAG (2017), a seleção das estações IHRF obedece a um conjunto de critérios:

- Observações geodésicas fundamentais co-localizadas para garantir uma conexão consistente entre coordenadas geométricas, valores de gravidade e potencial e relógios de referência.
- Estar vinculadas com estações de monitoramento contínuo para detectar deformações.
- Preferencialmente estações que pertençam ao ITRF ou redes de referência regionais (SIRGAS, EPN – EUREF *Permanent GNSS Network*, APREF – *Asia-Pacific Reference Frame*, etc.).

- Proximidade a marégrafos co-localizados com estações GNSS de monitoramento contínuo, e conexão com redes de nivelamento nacionais, para facilitar a unificação dos DVLS.
- O principal requerimento é a disponibilidade de observações gravimétricas ao redor da estação IHRF, isto permite a modelagem do campo da gravidade com maior resolução (i.e., acurada estimativa de valores do geopotencial). No caso de não se dispor do número e distribuição adequada de registros gravimétricos localizados num raio de 210 km ao redor da estação IHRF, deverão existir as condições apropriadas para que se possa realizar novos levantamentos gravimétricos.

Segundo Sánchez (2016), o estabelecimento de uma estação fundamental pertencente ao IHRF pode ser realizado em diferentes cenários, dependendo da distribuição espacial de informação gravimétrica existente nas proximidades da estação. A recomendação sugere que para determinar o número disponível de registros gravimétricos disponíveis, devem ser utilizadas zonas e círculos concêntricos ao redor da possível estação IHRF. Estes círculos devem ter raios de 10, 50, 110 e 210 km, e estarem divididos em compartimentos. Recomenda-se um número mínimo de registros gravimétricos dependendo da topografia da região circundante à estação (montanhosa ou plana). Os detalhes dos requerimentos mínimos da distribuição de registros gravimétricos ao redor das estações IHRF podem ser apreciados na TABELA 54.

TABELA 54 - DISTRIBUIÇÃO DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS MÍNIMA AO REDOR DE ESTAÇÕES IHRF

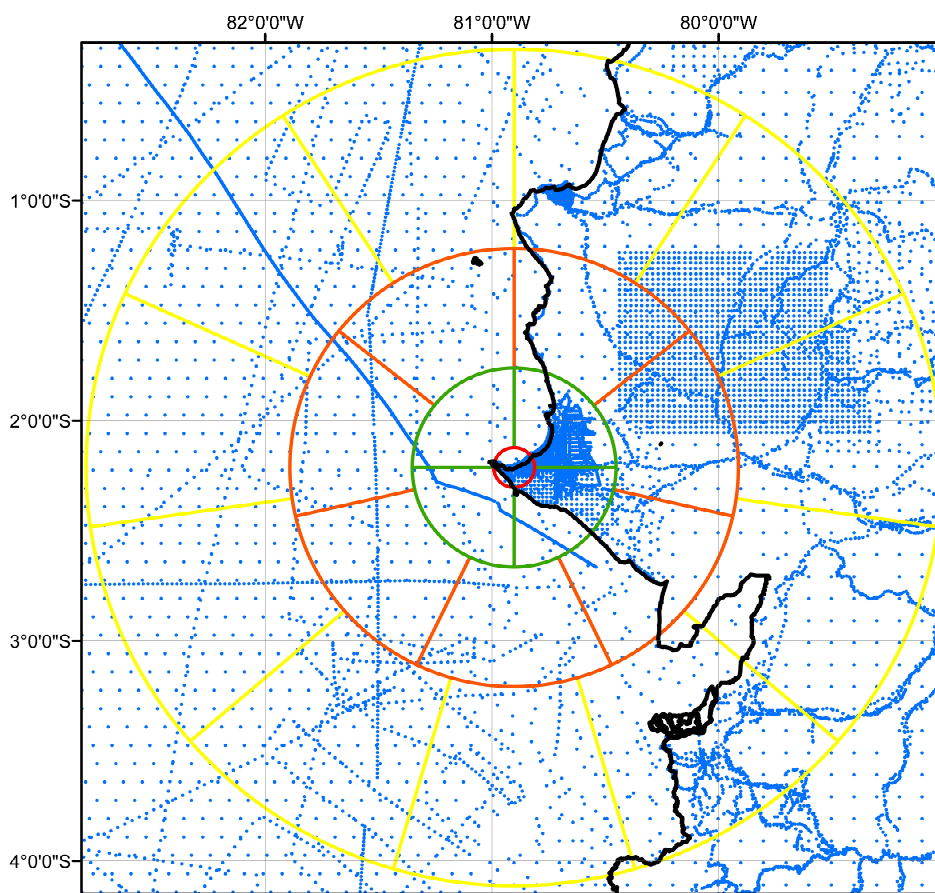
| Região       | Raio (km) | Compartimentos | Nº registros |            |
|--------------|-----------|----------------|--------------|------------|
|              |           |                | plano        | montanhoso |
| I            | 10        | 1              | 4            | 8          |
| II           | 50        | 4              | 20           | 30         |
| III          | 110       | 7              | 30           | 45         |
| IV           | 210       | 11             | 50           | 75         |
| <b>TOTAL</b> |           | 23             | 104          | 158        |

Para ter conhecimento da distribuição espacial de registros gravimétricos nas proximidades do DVE, efetuou-se o exercício de determinar o número de registros disponíveis nas zonas de 10, 50, 110 e 210 km (FIGURA 98). O cálculo foi realizado com o total de registros utilizados para o cálculo do *bias* do DVE pela solução fixada do PVCG (seção 2.13).



A FIGURA 98 mostra a totalidade de registros gravimétricos utilizados neste trabalho para a modelagem do campo de gravidade, e as regiões propostas por Sánchez (2016) para o cálculo com informações gravimétricas nas proximidades de uma estação IHRF. Considera-se o caso em que o DVE fosse escolhido como uma estação IHRF. Para as regiões definidas pelos 4 círculos concêntricos a quantidade de registros gravimétricos se apresenta na TABELA 55.

FIGURA 98 – DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS NA REGIÃO DO DVE

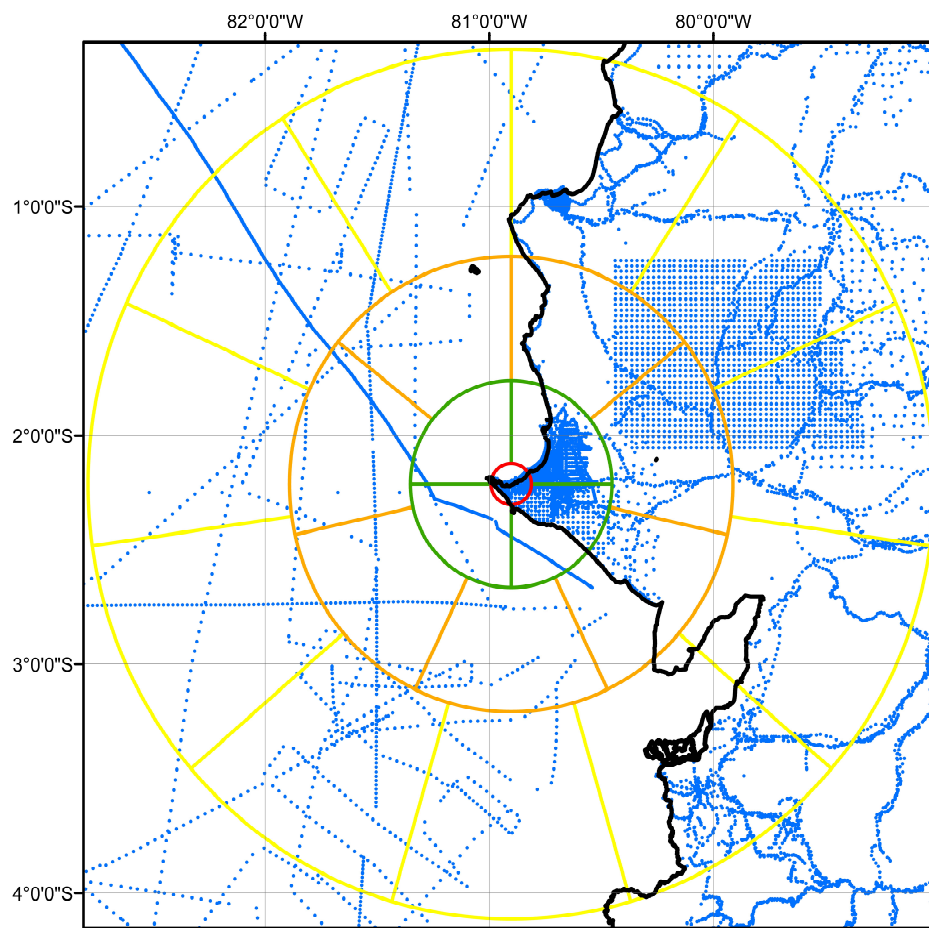


FONTE: O autor (2017)

Devido a que para o desenvolvimento desta pesquisa foi utilizada informação gravimétrica oriunda de modelos globais, é necessário realizar o exercício somente considerando registros gravimétricos *in situ*. Na FIGURA 99 observa-se a distribuição espacial (por zona) de registros gravimétricos nas proximidades do DVE, desta vez considerando somente os dados coletados *in-situ* (excluindo registros gravimétricos dos modelos DTU15 e WGM2012). A TABELA 55 contém o número de registros existentes por zona.

TABELA 55 – NÚMERO DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS POR ZONA

| Região | Raio (km) | Nº de registros | Nº de registros <i>in-situ</i> |
|--------|-----------|-----------------|--------------------------------|
| I      | 10        | 470             | 468                            |
| II     | 50        | 2265            | 2183                           |
| III    | 110       | 1809            | 1496                           |
| IV     | 210       | 5733            | 4665                           |

FIGURA 99 -DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE REGISTROS GRAVIMÉTRICOS COLETADOS *IN-SITU* NA REGIÃO DO DVE

FONTE: O autor (2017)

Desta análise, pode-se concluir, que o número de registros gravimétricos por compartimento, localizados nas proximidades do DVE, atende, de forma geral se desconsideradas distribuições não homogêneas, à condição referente à distribuição espacial de informação gravimétrica para a região circundante às estações IHRF. A condição do número de registros mínimo é satisfeita mesmo quando não considerados os dados oriundos de modelos globais.

Outras características importantes, além da quantidade e distribuição espacial dos dados gravimétricos, devem ser satisfeitas pelos locais onde serão instaladas estações IHRF. Entre as principais características destacadas por Ihde <sup>(2017)</sup>, temos que: as estações devem estar monitoradas continuamente para detectar deformações da RVF, devem estar referidas ao ITRS/ITRF para o conhecimento das coordenadas geométricas de forma acurada, e ter conexão mediante nivelamento com o DVL para que seja possível o cálculo de números geopotenciais para permitir a unificação dos *data* verticais. Para atender estes requerimentos, é recomendável que as estações IHRF preferencialmente cumpram uma ou mais das condições de estarem vinculadas: a observatórios geodésicos fundamentais para dar suporte ao GGRF; a estações de monitoramento contínuo; a estações de referência geométricas com diferentes níveis de densificação; a marégrafos de referência e às RVFs; e a estações de referência do novo sistema gravimétrico GAGRS.

O Equador deverá definir uma ou algumas estações IHRF para materializar a origem da RVFE. A eleição dos locais ótimos para estabelecer as estações IHRF deve ser realizada obedecendo aos requerimentos mínimos determinados pela IAG. O cálculo do geopotencial nas estações IHRF, também deverá obedecer determinadas condições mínimas e a padronização de procedimentos.

## 8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 8.1 CONCLUSÕES

- Um resultado de aproximadamente 7 cm foi obtido na estimativa do *bias* vertical do DVE mediante a solução geométrica. Das análises realizadas conclui-se que no conjunto de registros GNSS/niv disponíveis existem *outliers*, os quais introduzem ruído na representação da superfície local que é confrontada com uma superfície de referência global estabelecida mediante MGGs.
- Erros associados aos registros GNSS/niv e erros de comissão dos MGGs, são considerados na solução geométrica por mínimos quadrados. A técnica RTM melhora o desempenho dos MGGs aportando informação da alta frequência do sinal gravimétrico, porém existe incerteza entre a porção do espectro que envolvem os MDAs quando combinados com os MGGs.
- As discrepâncias calculadas para todas as soluções geradas na abordagem geométrica, contêm uma componente sistemática de pequenas proporções associada ao afastamento entre o SVRE e as diferentes superfícies de referência adotadas para realizar a análise. A componente correspondente às altas frequências do potencial da gravidade relacionada com os efeitos locais, supera em magnitude o efeito sistemático vinculado ao *bias* vertical local.
- Os valores de  $N_{GNSS/niv}$  e  $\zeta_{GNSS/niv}$  calculados nas referências de nível, contêm o erro implícito da comparação de duas grandezas determinadas desde distintas superfícies de referência (aproximação teórica).
- A modelagem do geopotencial relacionado ao DVE, permite estabelecer a discrepância existente entre o DVL e o datum global IHRS. O conhecimento desta discrepância possibilita a determinação de altitudes, no território equatoriano, vinculadas ao IHRS. Soluções livres resultam em um *bias* do DVE em relação ao  $W_0$  do IHRS de aproximadamente 25 cm quando considerado o termo de grau zero, de acordo com os preceitos do ICGEM, e de -67 cm quando desconsiderado o termo de grau zero. Soluções fixadas apontaram que o DVE

situa-se cerca de 30 cm acima da referência global quando considerado o termo de grau zero e de 63 cm abaixo da mesma referência quando desconsiderado o termo de grau zero.

- Verificou-se a existência de várias determinações do NMM realizadas pelo INOCAR na estação maregráfica *La Libertad* desde a instalação do merégrafo. Também segundo relatórios do INOCAR a RN de origem da RVFE é a BM48. No entanto, atualmente a referência considerada pelo IGM-EC para a materialização de referências de nível da RVFE, refere-se ao valor definido para a época de observações 1988 – 2009 e materializada na BM03. Este mesmo ponto teve deslocamento reportado para o sismo de 16 de abril de 2016, sendo reportado valores conflitantes de seu deslocamento (INOCAR e IGM-EC). Assim é que resulta prejudicada a análise da evolução temporal do DVE, um dos objetivos deste trabalho.
  
- Registros gravimétricos de bases de dados heterogêneas foram compilados para aplicar a metodologia proposta neste trabalho. As características heterogêneas dos dados fazem com que seja necessário compatibilizar os registros gravimétricos em termos de referências geodésicas, e sistemas de marés envolvidos. A homogeneização dos sistemas geodésicos de referência e sistemas de maré permanente são aspectos chave a serem considerados quando se utiliza informações do campo da gravidade oriundas de fontes heterogêneas. Certamente existem efeitos secundários de propagação de erros não detectados.
  
- A modelagem do geopotencial no DVE ( $W_0'$ ) foi realizada procurando a independência das observáveis do efeito do DVL. No entanto, aproximações foram realizadas em função de altitudes niveladas associadas aos registros disponíveis e de altitudes geoidais advindas de MGGs. Estas aproximações foram necessárias devido a que nem todos os registros gravimétricos tinham altitudes GNSS associadas, e a que para nenhum dos registros é conhecida a altitude normal correspondente.

- Uma filtragem de erros grosseiros (*outliers*) foi realizada com o fim de desconsiderar da análise aqueles registros com ruído predominante nas observações. A discriminação de *outliers* é realizada comparando anomalias e distúrbios da gravidade com as correspondentes quantidades provenientes de modelos globais do geopotencial e também considerando a contribuição da topografia residual com a técnica RTM. O processo demonstrou ser eficiente para este propósito.
  
- Modelos com características globais foram utilizados para preencher com informações gravimétricas regiões com informações escassas ou inexistentes. Na região oceânica foi empregado o modelo de anomalias da gravidade derivadas de altimetria por satélite DTU15, e na região continental o modelo de anomalias da gravidade WGM2012, os quais demonstraram boa concordância em testes contra dados observados.
  
- O *bias* (discrepância) do DVE em relação à referência global  $W_0$  convencionalizada pela IAG foi estimada mediante soluções do PVCG dita escalar livre com base na teoria de Molodensky e anomalias da gravidade de superfície, bem como em soluções fixadas do PVCG do tipo Brovar (solução escalar linearizada simples), a partir de distúrbios da gravidade. Foram realizados em todos os casos diversos testes com variação no raio de integração e dimensão da área adjacente. Todas as soluções basearam-se em decomposição espectral com a técnica *remove-restore*, considerando dados gravimétricos locais e informações globais oriundas de plataformas orbitais consolidadas principalmente em MGGs e MDAs. O cálculo do *bias* foi realizado considerando a contribuição dos longos comprimentos de onda do campo da gravidade proveniente de MGGs. Foram efetivadas variações no grau máximo de desenvolvimento em harmônicos esféricos destes modelos.
  
- Para serem consistentes com as recomendações realizadas pela IAG em relação aos preceitos e convenções para o estabelecimento do IHRF, os procedimentos e cálculos foram realizados considerando um sistema de maré permanente *mean tide*.

- O método de colocação mostra ser eficiente na modelagem do geopotencial com informação gravimétrica proveniente de bases de dados heterogêneas (fusão de dados). Deve ser evidenciado que este fato é bastante notório com a variação da área envolvida nos cálculos ( $2^\circ \times 2^\circ$ ;  $3^\circ \times 3^\circ$ ;  $4^\circ \times 4^\circ$ ). Evidencia-se que a solução para  $4^\circ \times 4^\circ$  é a de melhor desempenho onde dados gravimétricos terrestres, aéreos e oceânicos têm proporções mais equilibradas e as respectivas funções covariâncias empíricas são as de melhor aderência às funções de covariância analítica. No caso das áreas de  $3^\circ \times 3^\circ$  e  $2^\circ \times 2^\circ$  a qualidade do ajustamento diminui.
- A modelagem do geopotencial local, é um dos principais aspectos na vinculação dos SVRLs com o IHRF. Neste contexto, observações gravimétricas *in situ* associadas com altitudes niveladas e altitudes GNSS, são de fundamental importância. Ainda restam dúvidas no âmbito da IAG a respeito da forma mais adequada de realizar os vínculos locais com o valor de  $W_0$  do IHRF. Esta análise ainda está em curso no âmbito do IAG/GGOS *Working Group 0.1.2 on the Strategy for the Realization of the IHRF*.

## 8.2 RECOMENDAÇÕES

- O método para a estimativa do *bias* mediante o estabelecimento de uma superfície local representada por registros GNSS/niv, deve ser replicado considerando anomalias de altitude obtidas de altitudes normais pertencentes ao SVRL. A aplicação rigorosa do método implica a comparação destas anomalias de altitude com as correspondentes oriundas dos MGGs.
- Uma melhor distribuição espacial de observações gravimétricas *in situ* na região adjacente ao DVE, tal como em estudo no IAG/GGOS *Working Group 0.1.2 on the Strategy for the Realization of the IHRF*, considerando distribuição espacial, bem como a qualidade das observações GNSS e gravimétricas, permitiria representar de forma mais acurada o campo da gravidade e evitaria o uso de informações gravimétricas provenientes de modelos globais e/ou bases de dados gravimétricos heterogêneas para complementar esta carência de informações.

- O terremoto de 16 de abril de 2016 de magnitude 7,8 na escala sismológica de Richter e com epicentro nas proximidades do marégrafo *La Libertad*, faz com que seja necessário considerar para futuros cálculos e aplicações práticas as deformações na RVFE e o deslocamento na posição do DVE produzidas como consequência do evento sísmico.
- A modernização do sistema de altitudes, também implica o estudo e conhecimento das variações temporais (processos geodinâmicos) associadas às referências de nível. Estas variações devem ser expressas em termos de quantidades geométricas e do geopotencial. Para tanto é necessária uma densificação de estações GNSS/niv e a disponibilidade de séries temporais de altitudes geoidais ou anomalias de altitudes nos pontos de avaliação. Para tanto deve-se recorrer a tais informações oriundas de missões gravimétricas tais como a GRACE.
- No âmbito da unificação das RVFs no contexto do SIRGAS, e obedecendo às recomendações realizadas pela IAG para o estabelecimento do IHRF, no Equador deverá ser instalada pelo menos uma estação fundamental que seja utilizada como vínculo entre a RVFE e o IHRF. Para realizar o monitoramento de variações temporais na componente geométrica das estações IHRF, é necessário o estabelecimento de estações GNSS de monitoramento contínuo vinculadas às referências de nível fundamentais.
- A modernização do SVRE requer o estabelecimento de pelo menos uma estação IHRF localizada no território nacional. O local para a materialização da estação deverá obedecer aos requerimentos fundamentais para o estabelecimento de estações IHRF preconizados pela IAG.



## REFERÊNCIAS

ALAVERA, J.; NATH, J. Establecimiento del Datum Vertical para la Cartografía del Ecuador 2010. **ACTA OCEANOGRÁFICA DEL PACÍFICO 181 (ACTA OCEANOGRÁFICA DEL PACÍFICO VOL. 18 Nº 1)**, 2013.

AMANTE, C.; EAKINS, B. W. **ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis**. 2009.

ANDERSEN, O. B. Marine Gravity and Geoid from Satellite Altimetry. In: F. Sansò; M. G. Sideris (Orgs.); **Geoid Determination: Theory and Methods**. p.401–451, 2013. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

ANDERSEN, O. B.; KNUDSEN, P. Deriving the DTU15 Global high resolution marine gravity field from satellite altimetry. , 2016.

BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). **The Geodesists Handbook, Journal of Geodesy 2016**. p.1177–1180, 2016.

BARZAGHI, R.; CARRION, D.; REGUZZONI, M.; VENUTI, G. A Feasibility Study on the Unification of the Italian Height Systems Using GNSS-Leveling Data and Global Satellite Gravity Models. In: C. Rizos; P. Willis (Orgs.); **IAG 150 Years: Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013**. p.281–288, 2016. Cham: Springer International Publishing.

BONVALOT, S.; BALMINO, G.; BRIAIS, A.; et al. World gravity map. **Bureau Gravimetrique International (BGI), Map, CGMW-BGI-CNES728, IRD, Paris**, 2012.

BOSCH, W. The Sea Surface Topography and its Impact to Global Height System Definition. In: H. Drewes; A. H. Dodson; L. P. S. Fortes; L. Sánchez; P. Sandoval (Orgs.); **Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20--23, 2001**. p.225–230, 2002. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

BOTTONI, G. P.; BARZAGHI, R. Fast collocation. **Bulletin Geodésique**, v. 67, n. 2, p. 119–126, 1993.

BROCKMANN, J. M.; ZEHENTNER, N.; HÖCK, E.; et al. EGM\_TIM\_RL05: An independent geoid with centimeter accuracy purely based on the GOCE mission. **Geophysical Research Letters**, v. 41, n. 22, p. 8089–8099, 2014. Wiley Online Library.

BROZENA, J. M.; PETERS, M. F. State-of-the-Art Airborne Gravimetry. In: H. Sünkel; I. Marson (Orgs.); **Gravity and Geoid: Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission**. p.187–197, 1995. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

BRUINSMA, S.; FÖRSTE, C.; ABRİKOSOV, O.; et al. The new ESA satellite-only gravity field model via the direct approach. **Geophys. Res. Lett.**, v. 40, n. 14, p. 3607–3612, 2013.

BUREAU GRAVIMETRIC INTERNATIONAL. BGI - Bureau Gravimétrique International Web Site. Disponível em: <<http://bgi.omp.obs-mip.fr/data-products/Gravity-Databases/Marine-Gravity-data>>. Acesso em: 12/5/2016.

BURŠA, M.; KENYON, S.; KOUBA, J.; et al. A global vertical reference frame based on four regional vertical datums. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 48, n. 3, p. 493–502, 2004.

C.C.TSCHERNING. EMPCOV PROGRAM. , 2009. Ohio.

C.C.TSCHERNING; P.KNUDSEN. COVFIT PROGRAM. , 2009. Ohio.

CARRANCO, O. **Ajuste Preliminar de la Red de Control Básico Vertical**. Quito, 2010.

CARRION, D.; VERGOS, G. S.; ALBERTELLA, A.; et al. Assessing the GOCE models accuracy in the Mediterranean area. **Newton's Bulletin**, , n. 5, p. 63–82, 2015.

CARRIÓN, J. **Generación de una malla de ondulaciones geoidales por el método GPS/nivelación y redes neuronales artificiales a partir de datos dispersos**, 2013. Universidad Nacional de La Plata.

COYAGO, R. **Ajuste de la red de control básico vertical en función de números geopotenciales**, 2010. Escuela Politécnica del Ejército. Disponible en: <<http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/999>>.

DALAZOANA, R. Estudos dirigidos à análise temporal do datum vertical brasileiro.,p.188, Curitiba, 2006. Tese de doutorado. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.

DARWIN, G. H. The theory of the Figure of the Earth carried to the second order of small quantities. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 60, n. 2, p. 82–124, 1899.

DE FREITAS, S.R.C. SIRGAS-WGIII Activities for unifying height systems in Latin America. **Revista Cartográfica**, v. 91, n. 91, p. 75–92, 2015. Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH).

DE FREITAS, S. R. C.; KRUEGER, C.; SANTOS, M. C. The Geocentric Position of the Brazilian Vertical Datum. International Symposium on Marine Positioning--INSMAP. **Anais...** . p.230–240, 1998.

DE FREITAS, S. R. C.; MEDINA, A. S.; LIMA, S. R. S. DE. Associated Problems to Link South American Vertical Networks and Possible Approaches to Face Them. In: H. Drewes; A. H. Dodson; L. P. S. Fortes; L. Sánchez; P. Sandoval (Orgs.); **Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20--23, 2001**. p.318–323, 2002. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

DREWES, H. Reference Systems, Reference Frames, and the Geodetic Datum. In: M. G. Sideris (Org.); **Observing our Changing Earth**. p.3–9, 2009. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

DREWES, H.; KUGLITSCH, F.; ÀDÁM, J.; RÓZSA SZABOLCS. The geodesist's Handbook 2016. **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 10, p. 907–1205, 2016. Springer Berlin Heidelberg.

DREWES, H.; SÁNCHEZ, L.; BLITZKOW, D.; DE FREITAS, S.R.C. Scientific foundations of the SIRGAS vertical reference system. **Vertical Reference Systems**. p.297–301, 2002. Springer.

DURBIN, J. The fitting of time-series models. **Revue de l'Institut International de Statistique**, p. 233–244, 1960. JSTOR.

ECHEVERRÍA, A. **Generación de un modelo de ondulaciones geoidales del Ecuador continental mediante Mínimos Cuadrados Colocación (LSC).Trabalho de Graduação, Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí.**, 2010. Escuela Politécnica del Ejército.

ECKER, E.; MITTERMAYER, E. Gravity corrections for the influence of the atmosphere. **Bulletin of Theoretical and Applied Geophysics**, v. 11, p. 70–80, 1969.

EKMAN, M. IMPACTS OF GEODYNAMIC PHENOMENA. *Bulletin Géodésique*, v. 63, n. 1, p. 281–296, 1989.

EL-SHEIMY, N.; VALEO, C.; HABIB, A. **Digital Terrain Modeling: Acquisition, Manipulation, and Applications**. Artech House, 2005.

FERREIRA, V. G. **Solução do tipo Brovar para o segundo problema de valor de contorno da geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes**, Curitiba, 2011. Tese de doutorado. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.

FORSBERG, R. **A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling**. Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying, 1984.

FORSBERG, R. **Terrain Effects in Geoid Computation**. National Survey and Cadastre, Geodetic Division. Copenhagen, 1997.

FORSBERG, R.; OLESEN, A. V. Airborne Gravity Field Determination. In: G. Xu (Org.); **Sciences of Geodesy - I: Advances and Future Directions**. p.83–104, 2010. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-11741-1\\_3](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-11741-1_3)>. .

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. Geodetic Gravity Field Modelling Programs. , 2003. Copenhagen.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. The use of height data in gravity field approximation by collocation. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 86, n. B9, p. 7843–7854, 1981.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. Topographic effects in gravity field modelling for BVP. In: F. Sansó; R. Rummel (Orgs.); **Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid**. p.239–272, 1997. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S.; ABRIKOSOV, O.; et al. EIGEN-6C4 - The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 1949 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. **EGU General Assembly**, v. 16, p. 3707, 2014. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2014EGUGA..16.3707F>>.

FOTOPOULOS, G. Combination of Heights. In: F. Sansó; M. G. Sideris (Orgs.); **Geoid determination: theory and methods**, 2013. London: Springer Science & Business Media.

GATTI, A.; REGUZZONI, M.; VENUTI, G. The height datum problem and the role of satellite gravity models. **Journal of Geodesy**, v. 87, n. 1, p. 15–22, 2013.

GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba, 2012.

GÉRARD, P.; LUZUM, B. IERS Conventions ( 2010 ). **Bureau International Des Poids Et Mesures Sevres (France)**, p. 1–179, 2010.

GERLACH, C.; FECHER, T. Approximations of the GOCE error variance-covariance matrix for least-squares estimation of height datum offsets. **J. Geod. Sci.**, v. 2, n. 4, p. 247–256, 2012.

GILARDONI, M.; REGUZZONI, M.; SAMPIETRO, D.; SANSÓ, F. Combining EGM2008 with GOCE gravity models. **Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata**, v. 54, n. 4, p. 285–302, 2013.

GOMEZ, M. E.; PEREIRA, R. A. D.; FERREIRA, V. G.; et al. Analysis of the Discrepancies Between the Vertical Reference Frames of Argentina and Brazil. In: C. Rizos; P. Willis (Orgs.); **IAG 150 Years: Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013**. p.289–295, 2016. Cham: Springer International Publishing.

GONZALES, J.; GUTIÉRREZ, E.; DÍAZ, R.; ATÓN, H.; RODRÍGUEZ, J. Contribución al Estudio del Riesgo Sísmico en el Ecuador. **Acta Científica Ecuatoriana**, v. 1, p. 9–25, 1988.

GRAFAREND, E. Statistische Modelle zur Prädiktion von Lotabweichungen. **Vermessungstechnik**, v. 19, n. 2, p. 66–68, 1971.

HAAGMANS, R. H. N.; VAN-GELDEREN, M. Error variances-covariances of GEM-T1: Their characteristics and implications in geoid computation. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 96, n. B12, p. 20011–20022, 1991.

HECK, B. Problems in the Definition of Vertical Reference Frames. In: F. Sansò (Org.); **V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy: Matera, Italy June 17--21, 2003**. p.164–173, 2004. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

HECK, B.; RUMMEL, R. Strategies for solving the vertical datum problem using terrestrial and satellite geodetic data. **Sea Surface Topography and the Geoid**. p.116–128, 1990. Springer.

HEIKKINEN, M. **On the tide-generating forces**. Publ. Finnish Geod. Inst., No. 85, 150 p. Suomen geodeettinen laitos, 1978.

HEIKKINEN, M. On the Honkasalo term in tidal corrections to gravimetric observations. **Bulletin Geodésique**, v. 53, n. 3, p. 239–245, 1979.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Geodesia Física**. Madrid, 1985.

HEITZ, S. Eine astronomisch-geodatische Geoidbestimmung für Westdeutschland. **Frankfurt a. M., Verlag des Instituts für Angewandte Geodasie, 1969.**, 1969.

HERNÁNDEZ, J. N.; BLITZKOW, D.; LUZ, R.; et al. Connection of the Vertical Control Networks of Venezuela, Brazil and Colombia. In: H. Drewes; A. H. Dodson; L. P. S. Fortes; L. Sánchez; P. Sandoval (Orgs.); **Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20--23, 2001**. p.324–327, 2002. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

HINZE, W. J.; AIKEN, C.; BROZENA, J.; et al. New standards for reducing gravity data: The North American gravity database. **Geophysics**, v. 70, n. 4, p. J25–J32, 2005.

HIRT, C.; FEATHERSTONE, W. E.; MARTI, U. Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 9, p. 557–567, 2010.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. Springer Science & Business Media, 2006.

HONKASALO, T. On the tidal gravity correction. **Bulletin of Theoretical and Applied Geophysics**, v. 6, p. 34–36, 1964.

IAG. **IAG Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHR)**. 2015.

IAG. **IAG Newsletter**. Department of Geodesy and Surveying. Budapest, 2016.

IAG. Global Geodetic Observing System. In: H. Kutterer; R. Neilan (Orgs.); **IAG Reports 2015-2017**. p.1–35, 2017. IAG.

IGM-EC. Proyecto SIRGAS Ecuador. Reunión Técnica SIRGAS. **Anais...**, 2005. Caracas: SIRGAS.

IGM-EC. **Monografía de Punto de Control Geodésico**. Quito, 2013.

IHDE, J.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; et al. **Report of the ad-hoc group on an international height reference system (IHR)**. 2015.

IHDE, J.; MÄKINEN, J.; SACHER, M. Conventions for the Definition and Realization of a European Vertical Reference System (EVRS)--EVRS Conventions 2007. **EVRS conventions**, v. 5, 2008.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; et al. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR). **Surveys in Geophysics**, 2017.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M. **Theme 1 : Global Unified Height System Introductory presentation**. Miami: IAG, 2010.

JENSEN, H. Formulas for the astronomical correction to the precise levelling. **Bulletin Geodésique (1946-1975)**, v. 17, n. 1, p. 267–277, 1950. Springer.

JIANG, Z.; PÁLINKÁŠ, V.; ARIAS, F. E.; et al. The 8th International Comparison of Absolute Gravimeters 2009: the first Key Comparison (CCM.G-K1) in the field of absolute gravimetry. **Metrologia**, v. 49, n. 6, p. 666, 2012.



JIJÓN, M. **Determinación de ondulaciones geoidales residuales del Ecuador Continental. Escuela Politécnica del Ejército. Centro de Investigaciones Científicas. Sangolquí, Ecuador, 2008.**

JIN, S.; CARDELLACH, E.; XIE, F. **GNSS Remote Sensing: Theory, Methods and Applications. 2014.**

JOHANNES, W. J.; SMILDE, P. L. **Gravity Interpretation. 2009.**

KAULA, W. M. Determination of the Earth's gravitational field. **Reviews of Geophysics**, v. 1, n. 4, p. 507, 1963.

KELLOGG, O. D. The Potential. **Foundations of Potential Theory.** p.48–84, 1967. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

KEYSERS, J. H.; QUADROS, N. D.; COLLIER, P. A. Vertical datum transformations across the Australian littoral zone. **Journal of Coastal Research**, v. 31, n. 1, 2015.

KIRBY, E. **Metodología para el cálculo de las anomalías de Bouguer completa,** Escuela Politécnica del Ejército. Sangolquí, Ecuador, 2007.

KOTSAKIS, C.; KATSAMBALOS, K.; AMPATZIDIS, D. Estimation of the zero-height geopotential level  $W_0$  LVD in a local vertical datum from inversion of co-located GPS, leveling and geoid heights: A case study in the Hellenic islands. **Journal of Geodesy**, v. 86, n. 6, p. 423–439, 2012.

KRARUP, T. **A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy.** Geodætisk institut, 1969.

KUTTERER, H.; NEILAN, R. International Association of Geodesy. **IAG Travaux Volume 39.** v. 39, p.375–379, 2015. Prague.

KUTTERER, H.; NEILAN, R.; BIANCO, G. Global geodetic observing system (GGOS). **The geodesists handbook handbook**, p. 915–926, 2012.

LACOSTE, L. J. B. Measurement of gravity at sea and in the air. **Reviews of Geophysics**, v. 5, n. 4, p. 477–526, 1967. Wiley Online Library.

LEMOINE, F. G.; SMITH, D. E.; KUNZ, L.; et al. The Development of the NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model. **Gravity, geoid and marine geodesy**, n. July, p. 461–469, 1997.

LEVINSON, N. The Wiener RMS error criterion in filter design and prediction, appendix b of wiener, n.(1949). **Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series**, 1949.

LI, X.; GÖTZE, H.-J. Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics. **Geophysics**, v. 66, n. 6, p. 1660–1668, 2001. Society of Exploration Geophysicists.

LI, Z.; ZHU, Q.; GOLD, C. M. **Digital terrain modelling. Principles and methodology**. 2005.

LU, Z.; QU, Y.; QIAO, S. **Geodesy: Introduction to geodetic datum and geodetic systems**. 2014a.

LU, Z.; QU, Y.; QIAO, S. The Geoid and Different Height Systems. **Geodesy: Introduction to Geodetic Datum and Geodetic Systems**. p.131–163, 2014b. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

LUZ, R. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS. 207f**, Curitiba, 2008. Tese de Doutorado. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.

MÄKINEN, J.; IHDE, J. The Permanent Tide In Height Systems. **International Association of Geodesy Symposia**, v. 133, n. 1, p. 81–87, 2009.

MARTI, U.; RICHARD, P.; GERMAK, A.; et al. CCM – IAG Strategy for Metrology in Absolute Gravimetry, Role of CCM and IAG. In: IUGG General Assembly (Org.); **TRAVAUX, Volume 39. Reports 2011-2015**. p.230–238, 2015. Prague.

MEISSL, P. **The use of finite elements in physical geodesy**. Ohio, 1981.

MONTECINO, H. **Proposta de alternativas para conexão dos Data Verticais brasileiros de Imbituba e Santana**, Curitiba, 2011. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.

MONTECINO, H.; CUEVAS, A.; DE FREITAS, S.R.C. A Study of the Chilean Vertical Network through Global Geopotential Models and the CNES CLS 2011 Global Mean Sea Surface. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 2008, p. 300–316, 2014.

MORELLI, C.; GANTAR, C.; HONKASALO, T.; et al. The International Gravity Standardisation Net 1971 (IGSN71). **Special Publication No. 4.**, v. 1974, 1974.

MORITZ, H. **Interpolation and prediction of gravity and their accuracy**. Air Force Cambridge Research LABS L G Hanscom Field Mass, 1962.

MORITZ, H. Schwerevorhersage und Ausgleichungsrechnung. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, v. 90, p. 181–184, 1965.

MORITZ, H. **Least-squares Estimation in Physical Geodesy**. Ohio State Univ., 1970.

MORITZ, H. **Advanced Least-squares Methods**. Department of Geodetic Science, Ohio State University, 1972.

MORITZ, H. Geodetic reference system 1980. **Bulletin geodesique**, v. 54, n. 3, p. 395–405, 1980a. Springer.

MORITZ, H. Advanced physical geodesy. **Karlsruhe : Wichmann ; Tunbridge, Eng. : Abacus Press, 1980.**, v. 1, p. 506, 1980b.

MÜLLER, J.; FLURY, J. New concepts for Earth observation based on quantum optics and relativity. International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016. **Anais...**, 2016. Thessaloniki.

NGA. **Gravity station data format and anomaly computation**. Springfield, 2008.

NICACIO, E. Single Point Global Earth Models Generator. , 2017. Curitiba. Disponível em: <[www.ciencias.geodesicas.ufpr.br/spgg/](http://www.ciencias.geodesicas.ufpr.br/spgg/)>. .

PACINO, M. C.; COGLIANO, D. DEL; FONT, G.; et al. Activities Related to the Materialization of a New Vertical System for Argentina. In: P. Tregoning; C. Rizos (Orgs.); **Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools IAG Symposium Cairns, Australia 22--26 August, 2005**. p.671–676, 2007. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

PALMEIRO, A. S. **Análise do vínculo do Datum Vertical Brasileiro a um Sistema Global de Altitudes com base em soluções fixadas e livres do PVCG**, Curitiba, 2013. Tese de doutorado. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.

PAREDES, N. Determinación del datum vertical en La Libertad, Ecuador. , 1986. Instituto Oceanográfico de la Armada, Guayaquil, Ecuador.

PAVLIS, N. K. Global Gravitational Models. In: F. Sansò; M. G. Sideris (Orgs.); **Geoid Determination: Theory and Methods**. p.261–310, 2013. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. An earth gravitational model to degree 2160: EGM2008. **presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18**, v. 84, n. 1, p. 2–4, 2008.

PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 117, n. B4, p. n/a–n/a, 2012.

PAZMIÑO, R. Actividades desarrolladas por el IGM Ecuador en torno al proyecto SIRGAS. In: IGM - Ecuador (Org.); Simposio SIRGAS 2013. **Anais...**, 2013. Panamá: SIRGAS.

PIÑÓN, D.; GUAGNI, H.; CIMBARO, S. Nuevo Sistema Vertical de la República Argentina. In: Instituto Geográfico Nacional - Argentina (Org.); Simposio SIRGAS 2016. **Anais...** . p.23, 2016. Quito: SIRGAS.

PLAG, H. P.; ALTAMIMI, Z.; BETTADPUR, S.; et al. The goals, achievements, and tools of modern geodesy. **Global Geodetic Observing System: Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020**. p.15–88, 2009.

PLAG, H.; PEARLMAN, M. **Global Geodetic Observing System. Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020**. London: Springer, 2009.

POLIMI (Politecnico di Milano). find\_dtm\_ave PROGRAM , 2004. Milano.

RAPP, R. modosup PROGRAM. , 1982. Ohio.

RAPP, R. The treatment of permanent tidal effects in the analysis of satellite altimetry data for sea surface topography. **Manuscripta geodaetica**, v. 14, p. 368–372, 1989.

RAPP, R. H. Use of potential coefficient models for geoid undulation determinations using a spherical harmonic representation of the height anomaly/geoid undulation difference. **Journal of Geodesy**, v. 71, n. 5, p. 282–289, 1997.

RENGANATHAN, V. **Arctic sea ice freeboard heights from satellite altimetry, Vol. 71, No. 08**. 2010.

RUMMEL, R. Height unification using GOCE. **Journal of Geodetic Science**, v. 2, n. 4, p. 355–362, 2012.

RUMMEL, R.; GRUBER, T.; IHDE, J.; et al. **STSE – GOCE + Height System Unification with GOCE Summary and Final Report**. 2014.

RYAN, W. B. F.; CARBOTTE, S. M.; COPLAN, J. O.; et al. Global Multi-Resolution Topography synthesis. **Geochemistry, Geophysics, Geosystems**, v. 10, n. 3, p. n/a-n/a, 2009.

SÁNCHEZ, L. Physical height systems in South America. STSE-GOCE+Height System Unification Progress Meeting 2. **Anais...**, 2011. Frankfurt.

SÁNCHEZ, L. Classical height systems, Vertical Datm standarisation, Towards a modern vertical reference system. 11th International School of the Geoid Service: heights and height datum. **Anais...**, 2013. Loja: DGFI.

SÁNCHEZ, L. International Height Reference System (IHR):Required measurements and expected products. GGOS days 2016. **Anais...**, 2016. Cambridge.

SÁNCHEZ, L.; ČUNDERLÍK, R.; DAYOUB, N.; et al. A conventional value for the geoid reference potential  $W_0$ . **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 9, p. 815–835, 2016.

SÁNCHEZ, L.; MARTÍNEZ, W. Approach to the New Vertical Reference System for Colombia. In: H. Drewes; A. H. Dodson; L. P. S. Fortes; L. Sánchez; P. Sandoval (Orgs.); **Vertical Reference Systems: IAG Symposium Cartagena, Colombia, February 20--23, 2001**. p.27–33, 2002. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M. G. Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHR). **Geophysical Journal International**, p. ggx025, 2017.

SANDWELL, D. T.; SMITH, W. H. F. Global marine gravity from retracked Geosat and ERS-1 altimetry: Ridge segmentation versus spreading rate. **Journal of Geophysical Research**, v. 114, n. B1, p. B01411, 2009.

SANSO, F. The long road from measurements to boundary value problems in physical geodesy. **Manuscripta geodaetica**, v. 20, n. 5, p. 326, 1995. Springer Science and Media.

SANSÒ, F.; SIDERIS, M. G. The Forward Modelling of the Gravity Field. In: F. Sansò; M. G. Sideris (Orgs.); **Geoid Determination: Theory and Methods**. p.3–71, 2013. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

SANTACRUZ, A.; DE FREITAS, S.R.C. Towards a Vertical Reference Frame for South America in View of the GGOS Specifications. In: *IGFS 2014*. Springer, Cham, 2015. p. 83-91.

SCHAEFFER, P.; FAUGÉRE, Y.; LEGEAIS, J. F.; et al. The CNES\_CLS11 Global Mean Sea Surface Computed from 16 Years of Satellite Altimeter Data. **Marine Geodesy**, v. 35, n. sup1, p. 3–19, 2012.

SCHOMAKER, M. C.; BERRY, R. M. **Geodetic leveling**. Rockville: US Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Ocean Survey, 1981.

SCHWARZ, K. P. Data types and their spectral properties. Proceedings of the International Summer School on Local Gravity Field Approximation. **Anais...**, Surveying engineering., 1984. Beijing: Division of Surveying Engineering, University of Calgary.

SCHWARZ, K. P. The impossible dream, thoughts on the development of airborne gravimetry. **Wissenschaftliche Arbeiten der Universita Hannover**, , n. 241, p. 57–72, 2001.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy**. Seeber, G. *Satellite geodesy: foundations, methods, and applications*. Walter de Gruyter, 2003.

SIDERIS, M. Geodetic World Height System Unification. In: W. Freeden; M. Z. Nashed; T. Sonar (Orgs.); **Handbook of Geomathematics**. p.1–16, 2014. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

DA SILVA, L.; DE FREITAS, S.R.C.; DALAZOANA, R. ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS MAREGRÁFICAS CORRELACIONADAS COM OBSERVAÇÕES GNSS NO DATUM VERTICAL BRASILEIRO DE IMBITUBA-SC. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 68, n. 1, 2016.

SNEEUW, N. J. **A semi-analytical approach to gravity field analysis from satellite observations**, 2000. Technische Universität München.

SUÁREZ, N.; SANDOVAL, P.; FAURE, J. Avances en la determinación de números geopotenciales para la Red Geodésica Nacional Vertical ( RGNV ) del Uruguay. Simposio SIRGAS 2016. **Anais...** . p.27, 2016. Quito: Servicio Geográfico Militar Uruguay.

SUNKEL, H. **Splines: their equivalence to collocation**. Ohio, 1984.

SÜNKEL, H. **Point mass models and the anomalous gravitational field**. Ohio, 1981.

TAPLEY, B.; KIM, M. Applications t. In: L. Fu; A. Cazenave (Orgs.); **Satellite Altimetry and Earth Sciences**. p.371–406, 2001. Academic Press.

TIERRA, A.; DE FREITAS, S.R.C.; CENTENO, J. Metodologia para a Geração da Malha de Anomalias Gravimétricas para Obtenção de Geoide Gravimétrico Local a partir de Dados Esparsos. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 9, n. 2, 2003.

TOCHO, C. **A gravimetric geoid modelling for Argentina**, 27. mar. 2006. Tesis de doctorado, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas. Universidad Nacional de La Plata.



TOCHO, C.; VERGOS, G. S. Estimation of the Geopotential Value  $W_0$  for the Local Vertical Datum of Argentina Using EGM2008 and GPS/Levelling Data  $W_0$  LVD. In: C. Rizos; P. Willis (Orgs.); **IAG 150 Years: Proceedings of the IAG Scientific Assembly in Postdam, Germany, 2013**. p.271–279, 2016. Cham: Springer International Publishing.

TORGE, W.; MÜLLER, J. **Geodesy**. Berlín: De Gruyter, 2012.

TRENCH, W. F. An algorithm for the inversion of finite Toeplitz matrices. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 515–522, 1964. SIAM.

TSCHERNING, C. C. Geoid determination after the first satellite gravity missions. **Festschrift Univ.prof. em. Dr.-Ing. Wolfgang Torge zum 70. Geburtstag**. p.11–24, 2001. University of Hannover.

TSCHERNING, C. C.; BARZAGHI, R. FASTCOLC PROGRAM. , 1991.

TSCHERNING, C. C.; RAPP, R. H. **Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations, and Deflections of the Vertical Implied by Anomaly Degree Variance Models**. 1974.

TZIAVOS, I. N.; SIDERIS, M. G. Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling. In: F. Sansò; M. G. Sideris (Orgs.); **Geoid Determination: Theory and Methods**. p.337–400, 2013. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

TZIAVOS, I. N.; VERGOS, G. S.; GRIGORIADIS, V. N. Investigation of topographic reductions and aliasing effects on gravity and the geoid over Greece based on various digital terrain models. **Surveys in Geophysics**, v. 31, n. 1, p. 23, 2009.

UNITED NATIONS. **United Nation General Assembly**. 2015.

UOTILA, U. A. Note to the users of International Gravity Standardization net 1971. **Bulletin géodésique**, v. 54, n. 3, p. 407–408, 1980. Springer.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: the concepts**. Second Edi ed. Amsterdam: Elsevier, 1986.

WENZEL, H. HOCHAUFLÖSENDE KUGELFUNKTIONSMODELLE FÜR DAS GRAVITATIONSPOTENTIAL DER ERDE. **Wissenschaftliche arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover**, , n. 137, 1985. Hannover: Universität Hannover.

WERNER, M. Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) mission overview. **Frequenz**, v. 55, n. 3–4, p. 75–79, 2001.

WILLIAMS, S.; MACQUEEN, J. D. Development of a versatile, commercially proven, and cost-effective airborne gravity system. **The Leading Edge**, v. 20, n. 6, p. 651–654, 2001. Society of Exploration Geophysicists.

WOLF, H. Prädiktion und Punktausgleichung. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, v. 94, n. 5, p. 165–169, 1969.

XU, G. **Sciences of geodesy - II: Innovations and future developments**. 2013.

YEPES, H.; CHATELAIN, J.; GUILLIER, B. Estudio del riesgo sísmico en el Ecuador. Conferencias por los 20 Anos del ORSTOM en Ecuador. **Anais...** . p.161–164, 1994. Quito.